



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.130



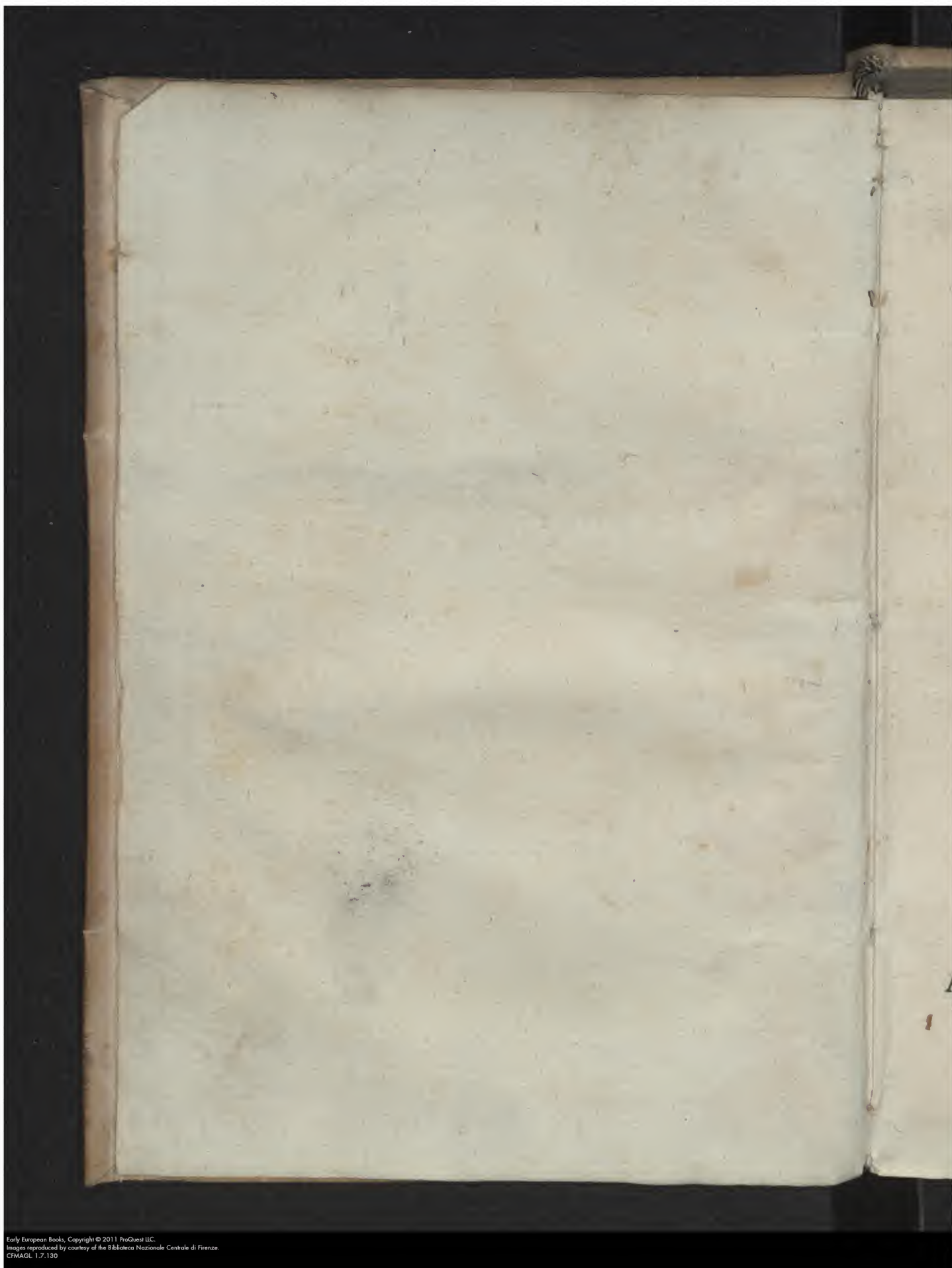
Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.130



1 H.7.

1. 7. 130

LIBRO
XII
BAROC



ADMIRANDVM
ILLVD GEOMETRICVM
PROBLEMA
TREDECIM MODIS
DEMONSTRATVM,

Quod docet duas lineas in eodem plano designare, quæ nunquam
inuicem coincidunt, etiam si in infinitum protrahantur:
& quantò longiùs producuntur, tantò sibi-
inuicem propiores euadant.

FRANCISCO BAROCIO IACOBI FILIO
PATRITIO VENETO
A V T O R E.

*Accessit etiam instrumentum quoddam olim ab eodem Autore inuentum,
quo cuiuslibet Coni ortus, ac trium Conicarum Sectionum
in Plano descriptio fit.*

Cum Indice locupletissimo, eorum quæ toto opere continentur.

CVM PRIVILEGIO.



⁵⁹
V E N E T I I S,

Apud Gratosum Perchacinum, sumptibus Io. Baptistæ
Fantini Patauini. M D LXXXVI.

1210

3

AVTORES DE LINEIS
NVNQVAM COINCIDENTIBVS,
ET SEMPER SIBI MAGIS
APPROPINQVANTIBVS
IN EODEM PLANO IN INFINITVM
PROTRACTIS.

QVI REI MENTIONEM

tantum fecerunt.

PROCLVS in suis Commentarijs in primum li-
brum Elementorum Euclidis multis in locis.

GEMINVS in libro sexto suarum Geometrica-
rum Enarrationum.

GEORGIVS Valla Placentinus in libro primo suę
Geometrię Cap. LIX.

RABBI MOYSES Aegyptius in primo libro
Cap. 73 sui Operis inscripti Director dubitantium.

COELIVS Calcagninus in quadam sua Epistola.

QVI REM IMPERFECTE

demonstrarunt.

APOLLONIVS Pergæus in prima, & quartade-
cima Propositione secundi libri Conicorum.

PAPPVS in suis Scholijs in quintum librum Coni-
corum Apollonij.

A 2

EV-

⁴
EUTOCIUS Ascalonita in suis Commentarijs in
in secundum librum Archimedis de Sphæra, & Cy-
lindro: & in librum secundum Conicorum Apol-
lonij.

INNOMINATUS Antiquus Autor in fine libelli
de Sectione Conica, quæ Parabole dicitur.

ORONTIUS Finæus in suo libello de Speculo
Vstorio.

IOANNES Vernerus in vicesima Propositione
suorum Elementorum Conicorum.


RABBI MOYSES Narbonensis in Opusculo,
quod de hac re composuit.

RABBI SAMTOV in expositione Cap. 73 libri
primi operis inscripti Director dubitantium Rabbi
Moyfis Aegyptij.

HIERONYMVS Cardanus Mediolanensis in li-
bro sextodecimo de Subtilitate.

IACOBVS Peletarius in secundo trium suorum
Commentariorum De Dimensione Circuli, De
Contactu linearum, & De Constitutione Ho-
roscopi.

AD PRAESTANTISSIMVM
NOSTRAE TEMPESTATIS
MATHEMATICVM
FRANCISCVM BAROCIVM.

 *UPER* ut arguta excepit me campus arena,
Dum lūstro loca cuncta sagax, sitibundus, anhelans
Artis sacrata sacros cognoscere fonteis,
Et fidum querens tantis de heroibus unum
(*Quis sophia summam licuit pertingere metam*)
Tramite qui recto dubios deducat ad illam,
Duxq; salebrosa callis nos extricet idem.
Hic mihi tu solers occurris magne BAROCI,
Diuino ingenio referet qui hac abdita nobis,
Quo duce, tantarum edocti mysteria rerum,
Dadaleos tutò anfractus superare queamus.
Ergo haud ingrati, tanto pro munere, par est
Laudemus cuncti, & grato te pectore amemus.
Quassis tu interea monumentis perge vetustis,
Docto tu radio, docto tu in puluere perge;
Indefessus opem conferre petentibus omnem.
Laudes inde tuas series aeterna nepotum
Extollet Caelo, clari simul in chytā texent
Vsq; Geometra tua scitis dogmata formis,
Axe succum dum vasta Polos premet orbita Mundi.

Alexander Syngliticus Cyprius.

A 3

MVM IDEM AD LECTOREM.

ECCE Geometrici (Lector) miracula Puncti,
Nostris nota parum, priscorum haud lucida scriptis.
Altera ad alterius (dictu mirabile) nutum
Se magis atque magis concordi, linea, cursu
Perpetuò inflectunt, inhiant uni utraque Puncto;
Immo licet spatij semper brevioribus absint,
Attamen eterno patula discrimine distant:
Aeternum accedunt simul, eternumq; recedunt.
Ignibus ipsa prius spectabitur aequoris unda,
Terraq; se rapidis miscere volubilis astris.
Aut simul ire Poli, totus quos diuidit Orbis,
Quàm simul unita Puncto claudantur eodem.
Non hunc solertes apicem tetigere Latini,
Non plenè Eutocius, non sat Pergæus Apollon,
Non tota hoc docuit Graiorum turba Sophorum.
Arguti hoc Arabes, sublimi hoc mente Rabini,
Quotquot & hac fuerint præstantes arte Magistri
Miranda cuncti reticent mysterion artis.
Attamen hæc nobis arcana BAROCIVS vnus
Candidus impertit, profert hæc vnus apertam
In lucem, & valida rationum indagine fulcit,
Præ reliquis igitur merita illi laurea cedit
Totis Sicelidum votis decreta sororum.

IDEM AD FRANC. BAROC.

U DICE vel Momo debentur magne BAROCI
Munere pro magno munera magna tibi.

Sit tamen ista meis à te data venia dictis;

Non venit hac uni gloria tota tibi.

Ecce PALAEOTVS Musarum charus alumnus

Ordinis eximij gloria magna sui,

Huic tu cede volens, operis sibi vendicat huius

Dimidiam laudem, dimidiumq; decus.

Namque tibi toties felici, hic, omine, partus

Istius edendi suasor & auctor erat,

Optasti quoties longos premeretur in annos,

Forſan ut hoc careat posteritate bonum.

Sic bene prospexit sapienti mente CAMILLVS,

Cuius faultrici tanta tenemus ope:

Aeternas ergo, Aonidum decus inclyte, laudes

Grata debemus mente CAMILLE tibi;

Et nos quantatibi, tibi tanta BAROCIVS ille

Ille Geometrici Duxq;, Caputq; Chori.

Vsq; Geometra debent, omnes quoque Musæ,

Grataq; posteritas (si qua futura) tibi.



| Errata | sic corrigito | Pagina | Linca. |
|--------------------|--------------------------|--------|---------|
| in in secundum | in secundum | 4 | 1 |
| quamuis | quanuis | 41 | 1 |
| doplo | duplo | 66 | 4 |
| eum | cum | 74 | 4 |
| fit | est | 79 | 24 |
| partes P | partes E | 79 | 30 |
| secat | secet | 90 | 22 |
| secet | secat | 90 | 23 |
| quppecum | quippecum | 100 | 11 |
| determinatam | determinatum | 111 | 31 |
| vicefimanone primi | vicefimanone prop. primi | 121 | 18 |
| E G | F G | 125 | 8 |
| esse : diceret | esset dicere : | 136 | 4 |
| tangentes | tangentis | 145 | 27 |
| primum | primam | 159 | 8 |
| I M | K M | 159 | 33 |
| contractus | contactus | 166 | 1 |
| ipse | ipse | 168 | 33 |
| perieheria | peripharia | 183 | 7 |
| igi igitur | igitur | 186 | 33 |
| sextadecimam | sextamdecimam | 200 | 11 |
| pallatim | paulatim | 205 | 3 |
| tum tum circulis | tum circulis | 217 | 20 |
| frustratorie | frustra | 220 | 30 |
| frustratoria | supernacanea | 227 | 14 |
| GH | KH | 247 | 26, 35. |
| GH | KH | 248 | 5, 22 |

correcta omnia

5
FRANCISCI BAROCII
AD CAMILLVM PALAEOTVM
VIRVM CLARISSIMVM

Præfatio.



NONNULLA in Geometria Problemata, & Theorematata sunt (Camille vir præstantissime, ac eruditissime) quæ cum admiratione digna sint, hoc sibi nomen uendicarunt, ut à Geometris admiranda uocarentur: non profecto quia Geometris admiranda videantur (qui enim rerum causas sciunt, effectus admirari non possunt) sed quoniam vulgo geometricas eorum causas ignoranti absurda, incredibiliaq; apparent. Tale quidem est illud Problema. Super una parte lateris trianguli duas rectas lineas introrsum constituere duobus reliquis eiusdem trianguli lateribus maiores, & minorem angulum quàm ea latera continent. Quomodo. n. admirabile non est, si recta quidem linea super toto latere introrsum constituta, externis minores, & maiorem angulum comprehendentes ab Euclide demonstrata sunt: quæ verò super parte ipsius lateris constituuntur, eisdem externis maiores, & minorem angulum comprehendentes sint? Huiusmodi verò illud etiã est Problema, quod ait. Triangulum quadrilaterum reperire habens angulum externum tribus internis æqualem, tres autem

Admiranda in Geometria Problemata, & Theorematataque sint, & cur admiranda vocentur.

Admirandũ Problema.

Aliud admirandum Problema.

Admirabile
Pythagoricū
Theorema.

Aliud admi-
rabile Theo-
rema.

Propositio
admirabilis-
sima omniū
Geometrica-
rum Proposi-
tionum.

Rabbi Moy-
sis Aegyptij
dictum.

tem internos duobus rectis minores. Nonne hoc etiam ad-
miratu dignum erit, cum definiat Euclides triangulum esse
trilateram figuram, demonstretq; omnis trianguli angulum
externum duobus internis ex opposito iacentibus esse aqua-
lem: necnon tres internos duobus rectis aequales esse? Ex
admirandis etiam est Pythagoricum illud Theorema. Tria
sola Multangula totum, qui circa punctum unum est lo-
cum replere possunt, nempe Triangulum equilaterum,
Quadratum, & Sexangulum equilaterum simul, & equi-
angulum. Si enim Triangulum, Quadratum, & Sexan-
gulum locum ipsum replent; cur Quinquangulum etiam, &
Octangulum, ceteraq; Multangula eum replere nō possunt?
Ex admirabilium numero illud quoque Theorema est. Fi-
gurarum planarum rectilinearum quaedam habent ambi-
tus quidem, siue circuitus aequales, areas verò inaequales:
& e conuerso, areas quidem aequales, ambitus verò inaequa-
les, & quæ quidem minores habent ambitus, quandoque
aequales quoad aream, quandoque maiores sunt ijs, quæ ma-
iores ambitus habent: quæ verò quo ad aream minores sunt,
si maioribus quoad aream comparentur, aliquando aequa-
li, aliquando maiori ambitu fruuntur. Talia sunt ea Pro-
blemata, & Theoremata Geometrica, quæ admirabilia
vocantur. Ex omnibus autem admirandis in Geometria
propositionibus una est ceteras admiratione, stuporeq; supe-
rans, quippe quæ demonstrat duas in eodem plano posse de-
scribi lineas, quæ nunquam adinuicem coincidunt, etiam si
in infinitū protrahantur: et quantò longius producuntur, tan-
tò sibi inuicem propiores euadant. Vndè Rabbi Moyses Ae-
gyptius

gyptius primolib. cap. 73 sui diuini operis inscripti Director dubitantiū, volēs ostendere quod imaginatio non sit mentis operatio, sed à mente differat, hac vsus est ratione. Quoniam scilicet quaedam mente percipiuntur, quæ imaginatio non capit, quam utique rationem ex hoc confirmat, quod iam dicta omnium admirabilissima propositio mente quidem percipitur, sub imaginationem verò non cadit. Quod sanè Rabbi Moysis dictum si ita intelligatur ut à multis exponitur, falsum nimirum esse videtur, ideoq; à nonnullis tanquam falsum resellitur. Nil enim à mente percipitur, quod etiam ab imaginatione non capiatur, quamuis diuersis modis, nempe à mente quidem intelligenter, ab imaginatione verò imaginanter. Mens namq; cuncta simpliciter, & indiuisibiliter rationibus intelligit. imaginatio autem cōpositè, & partim diuisibiliter, partim indiuisibiliter formis in phantasia impressis res sibi subiectas imaginatur, atque cognoscit. Cum enim phantasia inter mentem, et sensum media sit, ut docent Aristotelici, ac Platonici: imaginatio etiam, quæ circa Phantasiam versatur, inter mentem, sensumq; media erit. Cum autem nil sit in mente, quod prius non fuerit in sensu, ut Aristoteles docet: necessariò quicquid mens percipit, imaginatio etiam capit. Non datur si quidem ab extremo ad extremum, nisi per medium transitus. Aliter igitur dictum Rabbi Moysis intelligendum esse existimo. Quod scilicet quaedam mente quidem percipiuntur, quæ imaginatio non capiat. Hoc est quibusdam rebus imaginatio non assentit, donec discurrens cogitatio causas earum inueniat, mensq; eas tanquam euidentes percipiat.

Quòd

Quomodo
dictum Rab-
bi Moysis in-
telligendum
sit.

Quòd enim duæ lineæ in eodem plano designatæ, si in infinitum producantur, nunquam inuicem coincidunt, semperq; magis, ac magis sibi inuicem appropinquant; sensus primum videt in rebus materialibus, & sensibilibus, & imperfectis: deinde imaginatio perfectiori quodam modo in Phantasia id imaginatur, in rebus imaginabilibus, & à materia sensibili separatis, & perfectioribus: postea verò cogitatio discurrens reperit huiusce rei causas, quibus rem ita se habere demonstrat: Postremò demum Mens ipsa rem iam demonstratam veluti veram percipit, tuncq; imaginatio, & sensus menti consentientes conquiescunt. Ecce igitur quòd mentis operatio ab imaginationis operatione differt, ut pulchrè concludit ipse Rabbi, si rectè verba eius intelligantur. Sunt autem aliæ quoque mentis ab imaginatione pulcherrimæ discrepantiæ, ut docent Philosophi, de quibus alibi sermo nobis etiam erit, ubi hoc Rabbi Moysis dictum, eiusq; verba plenius exposituri sumus. Verum enim vero quum celeberrimam, ac mirabilissimam iam dictam propositionem in medium mihi attulisses, eiusq; demonstrationem à me petisses: cupiens ego desiderio tuo pro viribus satisfacere, quoddam onus non leue suscepi, à quo tandem Dei Opt. Max. opus expeditum me video. Opus enim de hac re integrum composui, in quo tredecim modis præfatam propositionem problematicè demonstraui, & quicquid ab omnibus tum antiquis, tum recentioribus, quos vidi, Autoribus de hac re dicta fuere, in unum collegi: & ea quidem, quæ ab eis vel imperfectè, vel malè demonstrata fuerant, ad perfectionem, & exquisitam demonstrationem redegi: ea verò, quæ

ab

Vide hoc in
fine operis.

Propositū, &
Subiectum
operis.

ab eis falsò dicta sunt, rationibus confutavi, atque destruxi, ut rei veritas ab omni contradictione, controuersiaq; immu- nis redderetur. Talem autem in hoc opere ordinem serua- ui. Primum quidem more Mathematicorum principia Ordo. quadam posui, atque declaravi, quæ unà cum Euclidis Ele- mentis confirmant quidquid in toto opere à me dictum est. Post principia verò tres propositiones demonstraui, quatan- quam totius operis Elementa sunt. Deinde undecim di- uersas instituta propositionis demonstrationes posui: qua- rum etiam Elementa, & Sumptiones ante eas semper de- monstrationibus confirmaui; Corollariaq; necessaria ex eis excerpsti. Post undecim autem demonstrationes, errores insigniores, & imperfectiones Autorum de hac retractan- tium declaravi: falsasq; eorum opiniones redargui. Po- stremò denique libellum Rabbi Moysis Narbonensis de hac re compositum dilucidavi, in quo dilucidando reliquas etiam duas eiusdem propositionis demonstrationes illustra- ui, atque perfeci: dictum quoque Rabbi Moysis Aegyptij diligenter exposui, ac demum Diuino auxilio finem operi dedi. Finit. Cuncta verò hac à me quamuis non exiguo labore, libenter tamen peracta sunt cum ut integrè tibi satisfacere- rem, tum ut studiosis omnibus maximè prodessem. Om- nes enim qui diligenter huic nostræ lucubrationi operam nauarint, non solum admirandam illam propositionem per- fectè, diuersisq; modis demonstrare scient: verum etiam ita in rebus Conicis exercebuntur, atque instruentur, ut omnes libros de Conicis scriptos, præsertimq; Apollonij Ele- menta perfectè intelligere poterunt: nec non à multis erro- ribus,

Vtilitas.

ribus, in quibus Autores elapsi sunt, sese abstinebunt. Quam
 utilis autem doctrina de Conicis sit, multi grauissimi viri
 attestantur, quippe qui in ea tradenda maximè insudarunt:
 ut Conon, Apollonius, Serenus, Archimedes, & alij. Ex
 Conicorum enim doctrina multa humano vsui emolumen-
 ta proueniunt. Diuersa nanque Speculatum Conica, tum
 etiam Columnaria ea Perspectiua scientiae pars, quae Specu-
 laria dicitur, construere docet, quae porrò mirabiles effectus
 nobis suppeditant. Fieri autem non potest ut dicta Specu-
 la rectè construantur ab eo, qui Conicorum Elementorum
 ignarus existit. Nam Speculum illud omnium Speculo-
 rum alioqui utilissimum, quod per reflexionem radiorum
 Solis magna etiam, & durissima corpora comburit, quo Ar-
 chimedes quoque in Syracusis naues comburebat, nonne ex
 Conica illa Sectione fit, quae Parabole appellatur? Praeterea
 centra grauitatum inueniri non possunt sine Conicarum
 Sectionum adminiculo, ut patet ex libris Archimedis de
 aequè ponderantibus, seu centris grauium planorum, & ex
 libro περὶ ὀχουμένων, quem nonnulli inscribunt de insidenti-
 bus aqua, alij uerò, de ijs quae vehuntur in aqua. At cen-
 tri grauium cognitio, nonne admodum necessaria est ad mul-
 tas Machinas cum in bello, tum in pace utilissimas extruen-
 das? Rursus Perspectiuae scientiae, quae adeo utilis est, om-
 nia fundamenta ex Conicis dependent, quandoquidem om-
 nis visio per Conum fit. Quinetiam multas alias utilitates
 praebeat Conicorum doctrina Astrologiae, Mechanicae, & Ar-
 chitecturae, quas in praesentia, ne tadio te afficiam, silentio
 pertranseo. Utilissima itaq; Conicorum doctrina est, ad quam
 opus

P R A E F A T I O.

31

opus hoc nostrum breuiter instituit, dum propositionem
 precipue nobis institutam varijs modis demonstrat. Acci-
 pe igitur Camille nobilissime, atq; doctissime hunc nostrum Dicatione
 laborem, qui sub tui nominis, totiusq; Academiae nostra fe-
 licissimis auspicijs in lucem prodiens, non parua cum auto-
 ritate in manibus hominum versabitur. Bononia Kalen-
 dis Ianuarij Anno Salutis M. D. LXVI.

Definitiones Prima.

Definitio 1.



CONVS est figura, quæ describitur, quando vno rectanguli trianguli latere eorum, quæ circa rectum sunt angulum manente, circumductum triangulum, in eundem rursus locum restitutum fuerit, vnde moueri cœperat. Atque si manens recta linea æqualis fuerit reliquæ circum rectum angulum existenti circumductæ, Rectangulus erit Conus: si verò minor, Obtusangulus: si autem maior Acutangulus.

2 Axis autem Coni est manens illa recta linea, circa quam triangulum vertitur.

3 Basis verò Coni, est circulus, qui à circumducta recta linea describitur.

4 Vertex, seu Fastigium, Culmen, Cacumen, Summitas, siue Apex Coni, est punctum supremum manentis rectæ lineæ circa rectum angulum existentis.

Ex his quatuor definitionibus tres priores ab Euclide positæ sunt inter initia libri vndecim Elementorum, & sunt ibi 18, 19, & 20. nos verò quartam etiam subiunximus iuxta Euclidis doctrinam. Apollonius autem Pergæus in principio primi libri Conicorum aliter hæc definiuit, vt in sequentibus definitionibus.

5 Si à quodam puncto ad circumferentiam circuli, qui non sit in eodem plano, in quo punctum est, coniuncta recta linea in vtranque partem protrahatur, & manente puncto recta illa linea ducta circa circuli circumferentiam in eundem rursus locum restituatur, vnde ferri incepit: descriptam à recta linea superficiem,
quæ

quæ componitur ex duabus superficiebus aduerticem inuicem iacentibus, quarum vtraque in infinitum augetur, describente recta linea in infinitum producta, voco Superficiem Conicam :

Summitatem verò ipsius, punctum dictum : 6

Axim autem , rectam lineam ductam per punctum illud, & centrum circuli : 7

Conum autem , figuram contentam à circulo , & conica superficie, quæ inter summitatem , & circuli circumferentiam interijcitur : 8

Summitatem autem Coni, punctum, quod superficiei conicæ summitas est : 9

Axim verò Coni, rectam lineam ductam à summitate ad centrum circuli : 10

Basim demum Coni, circulum illum. 11

Conorum autem Rectos voco eos, qui Axes habent ad rectos angulos ipsis basibus : 12

Scalenos verò, qui non ad rectos angulos ipsis basibus Axes habent. 13

Sic ab Apollonio hæc definiuntur, quæ porro definitiones & numero plures, & locupletiores superioribus quatuor Euclidis definitionibus sunt. Non omnibus enim hisce ab Apollonio definitis Euclides indiguit. Quum autem nobis in hoc libro cuncta hæc necessaria essent, non immerito iuxta doctrinam Apollonij, sic etiam ea definire volumus. Nam primum quidem definit Apollonius conicam superficiem ex eius ortu, deinde conicæ superficiei tum Summitatem, tum Axem. Postea ex his Conum, eiusque Summitatem, Axim, & Basim definit. Postremo Recti, & Scalenij Coni definitiones tradit. Differunt autem definitiones Coni, & suarum Summitatis, Axis, & Basis, quas de mente Euclidis posuimus, ab eis, quas secundum Apollonium tradidimus. Quoniam illæ

Comparatio definitionū Euclidis definitionibus Apollonij.

Quo differant definitiones Apollonij ab Euclidis definitionibus.

læ quidem ab ortu Coni res ipsas explicant, hæ verò Conum tanquam à conicæ superficiæ generatione constitutum accipiunt, eumque ex terminis, à quibus continetur, veluti ex differentiis specificis, similiterque eius Summitatem, Axim, & Basim definiunt.

Digressio.

Quatuor ad notanda.
Not. primū.

Quo differant summitas, & Axis conicæ superficiæ à summitate, & Axe conici.

Quædam autem hîc animaduertenda sunt. Primò q̄ licet Summitas, & Axis superficiæ conicæ cum Summitate, & Axe Coni eadem esse videantur: differunt tamen, atque ex prioribus posteriorum cognitio dependet. Idcirco Apollonius seorsum quidem hæc ab illis declarauit. Cùm enim conicam superficiem vocasset eam, quæ componitur ex duabus superficiibus ad verticem inuicem iacentibus, quippeque ex ductu rectæ lineæ circa circuli circumferentiam vno ipsius rectæ lineæ puncto immobili permanente generantur: non immerito Summitatem ipsius conicæ superficiæ, dictum immobile punctum definiuit. Ipsæ nanque duæ superficies totam conicam superficiem componentes in infinitum ex vtraque parte augeri possunt, si recta linea ipsas suo circumductu describens in infinitum ex vtraque parte protrahatur. Quare punctum illud manens, duasque dictas superficies ad verticem coniungens, totius conicæ superficiæ Summitas erit. Recta verò linea ducta per illud punctum, & centrum circuli, erit conicæ superficiæ Axis. Cùm autem Conum definisset figuram contentam à circulo, & conicæ superficie interiecta inter Summitatem, & circuli circumferentiam (hoc est figuram contentam à circulo illo, circa cuius circumferentiam recta linea circunuolebatur, & parte totius conicæ superficiæ inter summitatem, & ipsam circuli circumferentiam iacente) merito Summitatem Coni esse dixit punctum illud, quod etiam superficiæ conicæ Summitas esse definitum est: Axim verò Coni, rectam lineam ductam ab ipsa tum superficiæ conicæ, tum Coni Summitate ad iamdicti circuli centrum. Vnde manifestum est q̄ Summitas, & Axis conicæ superficiæ à Summitate, & Axe Coni hoc differant, quoniam Summitas conicæ superficiæ cōsideratur tanquam communis duorum Conorum vertex: Coni autem Summitas, tanquam vnius tantum Coni fastigium. Similiter Axis conicæ superficiæ duos Conorum duorum Axes in se cōtinet, Coni autem Axis, vnius tantum Coni Axis est. Quare non ab re Apollonius conicæ superficiæ Axem dixit esse rectam lineam ductam per punctum illud, & centrum circuli: Coni verò Axem, rectam lineam ductam à Summitate ad centrum circuli. Nam illa quidem particula [per punctum]

Etum illud, & centrum circuli] ostendit nobis q̄ Axis conicæ superficiei debet à superiori duorum illorum Conorum aduerticem inuicem iacentium ita duci, vt transeat per punctum illud, hoc est conicæ superficiei Summitatem, illudq; in se amplectatur: nec non per centrum circuli. Illa verò particula [à Summitate ad centrum circuli] nobis indicat q̄ Axis Coni debet initium sumere ab ipsa Coni Summitate, & peruenire vsque ad centrum circuli illius, circa cuius circumferentiam linea recta circumducta, & in eundem locum, vnde ferri incepit, restituta; conicam superficiem, Conumq; ipsum produxit, quem vtique circulum mox Coni basim esse Apollonius definiuit. Summitas igitur superficiei conicæ à Coni summitate differunt ratione, quamuis re ipsa vnum, & idem sint punctum: Axis verò conicæ superficiei ab Axe Coni discrepat, vt totum à sua parte. Hoc itaq; primò erat animaduertendum. Secundò autem adnotandum est q̄ ex Euclidis definitione tres habemus Conorum species, nempe Rectangulum, Obtusangulum, & Acutangulum, quas Apollonius non distinxit: sed duas ipse Conorum species definiuit, Rectum. s. & Scalenum, quæ quidem duæ species in qualibet trium Euclidis formarum considerari possunt. Conus. n. siue Rectangulus, siue obtusangulus, siue Acutangulus sit: cum Rectus, tum Scalenus esse potest. Rectus quidem, si eius Axis suæ Basi ad rectos angulos sit: Scalenus verò, si eius Axis ad rectos suæ Basi non fuerit angulos. Causa autem propter quam Euclides quidem tripliciter, Apollonius verò dupliciter Conum diuiserint, hæc est: quoniam. s. Antiqui Geometræ affectiones quasdam vnicuique earum trium formarum proprias esse credidere, quas tamē omnes Apollonius demonstrauit in qualibet trium formarum Coni, dummodo Rectus sit. ex quo etiam magnus Geometres appellatus fuit. Quare non erat necessarium vt tres illas species Apollonius distingueret. Quoniam autem non omnia, quæ de Cono Recto dicuntur, Scaleno etiam conueniunt (vt in Apollonij doctrina versatis perspicuum est) propterea oportuit Apolloniū duas iam dictas Conorum species, Rectum. s. & Scalenum proprijs definitionibus distinxisse. Hic autem obiter animaduersione quoque dignum est, q̄ siue Rectus, siue Scalenus sit Conus hoc habent commune, q̄ vtriusque Basis circulus sit: hoc autem discrepat, quòd Recti quidem Coni Axis Basi suæ ad rectos est angulos, Scaleni verò Axis Basi ad rectos angulos non est. Vnde quidam magnopere hallucinati sunt: inter quos etiam Cardanus

Not. secundum.

Tres conorū species secundum Eucl.

Duæ conorū species secundum Apollonium.

Cur Euclides tres, Apollonius autem duas conorum species tradant.

Not. obiter.

Error quorundam, & Cardani.

in libro

Not. rectū.

Not. quartū.

in libro 16. de subtilitate) qui arbitrantur Conos Scalenos, quos ip-
 si Inclinos vocant, non habere Basim circulum, sed aliam figuram
 à circulo diuersam. Quod nimirum falsissimum est. Quoniam tales
 Coni, quorum Basis circulus nō est, neque etiam Coni sunt, sed Co-
 norum partes. Quandoquidem omnis Coni Basis circulus esse de-
 bet, vt definitum est tum ab Euclide, tum ab Apollonio. Tertiò ad
 notandum est quòd definitio Coni tradita ab Euclide non compe-
 tit nisi Cono Recto; Scaleno enim nullo pacto conuenire potest,
 vt rectè animaduertit Geminus in libro suarum Geometricarum
 enarrationum: Definitio verò superficiei conicæ ab Apollonio tra-
 dita Scaleno etiam cōuenit Cono, si (vt animaduertunt Pappus, &
 Eutocius in primū librū. Conic. Apollonij) protrahi, & contrahi ex
 vtraque parte intelligamus rectam lineam, quæ circa circuli circun-
 ferentiam vertitur. Cū igitur Conorum alius Rectus, alius Scale-
 nus sit, & horum vterq; triplex esse possit, scilicet Rectangulus, Ob-
 tusangulus, & Acutangulus; hoc etiam vltimò animaduertendum
 est, quòd in sequentibus principijs cū de Cono absolutè loque-
 mur, Conum tantummodo dicemus: cū autem de Cono Recto,
 partieulam [Rectum] Cono semper adiiciemus. De Scaleno autem
 nullum sermonem habebimus tanquam præsenti tractationi nō ne-
 cessario. omnia vero, quæ dicemus, tum in Rectangulo, tum in Obtus-
 angulo, tum etiam in Acutangulo Cono vera esse intelligenda sunt
 iuxta doctrinam Apollonij, quem nos sequentes nullam de his tri-
 bus formis separatam mentionem faciemus; sed absolutè vel de
 Cono Recto, vel omnino de Cono sermo nobis erit.

14 Canicæ Basis Dimetiens, est ipsa iam dicti cir-
 culi Dimetiens.

15 Plana superficies Conum secare dicitur, quæ co-
 nicam superficiem secat.

16 Plana superficies Conum tãgere dicitur, quæ cū
 tangat conicam superficiem, quomodocunq; produ-
 catur, eam non secat.

Tres hasce definitiones superioribus definitionibus subiungere
 placuit, quoniam tractationi nostræ sunt necessariae, quæ quidem
 prorsus conspicuæ sunt. Cū autem reliquarū definitionū à nobis
 ponendarum

ponendarum cognitio à quibusdam petitionibus huic tractationi necessarijs dependeat, propterea hæc nobis esse concedenda petimus.

Petitiones.

I à Coni Vertice ad quodlibet conicæ superficiei punctum recta ducatur linea, tota erit in conica superficie.

Si verò in conica superficie duo quælibet puncta præter Coni Verticem recta linea coniungat, tota intra conicam superficiem cadit: Quòd si ultra duo illa puncta producat, extra Coni superficiem exit.

Si Planum per Coni Verticem secet Conum; communis sectio conicæ superficiei, & Basis, & secantis Plani, Triangulum rectilineum est, quod Conum per medium diuidit, ipsumque per medium ab Axæ Coni in duo triangula diuiditur.

Si Planum Coni Basi Parallelum Conum Rectum secuerit; communis sectio Plani secantis, & conicæ superficiei, circumferentia circuli est centrum habentis in Axæ Coni, cuius Dimetiens est communis sectio, in qua dictum planum cum Plano ipsius Axis, seu trianguli Conum per medium diuidentis sese intersecant.

Si Planum Conicæ Basi non parallelum secas Conum Rectum, haud per eius Verticem transierit: communis sectio eiusdem plani, & conicæ superficiei inflexa quædam, Mistaque est linea.

Hæ sunt Petitiones tum præsentis Tractationi, tum sequentium definitio-

C

definitionum perceptioni necessaria, quas tanquam manifestas supponimus quoniam sensui patent, & quoniam ab Apollonio demonstratae sunt. Nam primas quidem quatuor demonstravit Apollonius in quatuor primis propositionibus primi libri Conicorum: quinta verò patet etiam ex secunda harum petitionum, & ex nona propositione eiusdem primi libri Conicorum. Ibi. n. demonstrat Apollonius eam sectionem, de qua nostra quinta petitio loquitur, non esse circulem lineam. At neq; etiam recta est, quia si recta esset, per dictam secundam petitionem tota intra conicâ superficiem caderet, & sic non esset in conica superficie, quod est contra suppositionem ipsius quintae petitionis. Cum autem neque recta, neque circularis sit: necessario mista erit. Omnis. n. linea vel recta est, vel circularis, vel ex his mista. His itaque petitionibus positis reliquae definitiones sequuntur.

Definitiones Secunda.

Definit. 17.



ATVS Coni dicitur recta linea, quae à Coni Vertice usque ad eius Basim tota est in conica superficie.

Hæc definitio ex prima petitione scaturire videtur.

12 Triangulum per Axem Coni vocatur illud, quod Conum per medium diuidit, ipsumque per medium ab Axe Coni in duo triangula diuiditur.

Not. primū.

Hæc dependet ex tertia petitione. Adnotandum est autem quòd hoc triangulum multi vocant Triangulum ab Axe Coni, fortasse quoniam ab Axe Coni per mediū diuiditur. Sed melius est ipsum vocare Triangulum per Axem Coni. Quoniam semper tale triangulum trāsit per Axem Coni, cum semper Conum per medium diuidere, ipsumque per medium ab Axe Coni diuidi debeat. Axis. n. Coni in medio Coni semper est. Vel etiam sic vocatur, quoniam à

Not. secundū.

plano Conum per Axem secanti sit. Præterea notandum est, quòd in quolibet Cono infinita huiusmodi triangula fieri possunt, nō semper æquicruria (vt malè Cardanus exponit.) Sed in Recto quidem Cono tum æquicruria, tum æquilatera. in Scaleno verò tum æqui-

Error Cardani in lib. 16 de subtilita.

latera,

latera, tum æquicruria, tum etiam Scalena. Quæ porrò Triangula cum ab Axe conī per medium in duo triangula diuidantur; ea profectò duo, quæ inde fiunt triangula partialia non semper ambo rectangula, (vt ait Cardanus,) sunt, verum in recto quidem Cono ambo rectangula semper erunt: in Scaleno autem, illa duo tantum, quæ sunt dimidiæ partes eius trianguli, quod duo latera in Coni Vertice sese coniungentia æqualia habet. reliqua verò per Axem Coni Scaleni triangula cum habeant duo dicta latera inæqualia, diuidunt quidem Conum per medium, ipsaque per medium ab Axe Coni diuiduntur, sed non in duo rectangula triangula. Aut. n. alterum tantum eorum, aut neutrum rectangulum erit.

Alius error
Cardani ibi-
dem.

Basis trianguli per Axem Coni, est ipsa conicæ
Basis Dimetiens.

19

Quum trianguli basis dupliciter à Geometris accipitur, vel pro latere, quod è regione ante oculos iacet, quando nullum antea latus nominatum est: vel pro tertio latere duobus iam præacceptis, & nominatis: non immerito ipsius per Axem Coni trianguli Basis semper esse dicitur ea recta linea, quam in 14 definitione Conicæ Basis Dimetientem esse diximus. quando quidem hæc linea semper est latus illud trianguli per Axem Coni, quippe quod è regione ante nostros oculos iacet, dummodo Conus ipse super suâ basim erectus maneat.

Basis triangu-
li duplex cō-
sideratio.

Conica sectio dupliciter accipitur, vel pro linea, vel pro superficie plana. Si pro linea suscipiatur, illa mixta. linea est, quæ à plano Conicæ Basi non parallelo secanti Conum Rectum, per eiusque verticem non transi-
enti in conica superficie fit: Si verò pro plana superficie, illa plana superficies est, quæ continetur à iam dicta mixta, & à recta linea, quæ conicæ basis, & iam dicti secantis plani communis sectio est.

20

Tota hæc definitio à quinta petitione dependet.

Conicæ Sectiones tres sunt Parabole, Hyperbole,
& Ellipsis. Parabole quidem fit, quando planum secans

21

Parabole qd
fit.

C 2 Rectum

Hyperbole
quid sit.

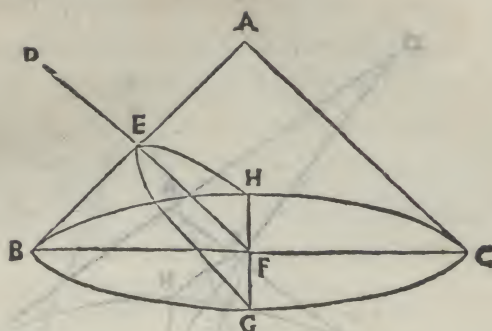
Ellipsis quid
sit.

Quomodo
Antiqui tres
conicas Se-
ctiones in tri-
bus Coni Re-
cti formis in-
uenerint.

Rectum Conum ad planum trianguli per Axem Coni erigitur, horumque Planorum communis sectio secans iam Basim, & alterum latus trianguli, reliquo eiusdem trianguli lateri parallela fuerit. Hyperbole vero fit, quando communis dictorum planorum sectio cum reliquo trianguli per Coni Axem latere ultra Coni Verticem producto coincidit. Ellipsis autem fit, quando eadem communis sectio secans alterum duorum ipsius trianguli laterum, & basi non parallela existens, cum reliquo latere intra Conum coincidit.

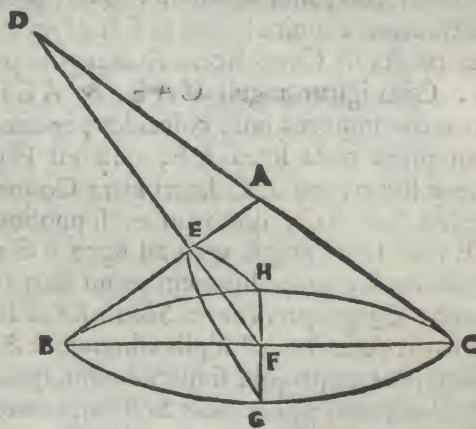
Hæ sunt tres illæ celeberrimæ conicæ sectiones, quas antiqui Geometræ in tribus Coni Recti formis inuenere, Parabolem quidem in Cono Rectangulo: Hyperbolem verò, in obtusangulo: Ellipsim autem, in Acutangulo. cum enim, in Cono Rectangulo alteri laterum trianguli per axem Coni perpendicularem rectam lineam duxissent, Parabolem inuenerunt. cum autem in Obtusangulo Cono idem fecissent, Hyperbolem fieri deprehenderunt. Cum verò in Acutangulo idem egissent, Ellipsim oriri comperiere. Quas profecto tres Sectiones prisca alijs nominibus appellarunt. Nam Parabolem quidem, Rectanguli Coni sectionem: Hyperbolem verò, obtusanguli Coni sectionem: Ellipsim autem, Acutanguli Coni sectionem vocabant. putantes nimirum vnamquamque harum trium Sectionum vnicuique trium Conorum speciei propriam esse. Apollonius autem in vno quolibet Cono seu Rectangulo, seu Obtusangulo, seu Acutangulo tres iam dictas reperit Sectiones iuxta diuersum planorum secantium situm, sicuti præsens definitio declarat. vocauit autem eas non communibus (vt antiqui) sed proprijs nominibus, Parabolem, Hyperbolem, & Ellipsim. Nam Rectanguli, seu Obtusanguli, seu Acutanguli Coni Sectio: cõe nomen est, quod tum Parabolæ, tum Hyperbolæ, tum demum Ellipsi conuenit. quâdoquidem in vnoquoque Cono vnaquæque istarum Sectionum fieri potest. Verum vt apertius ea, quæ dicimus intelligantur, exempla in mediū adducenda sunt. Sit igitur Conus Rectus, atque Rectangulus ABC, cuius vertex A, basis autem circulus habens dimetientem BC; Triangulum verò per Axem Coni sit

ni sit ABC, cuius latus AB secetur à recta linea DE in signo E ad rectos angulos, & producat ipsa DE donec secet trianguli basim BC ad signum F. Deinde imaginemur planum aliqd secans

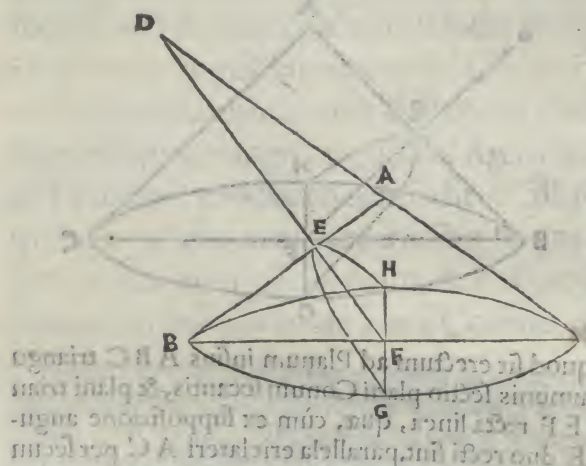


Conum ABC iuxta lineam DEF, quod sit erectum ad Planum ipsius ABC trianguli. Erit ergo communis sectio plani Conum secantis, & plani trianguli ABC ipsa EF recta linea, quæ, cum ex suppositione anguli FEA, & CAE duo recti sint, parallela erit lateri AC per secundam partem 28 propositionis primi libri Elementorum Euclidis. Fit igitur per quintam petitionem huius in conica superficie quædam mista linea, quæ sit GEH. Erit autem communis sectio plani Conum secantis, & Basis conicæ recta GH linea. Quamobrem ipsa GEH Sectio conica, Parabola est per primam præsentis definitionis partem.

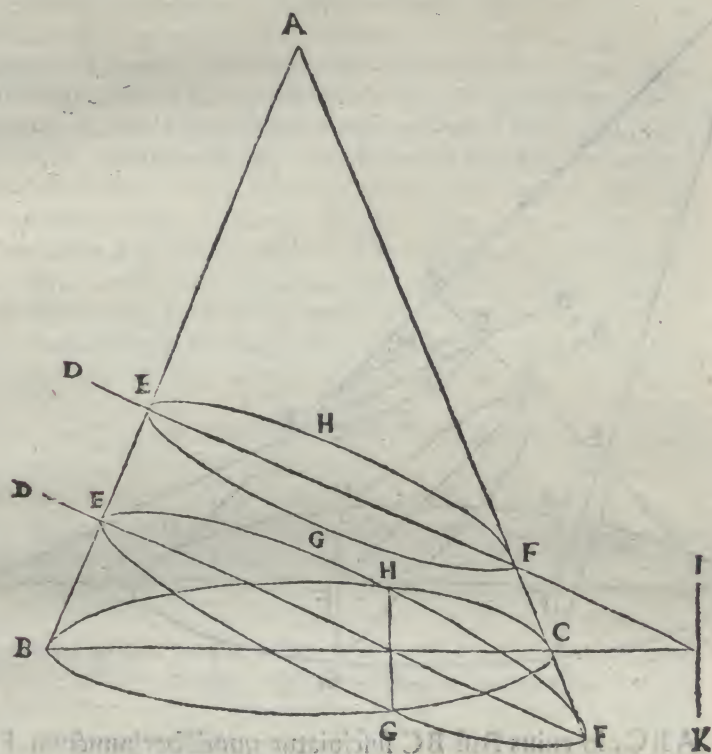
Similiter fiant omnia ut prius, sed in Cono Recto Obtusangulo. Cum itaque duo anguli CAE, & AEF per suppositionem duobus rectis maiores sint (vnus. n. rectus, & alter



obtusus

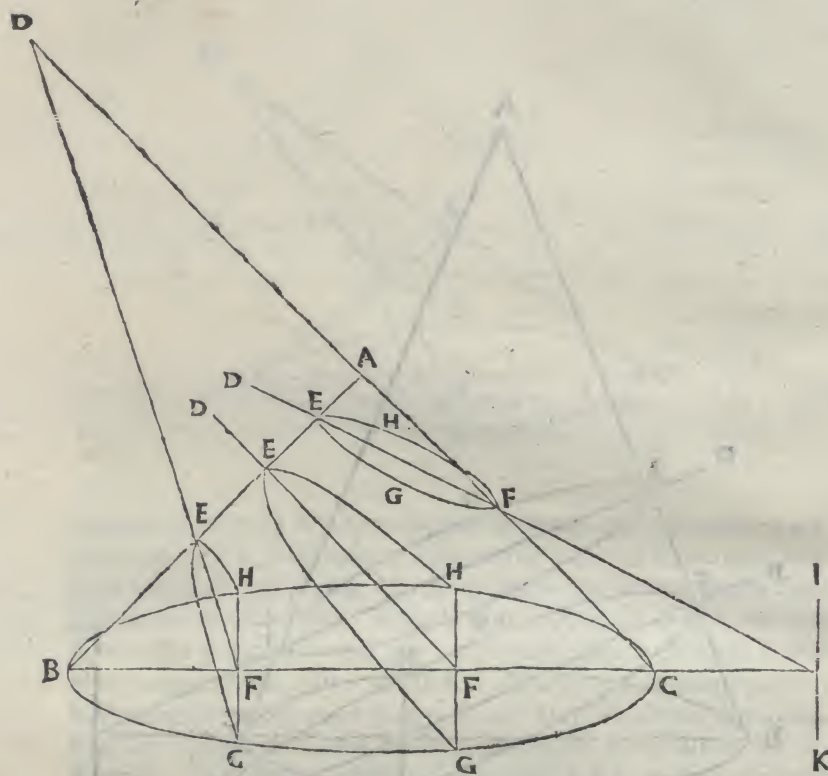


obtusus est) si latus AC producaturn in partes A , coincidet neces-
sario cum ipsa FE communi dictorum Planorum sectione in lon-
gum producta ad partes D per quintam petitionem primi libri
Elementorum Euclidis. Anguli enim DAE , & DEA duobus
sunt rectis minores, cum per 13 propositionem eiusdem primi
vnus eorum rectus, alter acutus sit. Quare per secundam partem
huius definitionis conica Sectio GEH Hyperbole est. Haud dis-
similiter cuncta in Cono Recto Acutangulo peracta esse intelli-
gantur. Cum igitur anguli CAE , & AEF ex suppositione
duobus rectis minores sint, coincidet per eandem quintam Pe-
titionem primi recta linea EF , quæ est Planorum dictorum
communis sectio, ipsi AC lateri intra Conum in signo E ; nec
est parallela Basi BC , quoniam ex suppositione anguli ad si-
gnum E recti sunt, anguli verò ad signa BC per sextam, & tri-
cesimam secundam propositionem primi libri Elementorum Eu-
clidis, acuti. Quapropter conica Sectio $EGFH$ per tertiam par-
tem præsentis definitionis Ellipsis est, quam & $\sigma\upsilon\pi\epsilon\omicron\delta\upsilon$, hoc est Cly-
peum Græci vocant propter similitudinem, quam habet cum ipso
Clypeo. Hoc pacto tres conicas Sectiones antiqui Geometræ in
tribus Conorum formis reperire. Apollonius autem alio artifi-
cio



cio in vno quouis Cono Recto eas omnes adinuenit. Sit vnus qui-
libet Rectus Conus, siue Rectangulus, siue Obtusangulus, siue Acu-
tangulus ipse ABC, cuius Summitas A, Basis autem circulus
habens dimetientem BC, Triangulum verò per axem Coni ipsum
ABC, in

Quo Apoll.
in vno quo-
nis Cono Re-
cto tres co-
nicas sectio-
nes reperit.



ABC, in cuius Basi BC suscipiatur quodlibet punctum F, per quod ducatur per 3^{am} propositionem primi lib. Elem. Euclidis recta FED linea parallela ipsi AC lateri, secans reliquum trianguli latus AB in signo E. Rursum à quouis ipsius BC basis puncto F ducatur recta linea FE, quæ non sit parallela ipsi AC lateri, sed coincidat cum eo producto extra Conum vltra Verticem A in signo D. Quod utiq; semper eueniet quancuncq; anguli CAE, & FEA duobus rectis maiores facti fuerint. nihilq; prohibet quin in quouis Cono fieri possint. Præterea suscepto extra Conum quolibet D signo ducatur recta linea DEF secans duo latera trianguli ABC in signis E, F, & non sit parallela basi BC. Hisce
ita

Ita dispositis imaginemur tria Plana secantia Conum ABC iuxta tres rectas EF lineas, quæ sint erecta super Planum trianguli ABC. Erunt communes quidem sectiones ipsorum Planorum, & Plani trianguli ABC tres EF rectæ lineæ. Communes autem eorundem Planorum, & Basis Coni sectiones erunt tres GH rectæ lineæ, quæ oportet ut secent ipsam BC ad rectos angulos, vel omnes intra Conum, vel duæ semper intra, & una extra, ut in superioribus figuris linea IK. Mista verò lineæ per quintam petitionem huius in conica superficie tres erunt, nempe GEH, & GEH, & EGFH. quarum una quidem erit Parabole, altera autem Hyperbole, tertia verò Ellipsis iuxta præsentis definitionis doctrinam. & sunt omnes in uno, eodemque Recto Cono, qualiscunque ipse sit. Sic etiam Apollonius unico in Cono tres conicas Sectiones adinuenit. Causæ autem propter quas Apollonius unam quidem harum trium conicarum Sectionum Parabolem, alteram Hyperbolem, tertiam Ellipsim nuncupauerit, non illæ sunt, quæ assignantur à Georgio Valla in libro quarto suæ Geometriæ cap. 3, & à Hieronymo Cardano in libro 16 de subtilitate, & à Federico Commandino in commentario suo in librum de Quadratura Paraboles Archimedis de mente Eutocij Ascalonitæ in primum librum Conicorum Apollonij. Nam Georgius Valla, & Federicus Commandinus inquirunt de mente ipsius Eutocij, Parabolem quidem sic fuisse nominatam, quia communis sectio plani Conum secantis, & plani trianguli per axem Coni parallela est lateri ipsius trianguli. Commandinus enim refert Eutocij verba Græca dicentis Parabolem esse dictam *ἀπὸ τῆς παράλλου εἶναι* hoc est à parallelum esse. Hyperbolem verò sic dictam fuisse duabus aruit, de causis: primò quoniam duo anguli, qui in superioribus figuris sunt, AEF, & EAC in Hyperbole duos rectos excedunt: secundò, quoniam recta linea DEF in Hyperbole excedit Verticem Coni, & coincidit extra Conum ipsi CA lateri trianguli per Axem Coni insigno D. Ellipsim demum duabus similiter causis ita nuncupatam fuisse asseruit, aut quòd predicti anguli in Ellipsi à duobus rectis deficiant, aut quòd Ellipsis sit circulus imminutus. Cardanus autem Parabolem quidem ait significare è ragione, & sic appellari: quia quantumcunque una cum ipso Cono producatur, semper est è ragione alterius lateris trianguli: Hyperbolem verò ita vocari dixit quoniam angulus AEF in ea maior est, quàm in Parabole: Ellipsim autem ita dici val, quia

Digressio.

Trium conicarum sectionum etymologia.

Eutocij Ascalonitæ, & Federici Commandini, & Georgij Vallæ, & Hieronymi Cardani falsæ opinionones.

D non

Opinionis su-
periorum co-
tutatio.

non ut Parabole, & Hyperbole potest in infinitum extendi. Hæ sunt
causæ à iamdictis Autoribus redditæ. Quantum autem à veritate
alienæ sint, nobis rem ipsam rectè cōsiderantibus manifestum fiet.
Quo nam pacto igitur aliquis etiam parùm in Geometria versatus
sibi persuadere poterit quòd Parabole conica illa Sectio vocata sit
quoniam communis sectio plani Conum secantis, & Plani triangu-
li per Axem Coni parallela est lateri eiusdem trianguli? Quid enim
ipsi Parabolæ cum parallela? Nonne cuique græcas callenti literas
manifestum est Parabolem nullo modo parallelum significare pos-
se? Miror equidem Eutocium Ascolonitam rem hanc dixisse, cum
græcus fuerit. Rursus Parabolem significare è regione, credo nemi-
nem esse, qui fateatur. Quomodo ergo hac etiam ex causa sic appel-
latur? Quòd si etiam parabole è regione significaret, cur etiam
circulus qui à plano. Conū Rectum secante conicæ Basi parallelo fit,
Parabole non dicitur, cum ipse quoque Basi trianguli eiusdem è re-
gione sit? Præterea si Hyperbole quidem idest excessus vocaretur,
quoniam duo iam dicti anguli duos rectos excedunt angulos: Elli-
psis verò idest defectus diceretur, quoniam iidem anguli à duobus
rectis angulis deficiunt; cur ab internis potiùs angulis, quàm ab
externis hæ figuræ nomenclaturam sortitæ sunt? Non ne in Hyper-
bole anguli externi DAE , & DEA deficiunt à duobus rectis?
Quur igitur non ab hisce etiam Ellipsis sectio hæc vocanda est? Si-
militer cum in Ellipsi anguli externi duos rectos excedant, qua de
causa Excessus etiam non vocatur? At si Hyperbole sic dicta est,
quoniam recta linea DEF excedit Verticem Coni, & coincidit
extra Conum ipsi CA lateri; cur è contrariò Parabole defectus
non dicitur, cuius recta DEF linea supra Coni Verticem cū AC
latere nunquā concurrat? Quòd si Hyperbole ita nuncupatur quo-
niam angulus AEF in ea maior est quàm in Parabole, cur etiam
Parabole respectu ipsius Ellipsis excessus dicenda non est, cum in ea
quoque angulus AEF maior sit quàm in Ellipsi. vel cur non po-
tius ab altero BEF interno angulo minori in Hyperbole quàm
in Parabole existenti defectus denominabitur? Si demum Ellipsis
ita vocatur quòd duo iamdicti interni anguli à duobus rectis exce-
dantur, nullam video rationem, propter quàm ab internis potiùs
angulis Ellipsis, quàm ab externis Hyperbole nuncupanda sit. Si ve-
rò talem habuit denominationem, quòd sit quasi circulus imminu-
tus; procul dubio Lunullaris etiā, vel Vtrinque conuexa, vel Cyffoi-
des si-

des figura, quæ circuli diminuti esse videntur, Ellipsis nomine frui deberent. Si denique sic vocaretur, quia non vt Hyperbole, & Parabole potest in infinitum extendi; hac eadē ratione circulus etiam, nec non tres supra nominatæ figuræ hoc nomen sibi vendicassent. Credo itaque neminem esse, qui non videat quod causæ, & rationes ab his viris traditæ omnino à veritate ipsa dissentiant, atque ridiculæ sint. Quapropter veræ causæ harum denominationum de mente Apollonij nobis assignandæ sunt, quas quidem causas Pappus etiam Alexandrinus in suis scholijs in primum librum Conicorum Apollonij breuiter tetigit, & Commandinus in ipsa Apollonij editione in fine propositionum duodecimæ, ac tertiadecimæ de Hyperbole, & Ellipsi rectè adnotauit, quodammodo se corrigens de ijs, quæ dixerat in suo commentario in lib. Archimedis de Quadratura Paraboles: de ipsius Paraboles autem falsa, quā in iam dicto loco scripserat, etymologia, nusquam se correxit, sed in eūdem cum Eutotio, & alijs errorem permansit. Tradens itaque Apollonius ortum, & proprias Affectiones harū trium Conicarū Sectionum in 11, & 12, & 13 propositionibus primi libri Conicorum, demonstrat vnā esse peculiarem proprietatē vnicuique harum trium Sectionum ab earum ortu scaturientem. quod scilicet in Parabole quidam quarundam rectarū linearum quadrata æqualia sint quibusdam parallelogrammis rectangulis, quippe quæ cuidam datæ rectæ lineæ ita adhærent, vt eius longitudinem nec excedant, nec ab ea excedantur, sed illa linea vnum eorum parallelogrammorum latus euadat: in Hyperbole verò, quod earundem rectarum linearū quadrata æqualia sint nonnullis parallelogrammis rectangulis datæ cuidam rectæ lineæ sic inhærentibus, vt eius longitudinē excedant parallelogrammo simili, similiterque iacente cuidam alio dato parallelogrammo rectangulo: in Ellipsi autem, quod earundem rectarum linearum quadrata æqualia sint quibusdam parallelogrammis rectangulis, quæ cuidam datæ rectæ lineæ ita inhærent, vt ab eius longitudine deficient parallelogrammo simili, similiterque iacente cuidam alio dato parallelogrammo rectangulo. Cū igitur tres iam dictas proprias harum trium Sectionum Affectiones ex earum ortu emergentes Apollonius demonstrauerit, nō immerito ab eis ipsas denominauit. atque eam quidem, in cuius proprietate Applicatio Geometrica apparet, Parabolem, hoc est Applicationem appellauit. eam verò, in cuius peculiari Affectione Excessus Geo-

Veræ causæ
nominū triū
conicarū se-
ctionum.

Tres celebres in Geometria operationes.

Applicatio in Geometria quid sit.

Excessus quid sit.

Defectus quid sit.

metricus requiritur, Hyperbolem, idest Excessum vocavit. eam autem, in cuius accidenti proprio Defectus Geometricus apertissime videtur, Ellipsim, nempe Defectum nuncupavit. Tres namque celebres operationes in Geometria fieri solent, quippe quæ à Græcis antiquis Geometris vocatæ fuerunt *παραβολή*, idest Applicatio, *ὑπερβολή*, idest Excessus, & *ἐλλειψις*, idest Defectus. Cum enim, data quadam recta linea spatium aliquod, seu figuram aliquam rectilineam ita ipsi coaptamus, ut spatium ipsum longitudinem lineæ non excedat, neque ab ea excedatur, sed tota ipsa data linea vnum eius spatij latus euadat: tunc illud spatium ad illam rectam lineam applicari dicitur, & huiusmodi operatio, Applicatio vocatur. Cum autem spatium illud ita rectæ lineæ coaptamus, ut eius longitudinem excedat, & data recta linea vnus laterum eius pars sit: tunc spatium illud excedere dicitur, atque operatio hæc, Excessus appellatur. Cum verò spatium ita lineæ adaptamus, ut vnum eius latus pars lineæ datæ sit, spatiumque totam rectæ lineæ longitudinem non impleat, sed aliqua eiusdem lineæ pars extra ipsum spatium relinquatur: tunc deficere spatium illud dicitur, & talis operatio, Defectus à Geometris nuncupatur. Hisce porrò tribus Geometricis operationibus vsus est etiam Euclides in propositionibus 44 primi, & 27, & 28, & 29 sexti libri Elementorum. Ab his itaque celeberrimis in Geometria operationibus Apollonius, omnesque iuniores Geometræ eas tres conicas nominarunt Sectiones, vnam quidem earum Parabolem, alteram Hyperbolem, tertiam Ellipsim vocantes, quandoquidem in generatione, & proprietate ipsarum tres istæ (ut diximus) operationes appareant, in vna quidem Applicatio ipsa, in altera autem Excessus, in reliqua verò Defectus. Optimæ enim illæ denominationes sunt, quæ ab ortu, & proprietate rerum sumuntur. Quæ cum ita sint, Latini ferè omnes boni Mathematici nomina harum trium Conicarum Sectionum à nominibus dictarum trium Geometricarum operationum distinguere volentes, operationes quidem latinis semper nominibus exprimunt, nempe Applicationem, Excessum, atque Defectum: Sectiones verò conicas græcis ubique nominibus pronuntiant, Parabolem scilicet, Hyperbolem, & Ellipsim. Hæc de nominibus, & causis denominationis trium Conicarum Sectionum dicta sufficiant. Melius enim intelligentur ea, quæ de causis nominum hic diximus in progressu libri huius, ubi duodecimam propositionem primi libri Co-

bri Co-

hri Conicorum Apollonij declarabimus. Nunc autem reuertentibus nobis eò vnde sumus digressi, reliquum est adnotare quòd quamvis in Scalenis etiam Conis tres dictæ conicæ Sectiones iuxta doctrinam Apollonij reperiantur, nihilofecius in Rectis tantum Conis eas definire, & declarare volumus; tum quia magis regulares in Rectis, quàm in Scalenis ipsæ sunt; tum quia vt plurimum Apollonius, cæteri que Mathematici de Coni Recti Sectionibus sermonem habent; adde etiam quòd huic nostræ Tractationi neque Conus Scalenus, neque Sectiones ipsius necessariae sint. Vnde sanè post hæc principia in tota præsentī Tractatione vbicunq; absolute Conum dixerimus, de Cono Recto semper intelligatur.

Digressionis
finis.
Notandum.

Placet autem hic Instrumentum quoddam à nobis olim inventum apponere, quod Conicam superficiem, ipsosque Conos, tam Rectos, quàm Scalenos, tum Rectangulos, tum Obtusangulos, tum etiam Acutangulos commodè generat: Necnon tres Conicas Sectiones, Parabolem scilicet, Hyperbolem, & Ellipsim aptissimè describit. Ad cuius Instrumenti nostri similitudinē Circinus quoque simplex duorum crurium fabricari potest (vt Clarissimus, eruditissimusque vir Iacobus Contarenius alter ætatis nostræ Archimedes me nuper commonefecit huiuscemodi Circinum repertum, sibiq; ostensum, ac traditum fuisse ab Illustrissimo Comiti Iulio Tiene, viro præstantissimo, omnibus in scientijs, Arteque Militari egregiè versato) quo etiam facillimè tres iam dictæ Conicæ Sectiones designantur. Cuius Circini alterum crus, quod circumuoluendum est, concavum esse debet, habens in concavitate stylum dentatum mobilem, qui contrahendo se, ac protrahendo cuiusdam denticulatæ rotule, & laminae circa eā clauo circumuolutæ artificio sursum, deorsumq; feratur. Nam si planum, in quò Sectiones ipsæ Conicæ designandæ sunt, parallelū quidem Axi Instrumēti nostri, vel immobili cruri Circini iam dicti positum fuerit, Parabole dubio procul describetur: Si verò planum ipsum Axi, vel Cruri iam dicto non parallelum, sed inclinatum versus Instrumēti, seu Circini summitatem sit, Hyperbole designatur: Si autem planum Axi, siue Cruri ipsi non parallelum, sed è contrario in partem oppositam, scilicet versus inferiorem Instrumēti, vel Circini partem inclinatum ponatur, Ellipsis describitur. Quippe quod Instrumentum, necnon Circinum ipsum clarè figuræ sequentes ostendunt.

Instrumentū
inuentū à
frācisco Ba-
rocio anno
1566.

Iacobus Cō-
tarenus.

Circinus in-
uētus à Iulio
Tiene.

Figura

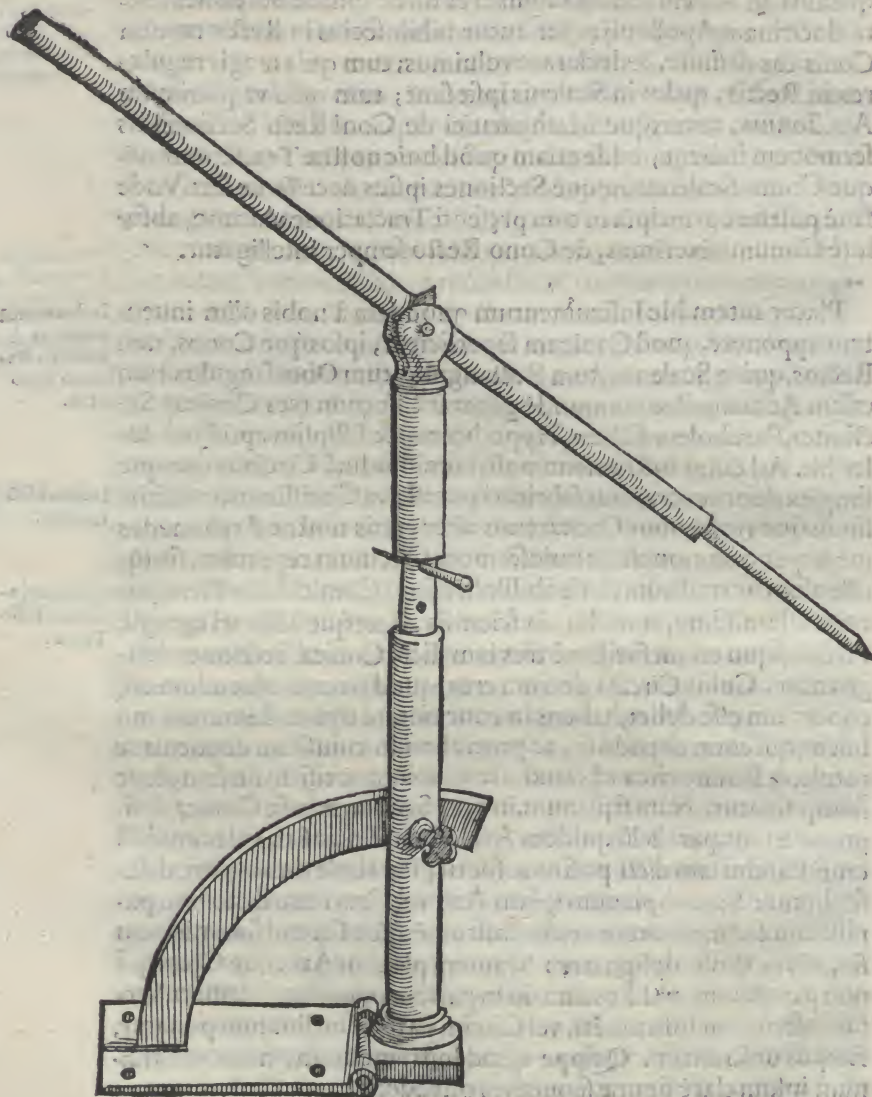
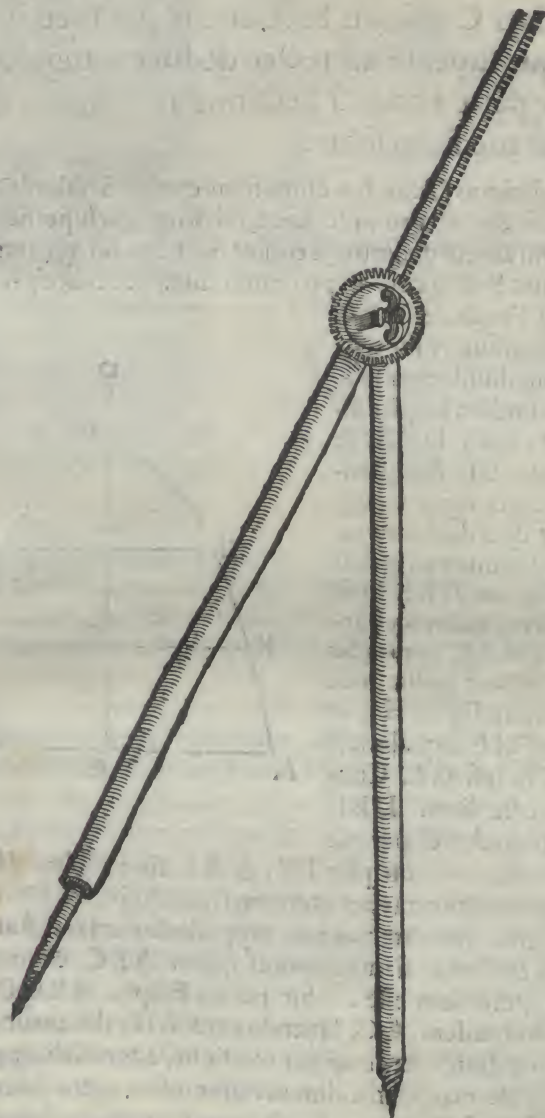
Figura ostendens Instrumentum iam dictum.*Figura*

Figura ostendens Circinum iam dictum.

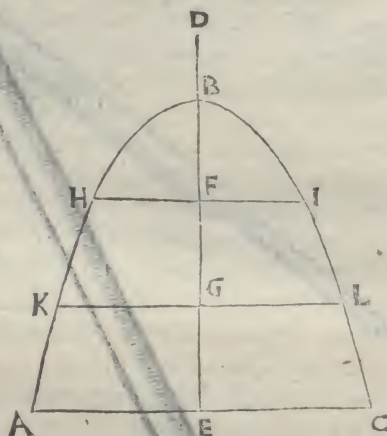


Axis

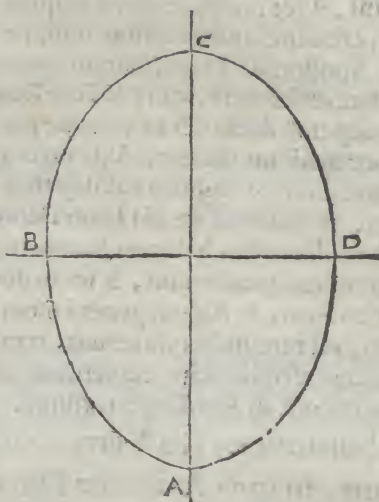
Definit. 22.

Axis, seu Dimetiens Conicæ Sectionis, est recta linea totam Conicam Sectionem per medium diuidens, quæ super se ad rectos deductas angulos, & ex vtraque parte à conica Sectione terminatas rectas lineas per medium secat.

Cùm dicimus [Axis, seu Dimetiens conicæ Sectionis] nil refert si conica Sectio vel pro mista linea, vel pro plana superficie suscipiatur. Cùm autem dicimus [à conica Sectione terminatas rectas lineas] tunc Sectio conicæ pro mista linea debet accipi. Exempli gratia sit Parabolæ ABC, siue vt linea, siue vt superficies, quam diuidat per medium secundum longitudinem recta linea DBE. & super, ipsa BE suscipiantur quotlibet signa utpote FG, per quæ ducantur rectæ lineæ secantes ad rectos angulos ipsam DBE in signis FG: & ex vtraque parte ab ipsa ABC conicæ Sectione, scilicet mista linea terminatæ in signis HI, & KL. Sitq; HF æqualis ipsi FI, & KG ipsi GL. Cùm itaque recta linea DBE Parabolam ABC per medium diuidat, necnon ipsas HI, & KL super ipsam DE ad rectos angulos deductas per medium secet, Axis, seu Dimetiens Paraboles est. Similiter autem Hyperboles etiam Axis erit ipsa DBE recta linea, si imaginemur ipsam ABC conicam Sectionem Hyperbolem esse. Sit rursus Ellipsis ABCDA, cuius longitudo quidem AC, latitudo verò BD. ducantur autem duæ rectæ lineæ diuidentes eam per medium, altera scilicet per longitudinem, & altera per latitudinem. Istæ igitur rectæ lineæ sunt duo ipsius Ellipsis Axes eandem passionem habentes, quam de Paraboles, &



les, & Hyperboles Axe diximus. Horum autem Axium ipsum quidem Ac vocant Axim maiorem, siue Axem longitudinis, quoniam est maxima linea, quæ intra ipsam Ellipsim duci possit, & quoniam secundum longitudinem Ellipsim per medium secatur, ipsum verò BD, minorem Axim, seu Axim latitudinis appellant, quandoquidè minor est quàm AC, & iuxta latitudinem per medium totam Ellipsim dissecit. Hoc itaque pacto hæc nostra definitio intelligenda est. Nō me latet autem Apollonium diuersas conicarum Sectionum Dimetientes, diuersosque Axes varijs modis definire. Quasdam enim Transuersas, quasdam Rectas, quasdam Coniugatas, & quasdam Secundas appellauit Dimetientes. Axes autem quosdam Simpliciter Axes, & quosdam Coniugatos Axes nuncupauit. Præterea scio eum conicarum Sectionum Dimetientem ab earum Axe distinguere, & separatim definire. Omnis enim Axis, Dimetiens etiam est, sed non omnis Dimetiens, est etiam Axis. in sphaera namque Dimetientes infinitæ sunt, vnus verò tantum Axis. Similiter in conicis Sectionibus infinitæ Dimetientes esse possunt. At in Parabole, & Hyperbole quidem vnus tantummodo Axis: in Ellipsi verò, duo duntaxat erunt, maior scilicet, seu longitudinis: & minor, seu latitudinis. Nam Dimetiens quidem dicitur à dimetiēdo, quoniam figuram per medium dimetitur: Axis verò, ab agendo, quoniam circa ipsum figuræ circumaguntur. Quum igitur ex trium conicarum Sectionum super Axes suas circumductu quatuor generari corpora solida Geometra imaginati sint, à Parabole quidem Rectangulum Conoides: ab Hyperbole verò, Obtusangulum Conoides: ab Ellipsi autem, duo Sphæroidea, Oblongum scilicet, & Latum; idcirco Dimetiētes



Notandum.

Diuerſa genera Dimetientium, & Axium apud Apolloniū. Quo differat Dimetiētes ab Axis.

Dimetiens vnde dicatur Axis vnde. Quæ in conicis sectionibus aliæ Dimetientes, alij Axes vocentur: & quatuor solida quæ à conicis sectionibus generantur.

E cas,

Dimetiens ,
& Axis quo
differant se-
cundum Apol-
lonium .

Cur Axis, &
Dimetiens
hic non di-
stinguantur.

cas, circa quas conicæ ipsæ Sectiones sese voluentes Solida illa generant, Axes nominarunt. Reliquas verò Dimetiētes, quæ in ipsis sunt, Dimetientium tantum nomine appellarunt. Distinguit autem Apollonius Dimetientem conicarum Sectionum ab earum Axi hac differentia. quia scilicet Dimetiens quidem omnes parallelas super se ductas, & ex utraque parte, à conica Sectione terminatas per medium diuidit: Axis verò non solum per medium, verum etiam ad rectos angulos eas dissecit. His ita se habentibus, cum in hac Tractatione de illa Dimetiente, quæ etiam Axis est, sermonem ut plurimum habituri simus: non immerito Axem, & Dimetientem tanquam vnum, & idem definiuimus. Diuersa verò Dimetientium, & Axium genera silentio transiuimus: quoniam vel nullo, vel raro nobis vsui erunt, remittentes etiam lectorem, hæc omnia perfectius scire cupientem ad definitiones in primo libro Conicorum ab Apollonio traditas.

Definit. 23. Summitas, seu Vertex conicæ Sectionis, est punctum, in quo Axis, seu Dimetiens conicam Sectionem diuidit.

Hic etiam cum dicimus [Vertex conicæ Sectionis] utroque modo, conica Sectio accipi potest. cum verò dicimus [conicam Sectionem diuidit] de mista linea intelligendum est. Summitas igitur seu Vertex conicæ Sectionis in superioribus figuris erit, in Parabole quidem, & Hyperbole punctum B: in Ellipsi verò duæ Summitates erunt, nempe punctum A, & punctum C. Adnotandum autem est quòd infinitis secundum Apollonium conicarum Sectionum Dimetientibus existentibus, infinitæ etiam erunt earundem Summitates. Summitas verò, quam nos definiuimus, præcipua conicarum Sectionum Summitas est: & de qua ut plurimum mentio fit.

Definit. 24. Latus conicæ Sectionis, est pars lineæ inflexæ, quæ citra Sectionis Axem in alterutram partem relinquitur.

Exempli gratia in superioribus figuris in ipsa quidem Parabole, & Hyperbole duo latera erunt AB vnum, & BC alterum: in Ellipsi verò si secundum longitudinem latera suscipiantur, vnum erit ABC, & alterum ADC. Si autem secundum latitudinem accipiantur

accipiantur, erit vnum quidem BCD, alterum verò BAD. Sed vt plurimum de lateribus longitudinis in Ellipsi Geometrae formam habent. Notandum autem hic etiā est q̄ secundū Apollonium infinita possunt esse conicarum Sectionum latera iuxta infinitas earum Dimetientes. nos verò de præcipuis quoque lateribus hic loquimur. Notandum.

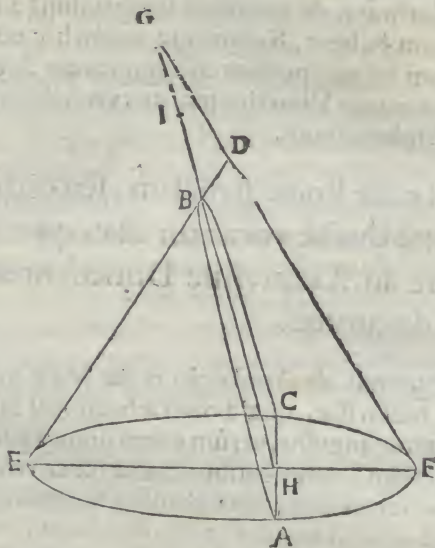
Rectæ lineæ structim, seu ordinatim actæ, vel ordinatè ductæ vocantur illæ, quæ à conicæ Sectionis latere ad Axem, siue Dimetientem ad rectos angulos ducuntur. Definit. 25.

Quamuis ab Apollonio rectæ lineæ ordinatè ductæ vocentur non solum illæ, quæ à conicæ Sectionis latere ad Axem ad rectos ducuntur angulos, verum etiam omnes parallelæ rectæ lineæ super alijs etiam Dimetientibus ductæ, & ex vtraque parte à conicæ Sectione terminatæ, quæ ab ipsis Dimetientibus per medium licet etiam non ad angulos rectos diuiduntur: nos tamen priores tantum definimus eisdem de causis, quibus Axem quoque solum, & non omnes Dimetientes definiuimus. Notandum est autem quod Not. primū.
 eæ, quæ à nobis definiuntur rectæ lineæ ordinatè ductæ dupliciter in Ellipsi considerari possunt, vel ratione maioris, vel ratione minoris Dimetientis. Notandum præterea est quod omnes ordinatæ ductæ dupliciter etiam accipiuntur, vel pro totis, vel pro partibus. tam enim ipsæ, quæ à conicæ Sectione vsque ad Axem, seu Dimetientem ducuntur: quàm ipsæ, quæ ulterius produciuntur citra Dimetientem, vel Axem, quo vsque in altera parte conicam Sectionem iterum secant. Exempli causa in superiori figura tum tota HFI ordinatè ducta dicitur, tum quælibet eius partium HF, & FI, similiterque in alijs. Not. secundū.

Centrum Hyperboles, est punctum diuidens per medium partem Axis Hyperboles iacentem inter Verticem Hyperboles, & punctum, in quo ipse Axis productus coincidit cum reliquo trianguli per Coni Axem latere ultra Coni Verticem producto. Definit. 26.

E 2 Exempli

Exēpli gratia sit Hyperbole ABC facta i Cono DEF, vt superius dictum est. Et sit latus Coni productū FDG, coincidens autem cum ipso recta linea GBH. ipsa igitur GBH erit Axis Hyperboles. Diuidit enim tum ipsam ABC Hyperbolem per mediū, tum omnes rectas lineas sup ipsa BH ad rectos angulos ductas, & ex vtraque parte à Sectione ABC terminatas.



Linea ex Centro Hyperboles, q̄ sit.

Quandoquidem planum Hyperboles ABC erectum est ad planum trianguli DEF, quod Conum per medium diuidit: ipsa autem GBH in trianguli plano est, cum eius ED latus in signo B secet. Si itaque ipsa GB totius Axis externa pars per medium diuidatur in signo I, punctum illud diuisionis, Centrum Hyperboles ab Apollonio, cæterisq; Mathematicis appellatur. Rectam verò IB, vocat Apollonius Lineam ex centro Sectionis, in suis secundis primi libri Conicorum definitionibus.

Definit. 27.

Centrum Ellipsis, est punctum, quod eius Axem, seu Dimetientem per medium diuidit.

Sit Ellipsis ABCDA, cuius duo sint Axes, seu Dimetientes, maior quidem AC, minor verò BD, qui necessariò in partes æquales seinuicem secant, cum vterq; eorum totam Ellipsim per medium partiatur. Punctum igitur, in quo sese interfecant, quod verbi gratia sit E, ipsius Ellipsis Centrum dicitur; quoniam non solum duas eius axes per medium diuidit, sed omnes etiam rectas lineas, quæ per ipsum ab vno Ellipsis latere ad alterum ducuntur.

Hæc

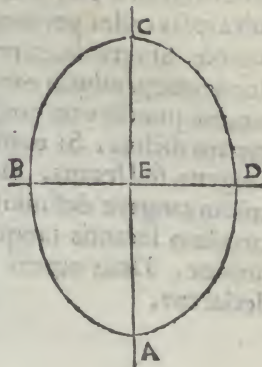
Hæc enim vna est ex Centri proprietatibus. Quamuis autem de Centro Ellipsis nullam in hoc opere faciemus mentionem, illud attamen definire voluimus, quoniam de Dimetientibus etiam ipsius Ellipsis mentionem superius fecimus, & quoniam breuiter, & obscurè Apollonius illud simul cum Hyperboles Centro definiuit. Nos verò separatim vnumquodque definiuimus, vt agnoscatur eorum differentia. alterum enim extra Sectionem est, alterum autem, intra. Quòd si etiam Parabolæ Centrum haberet, illud quoque à nobis definitum esset dilucidandæ huius doctrinæ causa: sed nulum ab Apollonio Centrum Parabolæ positum fuit, quoniam nusquam ipso vsus est. At si punctum aliquod Centrum Parabolæ vocandum est, aut erit centrum gravitatis Parabolæ positum ab Archimede in propositione octaua libri secundi æquè ponderatium: aut si imaginemur ab vno latere ad aliud latus Parabolæ ductam esse ad rectos angulos Axi rectam lineam, quæ ab Axe secetur per medium, & altera quæuis duarum eius partium sit æqualis parti ipsius Axis inter ipsam rectam lineam, & Sectionis Summitatem receptæ: punctum illud, in quo secatur ab Axi dicta recta linea, Centrum Parabolæ appellari poterit, eo quod tres ab ipso ad conicam Sectionem æquales exiunt rectæ lineæ. Centri enim proprietates hæc etiam est, vt ab eo ad figuræ Ambitum rectæ lineæ ductæ inuicem æquales sint. & quantò plures erunt æquales ipsæ lineæ, tantò verius signum illud Centrum vocabitur.

Recta linea conicam Sectionem secare dicitur, quæ duo inflexæ lineæ puncta coniungit.

Recta linea conicam Sectionem tangere dicitur, quæ cum ipsam tangat, quomodocunque producat, eam non secat. Vnde manifestum est quòd in vnico tantum puncto eam semper tanget.

Hæ duæ definitiones ex se prorsus dilucidæ sunt. Cum enim

Centri proprietates.



De Centro Parabolæ. Vna Centri Parabolæ consideratio.

Alia eiusdæ consideratio.

Alia Centri proprietates.

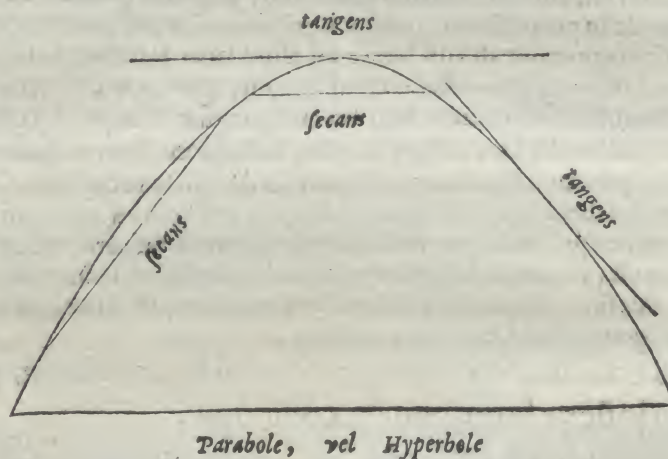
Definit. 28.

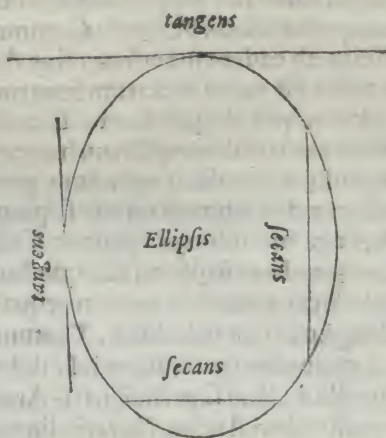
29

Cum enim conicæ

conicæ Sectiones in conica superficie præter Coni verticem fiant, proculdubio si duo quælibet puncta recta linea in eis coniungat, intra ipsas cadet per secundam petitionem huius, easq; necessario secabit. Si verò linea recta conicam Sectionem tangens quomodocunque producta eam non secet, nemini dubium quòd in vnico tantum puncto eam tanget, ideoque tangens Sectionem non immerito dicitur. Si enim in duobus signis eam tangeret, non esset tangens, sed secans. Sic autem Euclides etiam rectam lineam circulum tangere definiuit. omisit autem definitionem rectæ lineæ circulum secantis tanquam manifestam ex ipsius tangentis definitione. Duas autem præsentis definitiones figuræ sequentes declarant.

Cur Euclides rectam lineam circulum secantem non definiuerit.





Inæquales circuli sunt, quorum Dimetientes, vel Definit. 30.
Semidimetientes sunt inæquales. Et maior quidem
est, qui maiorem habet Dimetientem, vel Semidime-
tientem: minor verò, qui minorem.

Diffimilia circulorum Segmenta sunt, quæ inæqua 31
les angulos capiunt: aut in quibus anguli adinuicem
inæquales sunt.

Circulos æquales, & Segmenta circulorum similia definiuit Eu-
clides in definitionibus tertij libri Elementorum. inæquales au-
tem circulos, & diffimilia circulorum Segmenta non definiuit, quo-
niam cognito vno contrariorum, facile cognoscitur & alterum.
Nos verò has duas definitiones hîc ponere volumus, quoniam sæ-
penumerò in hac Tractatione ipsis vtemur.

Recta linea superficiem aliquam, seu superficia- Definit. 32,
& vltima.
lem Aream posse dicitur, cuius quadratum illi super-
ficiæ, seu Areæ superficialis æquale est.

Nullibi declarauit Euclides quæ nam sit rectarum linearum po-
tentia,

Quæ sit Re-
cta lineæ po-
tentia.

Cur quadra-
ta Potentia
suorum late-
rum dicatur.

tentia, sed veluti manifestum hoc supponit cum in tertia definitio-
ne libri decimi dicat rectas lineas Potentia Commensurabiles esse
eas, quarum quadrata ab eadem superficie, siue Area meriuntur.
Vnde manifestum nobis est quod rectarum linearum Potentiæ nil
aliud sunt, nisi quadrata, quæ ab ipsis fiunt. Dicuntur autem Po-
tentia rectarum linearum, quadrata ipsarum hac ratione. quia tan-
ta est Area vniuscuiusque quadrati quantum potest producere
quantitas longitudinis vnius laterum eius in seipsam multiplicata.
verbi gratia si recta linea fuerit longa quatuor Cubitorum, mul-
tipliceturque ipsa longitudo in seipsam; fiet quadratum, cuius to-
ta Area continebit sedecim quadrata inuicem æqualia, quorum la-
tera vnius Cubiti longitudinem habebunt. Tantum igitur recta li-
nea posse dicitur, quantum quadratum ipsa describere potest.
Quare si quadratum illud alicui superficie, seu Areæ fuerit æqua-
le, ipsam etiam superficiei, seu Areæ illa recta linea posse non im-
merito dicitur. Hactenus de definitionibus simul, & petitionibus.

Communes Sententiæ.



RATIONES eadem sunt, quæ ex eis-
dem componuntur Rationibus.

Quomodo Ratio ex Rationibus componatur do-
cuit Euclides in quinta definitione sexti libri Ele-
mentorum, & Vitellio in vltima definitione primi libri suæ Perspe-
ctiue. Quomodo autem dicantur eadem esse Rationes ex sexta
definitione quinti libri eorundem Elementorum patet. Si igitur Ra-
tiones, ex quibus aliqua aliæ Rationes componuntur, eadem in-
uicem fuerint, illæ etiam compositæ ex eis Rationes eadem inter
se erunt: si verò componentes fuerint diuersæ inter se, compositas
quoque adinuicem diuersas esse necesse est.

A æqualium quadratorum æqualia sunt latera, &
inæqualium inæqualia: maioris quidem maius, mi-
noris verò minus. Et è conuerso linearum æqualium
quadrata æqualia sunt, & inæqualium inæqualia: ma-
ioris quidem maius, minoris autem minus.

Hæc

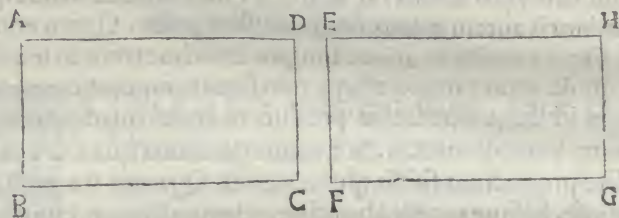
Hæc quamuis à multis Recentioribus tanquã Communis Sententia supponatur, ab Antiquis tamen tanquam Theorema demonstrabatur. Quòd enim, æqualium quadratorum latera æqualia, & æqualium linearum quadrata æqualia sint, demonstrat Proclus geometricis rationibus in commentario quadagesimæ sextæ propositionis primi libri Elementorum Euclidis. quibus demonstratis, facillè etiam per demonstrationem indirectam demonstrari potest quòd inæqualium quadratorum inæqualia sint latera, & inæqualium linearum inæqualia quadrata: maioris quidem maius, minoris verò minus. Si enim quadratis inæqualibus existentibus latera eorum inæqualia non essent, sed æqualia; quadrata quoque ipsarum ex demonstratis à Proclo essent æqualia, quod est suppositioni contrarium. Similiter si lineis inæqualibus existentibus quadrata ab eis facta non essent inæqualia, sed æqualia; ipsæ quoque lineæ ex eisdem à Proclo demonstratis æquales essent, quod suppositioni oppugnat. Quòd autem maioris quidem quadrati maius latius, minoris verò minus: & maioris quidem lineæ maius quadratum, minoris autem minus sit, apertissimè patet. Quum enim quadrata fiant ex multiplicatione longitudinis linearum in seipsam, ut superius diximus; nemo est, qui non fateatur quantitatem longioris lineæ in se multiplicatam producere maius quadratum, quàm breuioris lineæ quantitas: & è conuerso maius quadratum à maiori radice productum fuisse, quàm minus. Quanuis itaque Theorema hoc sit, hisque modis ab antiquis demonstretur, tamen in præfati nostro Opere tanquam Communem Sententiã supponendũ esse duximus. Sicuti etiam Petitiones quasdam, & Definitiones superius supposuimus, quas Apollonius tanquam Theoremata demonstrauit. Fas est enim, in quibusdam operibus prima alicuius scientiæ Elementa non tradentibus, ea, quæ ab alijs demonstrata fuere, veluti principia supponere. sed in primis scientiarum Elementis (qualia Euclidis sunt) nil supponendum est, quod demonstratione confirmari possit.

Parallelogramma Rectangula longitudinem, & latitudinem æquales habentia; æqualia sunt: maiores verò, maiora: minores autem, minora.

In prima definitione secundi libri Elementorum docet Euclides omne Parallelogrammum Rectangulum contineri à duabus re-

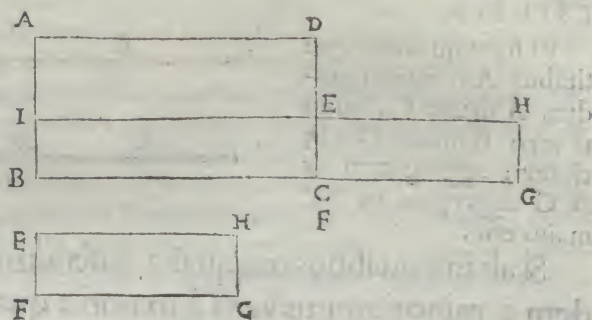
F ctis

Etis lineis rectum angulum comprehendentibus. hoc est tantam esse cuiuscunque Parallelogrammi rectanguli Aream, quantum est id quod fit ex multiplicatione adinvicem duorum eius laterum rectum angulum continentium. At duo cuiuscunque rectanguli latera rectum angulum continentia, nil aliud sunt, nisi eius longitudo, & latitudo. alterum enim longitudinem, alterum latitudinem tenet. Igitur ex ea definitione omnino manifestum est, quod si quædam parallelogramma rectangula fuerint, quorum longitudo unius longitudini alterius, & latitudo unius latitudini alterius æquales fuerint; ipsorum etiam Areae invicem æquales erunt: & si longitudo, & latitudo unius, longitudine, & latitudine alterius maior fuerit; Area quoque maiorem longitudinem, & latitudinem habentis maior erit, quam Area eius, quod minorem longitudinem, & latitudinem habet. Potest autem geometrica etiam demonstratione hoc theorema confirmari. Sint duo parallelogramma rectangula $ABCD$, &



$EFGH$, quorum longitudines BC , & FG ; nec non latitudines AB , & EF sint æquales. Dico quod eorum etiam Areae æquales sunt. Si enim invicem parallelogramma hæc coniungantur ita ut BC longitudo FG longitudini indirectum sit, latitudo autem DC latitudini EF copuletur, communisque utriusque rectanguli altitudo fiat: erit per primam propositionem sexti libri Elementorum Euclidis sicut basis BC ad basim FG , sic Area $ABCD$ ad aream $EFGH$. Cum autem BC ipsi FG ex suppositione sit æqualis, proculdubio Area etiam Areae æqualis erit. Sint rursus duo parallelogramma rectangula $ABCD$, & $EFGH$, quorum ipsum $ABCD$ habeat longitudinem BC , & latitudinem AB maiores longitudine FG , & latitudine EF ipsius $EFGH$. Dico quod Area quoque ipsius $ABCD$ maior est, quam Area ipsius $EFGH$.

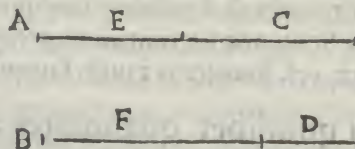
EFGH. coniungatur ipsū
EFGH ipsi
ABCD ita ut
FG latus sit in
directum lateri
BC, & copuletur FE cū
CD, à quo abscindet partē
FE cū minus sit EF
quàm CD.



Producatur igitur per punctum E parallela ipsi CB quousque secet latus AB in signo I. Erit ergo per eandem primam sexti parallelogrammum BCEI maius parallelogrammo EFGH. Quare multo magis totum ABCD eodem EFGH maius erit. Demonstrata est igitur utraque pars huius theoremat, quod in præsentia nos tanquam communem sententiam supponimus, rationibus superius allatis.

Si ab æqualibus inæqualia auferantur, reliqua inæqualia sunt: maius quidem, à quo minor ablatio; minus verò, à quo maior facta est.

Exempli gratia si ab æqualibus AB quantitativus inæquales partes auferantur ab A quidem C maior, à B verò D minor: reliqua E pars ipsius A minor est quàm F reliqua ipsius B pars.

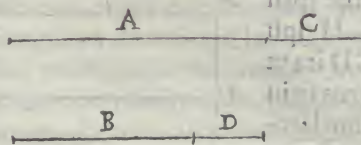


Si inæqualibus inæqualia adiungantur maius quidem maiori, minus verò minori: aggregata etiam eodem modo inæqualia erunt, maius nempe, cui maior additio, minus autem, cui minor

F 2 facta

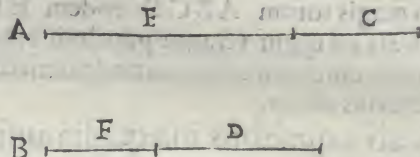
facta fuit.

Vt si inæqualibus quantitatibus AB maiori quidem A maior C, minori verò B minor D adijciatur; aggregatum ex AC aggregato ex BD maius erit.



Si ab inæqualibus inæqualia auferantur maius quidem à minori, minus verò à maiori: quæ remanent eodem modo inæqualia erunt, minus scilicet, à quo maior facta fuit ablatio, maius verò, à quo minor.

Vtpote si ab inæqualibus AB quantitatibus minor quidem pars C ab ipsa A maiori auferatur, maior verò D ab ipsa B minori: remanet E reliqua ipsius A pars maior quàm



F reliqua pars ipsius B. Tres istæ veræ Cômunes Sententiæ sunt, quoniam nulla demonstratione indigent cum sensui pateant. Non, fuerunt autem ab Euclidæ positæ quoniam multæ etiam aliæ Cômunes Sententiæ fuerunt ab eo prætermisæ vel tanquam ei non necessariæ, vel, breuitatis causa, tanquam sensui manifestæ.

7 Si quotlibet quantitates æquales ad quamlibet aliam eiusdem generis quantitatem comparentur; erunt omnes illa aut æque maiores, aut æque minores, aut ei simul æquales.

8 Quanta est aliqua quantitas ad quamlibet aliam, tanta esse potest quælibet tertia ad quamlibet quartam.

Has

Has duas Communes Sententias adiecit Campanus in principijs primi libri Elementorum Euclidis, quæ tamen ibi non erant adijciendæ tum quia Euclidi necessaria non sunt, tum etiam quia intelligentia earum ex definitionibus quinti libri Elementorum dependet. nam quotlibet quantitates ad quamlibet aliam eiusdem generis quantitatem comparare, nil aliud est nisi Rationes, quas ad illam habent ostendere. Quid autem Ratio sit, & quomodo quantitates Rationem inter se habere dicantur in tertia, & quinta definitione quinti libri Elementorum docet Euclides. Præterea tantam esse aliquam quantitatem ad quamlibet aliam, idem est ac si dicamus talem Rationem habere aliquam quantitatem ad quamlibet aliam; vel Multiplicem, vel Superparticularem, vel Superpartientem, vel ex his compositam. Quid autem Multiplex sit, in secunda definitionem eiusdem quinti docet Euclides: Quid rursus Ratio, & Rationem habere, in iam dictis tertia, & quinta definitionibus. Sensus igitur primæ harum duarum Communium Sententiarum tale est. Quod si quotlibet quantitates æquales ad vnam quamlibet aliam eiusdem generis quantitatem comparentur, omnes ad eam eandem habebunt Rationem. Non ab re autem dictum est eiusdem generis, quoniam comparatio, atque Ratio non cadit nisi in quantitatibus eiusdem generis, ut ex ipsa tertia definitione quinti libri Elementorum habetur. Idem verò genus pro genere proximo hic accipiendum est; ut numeri ad numerum, & magnitudinis ad magnitudinem, scilicet lineæ ad lineam, & superficiem ad superficiem, & corporis ad corpus. Discreta enim, & continua quantitas eiusdem generis sunt, cum ambe sub genere quantitatis reducantur, nulla tamen inter numerum, & magnitudinem cadit Ratio, & comparatio. Quinetiam lineæ ad superficiem, & superficiem ad corpus nulla est Ratio, quamvis sub genere magnitudinis sint. Secundæ autem harum duarum Communis Sententiæ sensus hic est. Quod eam Rationem, quam habet aliqua quantitas ad quamlibet aliam, eandemmet quælibet tertia ad quamlibet quartam habere potest. hoc est, si aliqua quantitas ad quandam aliam dupla fuerit, licet nobis accipere quamlibet tertiam, quæ etiam dupla sit ad quamlibet quartam. Et est animaduertendum quod hic quoque idem proximum genus in binis, ac binis terminis seruari debet: ut scilicet primæ duæ quantitates sint eiusdem generis, & similiter duæ posteriores. Nil refert autem si duæ primæ à duabus postremis genere differant.

Campanus
reprehenditur.

Septimæ
communis
sententiæ
expositio.

Octavæ
expositio.

Not. primū.

Not. secundū.

Quomodo
Campani li-
mitatio in-
telligenda sit.

differant. eam enim Rationem, quam habet numerus ad numerum, habere potest & magnitudo ad magnitudinem: & eam, quam habet linea ad lineam, superficies quoque ad superficiem, & corpus ad corpus habere potest. Animaduertendum etiam quod Campanus limitat hanc secundam Cōmunem Sententiam dicens eam vniuersaliter veram esse in quantitibus continuis, quoniam magnitudo in infinitum decrescit: in numeris autem non esse vniuersaliter veram nisi in Submultiplicibus, quoniam numerus crescit in infinitum, sed non in infinitum decrescit; unde possumus accipere duos minimos in aliqua Ratione numeros, quibus minores in eadem Ratione numeri dari non possint, propter Vnitatis indiuisibilitatem. At si Vnitatem in partes diuiserimus, vt Logistici, seu Supputatores docent, partesq; Vnitatis pro terminis tanquam numeros acceperimus; dubio procul hæc Communis Sententia discretis etiam in quantitibus vera vniuersaliter erit.

9 Si quotlibet quantitates proportionales fuerint sicut prima ad secundam, ita tertia ad quartam, & quinta ad sextam, sicque vsque ad infinitum, prima autem quàm secunda maior fuerit: erit & tertia quàm quarta, & quinta quàm sexta maior. Quod si prima fuerit æqualis secundæ, erit & tertia æqualis quartæ, & quinta sextæ. Si verò prima quàm secunda minor fuerit, erit & tertia quàm quarta minor, & quinta quàm sexta, ceteræque in infinitum eodem modo.

Hanc Communem Sententiam tanquam prorsus manifestam, à sextaque libri quinti elementorum definitione dependentem ubique supposuit Euclides, idcirco nos eam hinc posuimus, quoniam maximo nobis vsui futura est. Patet autem per se absque vlla declaratione.

30, & vlt.

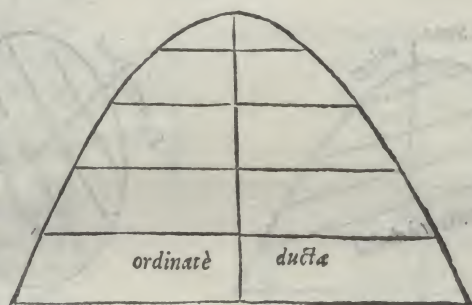
Linearum ordinatè ductarum propinquiores Summitati Sectionis conicę ab eadem Summitate remotioribus minores sunt.

Quanam sint in Sectionibus conicis lineę ordinatè ductæ superius definiuimus. nunc autem hac Communi Sententia declaramus

mus quòd eiusmodi linearum illę quidem, quę Summitati conicę Sectionis magis appropinquant illis, quę ab ipsa Summitate magis remouentur semper in omni conica Sectione minores sunt. Hoc autem nulla demonstratione indiget. Cũ enim Parabolę, & Hyperbolę vnā habeant præcipuam Summitatem, a qua quo magis producantur, eò magis dilatantur, manifestum est quòd lineę in ipsis ordinatę ductę quo magis à Summitate remouentur, eò magis crescunt. cũ verò Ellipsis duas præcipuas habeat Summitates, à quibus vsque ad Axem latitudinis continuè latior sit, perspicuum est quòd in ea quoque lineę ordinatę ductę quo magis à Summitatibus remotę sunt, eò magis dilatantur. Notandum autem qđ hæc Cõmunis Sētentia vniuersaliter vera est non solum in lineis ordinatę ductis à nobis definitis, sed in oĩbus etiā ordinatę ductis, quę ab Apollonio definitę sunt. vt subscriptę figurę ostendũt.

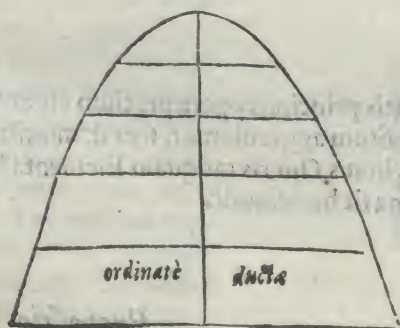
Notandum.

Summitas



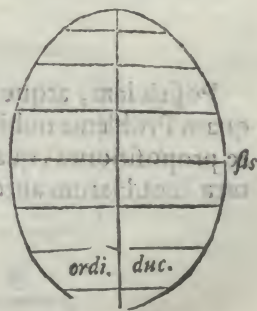
Parabola

Summitas



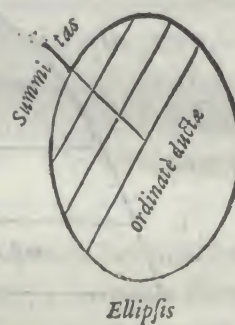
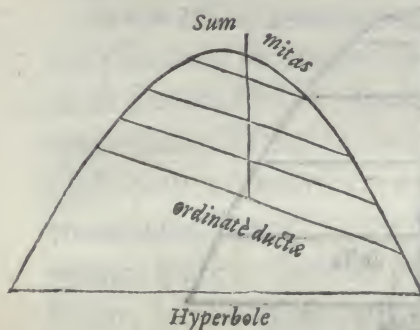
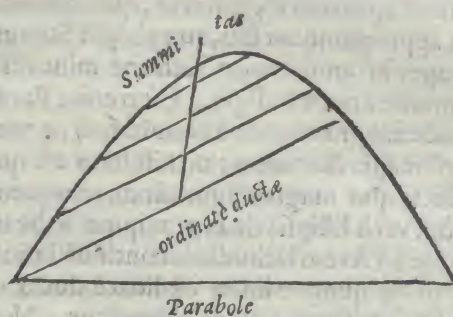
Hyperbole

Summitas

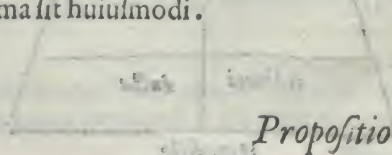
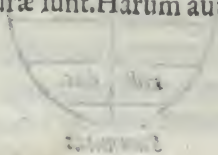


Summitas

Ellip



Positis iam, atque declaratis principiis operæ precium est antequam Problema nobis propositum aggrediamur, tres demonstrare propositiones, quæ totius huius Operis tanquam Elementa futurae sunt. Harum autem prima sit huiusmodi.

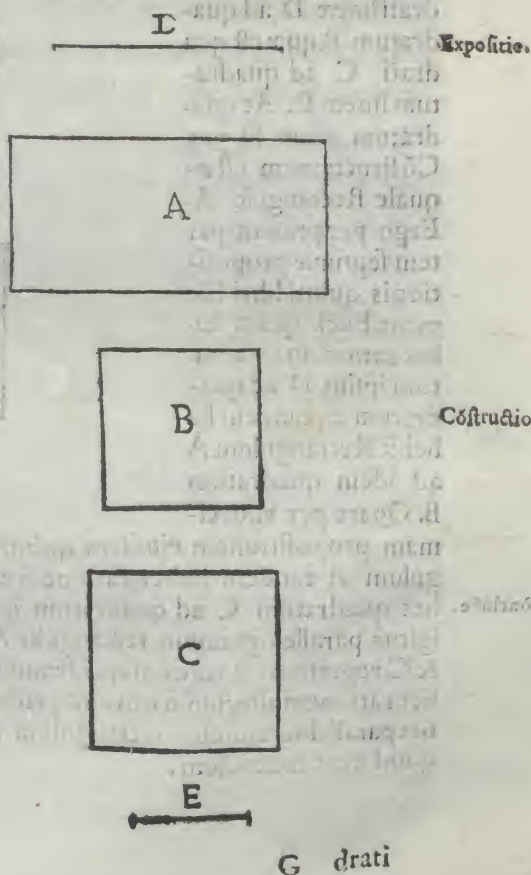


Propositio

Propositio prima, Problema primum.

DATO Parallelogrammo Rectangulo, & Propositio.
 duobus quadratis: inuenire tertium qua-
 dratum, ad quod eam habeat Rationem
 alterum datorum quadratorum, quam
 habet datum Rectangulum ad reliquum ipsorum
 quadratorum.

Sit datum quidem
 parallelogrammum re-
 ctangulum A, data ve-
 rò duo quadrata B, &
 C. volo inuenire ter-
 tium quadratum, ad
 quod eam habeat ra-
 tionem alterum qua-
 dratorum B, & C, ver-
 bi gratia ipsum C, quā
 habet rectangulum A
 ad reliquum quadra-
 tum B. Reperiatur ita
 que per vltimam pro-
 positionem secundi li-
 bri Elementorum Eu-
 clidis latus potens a-
 ream A, quod sit re-
 cta linea D; & per duo
 decimam propositio-
 nem libri sexti eorun-
 dem Elemētorum in-
 ueniatur recta linea
 E, ad quam latus qua-
 drati C habeat eandē
 rationem, quā habet
 recta D ad latus qua-



Determina-
tio.Demonstra-
tio.

drati B. Dico quadra-
tum ipsius E illud esse,
quod queritur. Quum
enim ratio rectæ lineæ

D ad latus quadrati B,
sit sicut rō lateris qua-
drati C ad rectam E,
igitur per primam par-
tem, vice versa, secunde
propositionis sexti lib.
Element. Eucl. eadem
etiam erit ratio qua-
dratilineæ D ad qua-

dratum B, quæ est qua-
drati C ad quadra-
tum lineæ E. At qua-
dratum ipsius D per
Cōstructionem est æ-
quale Rectangulo A.
Ergo per primam par-
tem septimæ proposi-
tionis quinti libri Ele-
ment. Eucl. quam ha-
bet rationem quadra-
tum ipsius D ad qua-
dratum B, eandem ha-
bebit Rectangulum A
ad idem quadratum
B. Quare per vndeci-

Conclusio.

mam propositionem eiusdem quinti parallelogrammum rectan-
gulum A eandem habet rationem ad quadratum B, quam ha-
bet quadratum C ad quadratum ipsius E rectæ lineæ. Datis
igitur parallelogrammo rectangulo A, & duobus quadratis B,
& C, repertum est tertium quadratum ipsius E, ad quod eam ha-
bet rationem alterum datorum quadratorum, nempe C, quam ha-
bet parallelogrammum rectangulum A ad reliquum B quadratum,
quod erat faciendum.

A

B

C

E

Propositio

Propositio Secunda, Theorema primum.

SI trianguli per Axem Coni alterum latus Propositio.
 versus Coni Verticem indirectum pro-
 ducatur, & ab eius extremitate extra Co-
 num existente ad conicæ Basis Dimetien-
 tem recta linea ducatur secans reliquum trianguli la-
 tus, atque in eadem recta linea quocunque signa in-
 tra Conum suscipiantur, ab eisque rectæ lineæ plano
 ipsius per conî Axē trianguli ad rectos angulos erigan-
 tur conicæ occurrentes superficiei: erit ratio quadra-
 ti vniuscuiusque ipsarum ad rectos angulos erectarum
 ad rectangulum contentum à tota sua conterminali
 versus Coni Verticem extensa, & parte ipsius conter-
 minalis intra Conum existente; sicut ratio quadrati
 cuiuslibet aliarum ad rectos angulos erectarum ad
 Rectangulum à tota similiter sua conterminali, & e-
 ius parte intra Conum existente comprehensum.

Sit ABC triangulum per Axem Coni, & conicæ Basis dimetiēs Expositio.
 BC. Et ipsius trianguli latus AB in partem A quantumlibet
 producat per secundam pet. primi libri element. Euc. vsque ad
 D signum, à quo ad quoduis signum E in conicæ BC Basis di-
 metiente sumptum per primam petitionem eiusdem recta DE
 ducatur linea secans necessariò AC reliquum eiusdem trianguli
 latus in signo F, per 32 prop. & 9 com. sent. & 5 pet. primi libri
 Elementorum Euc. & per 7 com. sent. huius. si recta scili-
 cet DC linea ducta intelligatur, atque in EF recta linea quot-
 libet vtrunque assumantur signa vt GH, à quibus plano trian-
 guli ABC ad rectos angulos rectæ lineæ per 12 prop. lib. xj.
 Elementorum Euclidis erigantur occurrentes conicæ superficiei Determina-
tio.
 in IK signis. Dico quòd ratio quadrati rectæ lineæ GI ad re-
 ctangulum

G 2

ctangulum

Constructio.

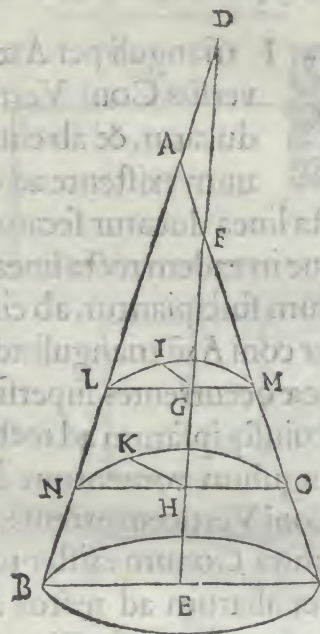
ctangulū à DG, GF
comprehensum, est si-
cut ratio quadrati li-
neæ HK ad rectangu-
lum, quodà DH, HF
continetur. Intelligan-
tur itaque duo plana
conicæ Basi parallela
secantia Conum, re-
ctamque DE lineam
in signis GH. quorum
vtiq; planorum, & pla-
ni trianguli ABC cō-
munes sectiones erūt
per 3 prop. xi lib. E-
lem. Euc. rectæ lineæ,
quæ sint LGM, &
NHO. Communes au-
tem eorundem plano-
rum, & superficiæ con-
icæ sectiones erūt per
4 Petitionē huius cir-
cūferentiæ circularū
LIM, & NKO, quo-
rum Dimetientes sunt

Hoc obscu-
rè elicitur
ex Vernero.

Demonstra-
tio.

Hoc etiā ob-
scure ex Ver-
neri verbis
elicitur.

ipsæ LGM, & NHO. ipsæ verò GI, & HK rectæ lineæ per 2
prop. lib. xi. Elem. Eu. in eisdem cum lineis LGM, & NHO sunt
Planis. ipsæ demum LM, & NO rectæ lineæ ipsi BC parallelæ
sunt per 16 prop eiusdem lib. xi, vnde etiam inter se parallelæ sunt
per 30 propositionem primi libri eorundem. His ita constructis,
si rectæ lineæ LI, IM, & NK, KO ductæ intelligantur, quoniam
anguli quidem LIM, & NKO per 31 prop. libri 3 Elem. Euc.
recti sunt, rectæ verò lineæ GI, & HK per Constructionem, & per
3 definitionem lib. II eorundem ad rectos sunt angulos ipsis LM,
& NO rectis lineis: erunt per Corollarium octauæ propōnis libri
sexti Elem. Eu. ipsæ GI, & HK mediæ proportionales inter LG,
GM, & NH, HO rectas lineas. Quare per primam partem 17
propositionis eiusdem sexti Elem. erit Rectangulum ab LG, GM
compre-



comprehensum æquale quadrato ipsius GI : & Rectangulum ab NH, HO contentum æquale quadrato ipsius HK . Quoniam autem per prop. 23 eiusdem sexti æquiangula parallelogramma eam habent inter se rationem, quæ ex laterum suorum rationibus componitur; omnia verò parallelogramma rectangula per 4 petitionem primi lib. Elem. Euc. æquiangula etiam sunt: igitur ratio rectanguli à DG, GF contenti ad rectangulum ab LG, GM contentum componitur ex duabus rationibus, quarum una est lateris DG ad latus GL , altera ipsius FG ad GM . Similiter ratio Rectanguli à DH, HF comprehensi ad Rectangulum ab NH, HO comprehensum componitur ex ratione lateris DH ad latus HN , & ratione ipsius FH ad HO . At per Constructionem, & 2 partem prop. 29 primi, & quartam propositionem sexti libri Elem. Euc. ratio ipsius DG ad GL eadem est, quæ ipsius DH ad HN ; & ratio ipsius FG ad GM eadem, quæ ipsius FH ad HO . Igitur ratio composita ex rationibus laterum DG ad GL , & FG ad GM ; & ratio composita ex rationibus ipsorum DH ad HN , & FH ad HO eadem sunt per primam com. sent. huius. Quia propter per undecimam propositionem quinti libri Elementorum Euclidis quater, & secundam partem 7 propositionis eiusdem bis sumptas ratio Rectanguli à DG, GF contenti ad Rectangulum ab LG, GM comprehensum, seu ad ipsi æquale quadratum lineæ GI , est sicut ratio Rectanguli à DH, HF comprehensi ad Rectangulum ab NH, HO contentum, seu ad ipsi æquale quadratum lineæ HK . Ergo per Corollarium quartæ propositionis quinti lib. Elementorum Euc. ratio quadrati lineæ GI ad Rectangulum à DG, GF comprehensum, est sicut ratio quadrati lineæ HK ad Rectangulum à DH, HF contentum. Quod est Propositum. Si igitur trianguli per Axem Coni alterum latus versus Coni Verticem indirectum producat, & reliqua, ut in Propositione. Conclusio. Quod demonstrasse oportuit.

Corollarium.

Hinc fit perspicuum quòd recta linea HK maior est quàm GI .

Nam per Constructionem, & 29 prop. primi, & 4 prop. sexti, & 9 Com. Sen. primi lib. Elem. Euc. & 9 Com. Sent. huius HN maior est

ior est quàm GL, & HO maior quàm GM. ergo per 3 Com. Sent. huius Rectangulum contentum ab NH, HO maius est Rectangulo ab LG, GM contento. At quadratum quidem ipsius HK æquale ostensum est Rectangulo ab NH, HO comprehenso, quadratum verò ipsius GI æquale itidem Rectangulo ab LG, GM contento. igitur per primam, & secundam partem 7 propositionis lib. quinti Elem. Eucl. & 9 Com. Sent. huius bis sumptam quadratum ipsius HK maius est quadrato ipsius GI. Quare per 2 Com. Sent. huius recta linea HK maior est quàm GI. & hoc est quod à Corollario proponitur. Eodem autem modo in alijs etiam omnibus huiuscemodi rectis lineis liquebit; quòd semper Basi conicæ propinquoires ab eadem Basi remotioribus maiores sunt.

Propositio tertia, Theorema secundum.

Propositio.



I duo parallelogramma rectangula duobus quadratis ita adiungantur, ut vnum quidem cum ipsis commune latus habeant, duo verò duobus indirectum iacentia, atque duo hæc aggregata inuicem æqualia fuerint, si vnum vnus rectanguli latus ex indirectum iacentibus vni ex eisdem alterius rectanguli lateribus æquale fuerit: quadrata illa æqualia inuicem erunt. Si autem dicta latera inæqualia fuerint: quadratum, cuius lateri maius rectanguli latus in directum iacet, reliquo quadrato minus erit.

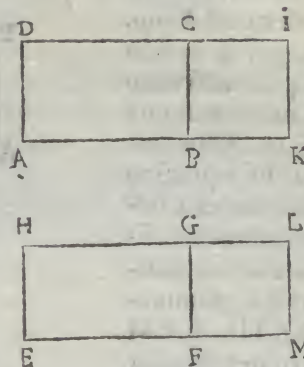
Expositio.

Sint duo Parallelogramma rectangula ABCD, & EFGH, quæ adiungantur quadratis BCIK, & FGLM ita ut recta quidem linea BC sit commune latus rectanguli ABCD, & quadrati BCIK; & similiter ipsa FG sit commune latus rectanguli EFGH, & quadrati FGLM: duo verò AB, & DC latera indirectum iaceant ipsis BK, & CI lateribus, & pari modo duo EF, & HG ipsis FM, & GL. Atq; duo hæc aggregata, nempe

per rectangula AKID, & EMLH. inuicem æqualia sint. Dico quòd si AB recta linea rectæ EF æqualis est, quadratū etiam BCİK æquale est quadrato FGLM. Si verò AB maior fuerit quàm EF, quadratum BCİK quadrato FGLM minus erit. Sint primū AB, & EF æquales. Si itaq; BCİK quadratum FGLM quadrato æquale nō fuerit; aut

minus ipso, aut maius esse necesse est. Quòd si minus; ergo & BK latus ipso FM latere, & IK ipso LM minus erit per secundā Com. Sent. huius. Quare per 4 Com. Sent. primi lib. Elemen. Eucl. tota AK minor erit quàm tota EM. est autem & IK minor quàm LM, igitur per 3 Com. Sent. huius Rectangulum AKID Rectangulo EMLH minus est, quod est suppositioni contrarium. Si verò quadratum BCİK quadrato FGLM maius esse dicatur, eisdem rationibus cōcludetur AKID Rectangulū ipso EMLH Rectangulo maius esse, quod etiam suppositioni oppugnat. Non est igitur quadratum BCİK quadrato FGLM minus, neq; maius, ergo ipsi æquale, quæ

est prima propositio-
nis pars. Sint modo
AB, & EF inæquales,
AB scilicet maior quā
EF, vt in secunda figu-
ra. Si igitur quadra-
tum BCİK quadrato
FGLM minus non
fuerit, aut æquale ipso,
aut ipso maius erit.
Quòd si æquale sit, la-
tus BK lateri FM, &
latus IK lateri LM

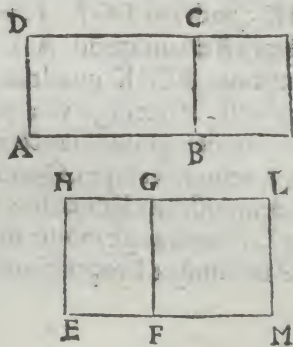


Determina-
tio.

Demonstra-
tio primæ
partis.

Duos casus
habet hæc pri-
ma ps, quos
vide infra in
digressione
contra Ver-
nerum.

Conclusio
primæ par-
tis.

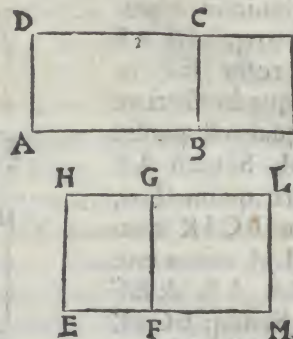


Demonstra-
tio secundæ
partis.

Tres habet
casus secun-
da hæc pars,
quos vide in-
fra in digres-
sione contra
Vernerum.

æqualia

æqualia erunt per iam dictam secundā Com. Sent. ergo per eādem etiam 4 Com. Sent. tota AK maior erit quā tota EM. Cū autem IK sit æqualis ipsi LM, quæ per 4 definitionem sextilib. Elem. Euc. sunt altitudines parallelogrammorum AKID, & EMLH, erit per primam prop. eiusdem sexti ratio parallelogrammi AKID ad parallelogrammum EMLH si



cut ratio basis AK ad basim EM. Atqui basis AK maior ostensa est basi EM, igitur per 9 Com. Sent. huius & parallelogrammum AKID parallelogrammo EMLH maius erit. quod est contra suppositionem. Si denuum BCIK quadratum maius FGLEM quadrato quis esse dixerit, per eandem secundam Com. Sent. BK erit maior quā FM, & IK maior quā LM. Vnde per quintam Com. Sent. huius tota AK maior erit quā tota EM. ergo per 3 Com. Sent. huius Rectangulum AKID Rectangulo EMLH maius erit, quod iterum suppositioni aduersatur. Existente igitur AB linea maiori quā EF, neque maius est quadratum BCIK quadrato FGLEM, neque ipsi æquale, sed minus. Atqui ostensum est etiam quod AB, & EF lineis inuicem æqualibus existentibus, BCIK quadratum de necessitate FGLEM quadrato æquale est. Patet ergo vtrique Theorematis huius pars. Si itaque duo parallelogramma rectangula duobus quadratis ita adiungantur, & reliqua vt supra. Quod oportebat demonstrare.

Conclusio
totius.

Verū demonstratis iam tribus sequentium omnium demonstrationum Elementis, age modò ad institutam nobis Problematicam, admirandamque Propositionem accedamus.

PRO-

PROBLEMATIS PRAECIPVI 57
DEMONSTRATIO PRIMA.

DVAS in eodem plano designare lineas alteram rectam, & alteram curvam, quæ nunquam adinuicem coincidunt, etiam si in infinitum protrahantur: & quantò longiùs producuntur, tantò sibiinuicem propiores euadant.

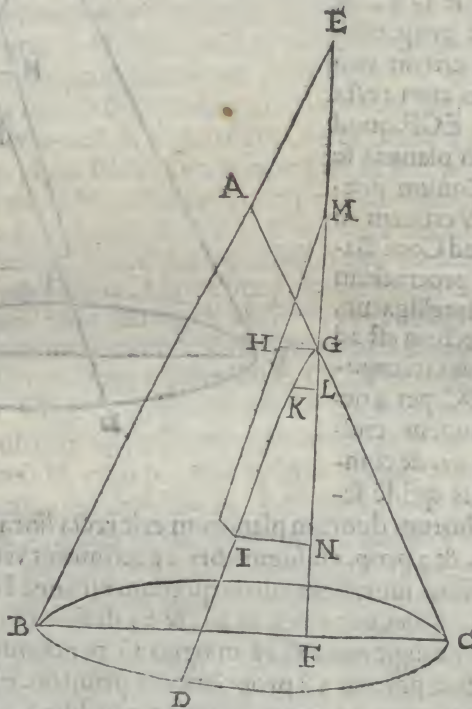
Propositio.

Sit Conus A BCD, cuius Vertex A, Basis BDC circulus, triangulum per Coni Axem ABC, cuius latus AB producat per secundam petitionem primi lib. Elem. Eucl. in partem A quoadlibet, vñque in signū E. & in trianguli ABC Basi BC accipiatur quodcunq; signum F, à quo ad signū E per primam pet. eiusdē primi recta ducatur linea FE, secās necessariò ratione superius dicta latus AC, eiusdē trianguli in signo

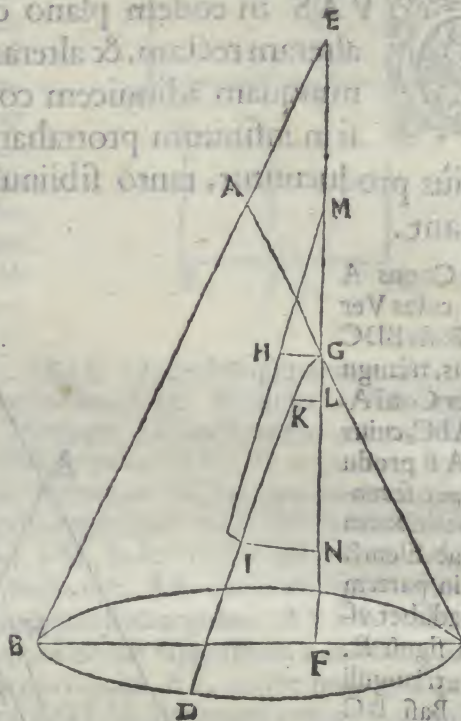
G, quæ per 2 prop. lib. 1 Element. Eucl. erit in plano trianguli

H ABC.

Constructio.



ABC. & à signo G per 12 prop. eiusdē lib. erigatur recta GH ad angulos rectos plano trianguli ABC, quæ per 3 definitionem eiusdē 11 ad rectos angulos est rectæ lineæ EGF, & per 2 prop. eiusdē crit in vno plano cum recta linea EGF, quod porrò planum secat Conum præter Verticem si vsq; ad Coni Basim protractum esse intelligatur, & erectum est ad planum trianguli ABC per 4 definitionem eiusdē 11. & communis quidē sectio horum duorum planorum erit recta linea EF per constructionem, & 3 prop. eiusdē libri 11: cōmunis verò sectio plani EGH, & conicæ superficiei curua quædam est linea Hyperbolica, seu latus Hyperboles per 5 per. & 21, & 24 definit. huius, & sit GID; quæ utique tangit recta GH in signo G per constructionem, & per secundam partem 28 propositionis primi lib. Elem. Eucl. & per primam partem 32 propositionis primi libri Conicorum Apollonij. Subinde suscipiatur in ipsa GID curua linea quodecunq; signum K, & ab ipso per 11 propositionem lib. 11 Elem. Eucl. ducatur in trianguli ABC planum perpendicularis recta linea KL, quæ per 38 prop.



38 prop. eiusdem lib. 11 cadit in EF communem sectionem duorum iam dictorum planorum, ipsique EF ad rectos angulos est per tertiam definitionem eiusdem 11. Posthac linea recta EG per 10 prop. primi lib. Elem. Euc. secetur in duas partes æquales in signo M, & per prædemonstratum problema fiat GH recta linea tantæ longitudinis, ut ad eius quadratum eam habeat rationem quadratum rectæ lineæ GM, quam habet rectangulum contentum ab EL, LG rectis lineis ad quadratum ipsius LK. Quo demum facto, ducatur MH recta linea per primam partem eiusdem primi, que erit in eodem plano EGH, in quo est etiam GID curua linea per 2 prop. lib. xi. Elem. Euc. His hoc modo constructis dico quod si duæ lineæ, nempe recta MH, & curua GID in eodem EGH plano existentes, in infinitum protrahantur (intelligendo scilicet planum EGH ex parte GH, & Conum ex parte BCD basis in infinitum produci) nunquam adinuicem coincident: & quanto longius producuntur, tantò sibi inuicem propiores euadent. Coincidant autem, si id fieri potest, in aliquo signo, verbi gratia in signo I, à quo per xi. prop. lib. xi. Elem. Euc. in trianguli ABC planum, perpendicularis ducatur IN recta linea, quæ per 38 prop. & 3 definitione eiusdem cadit perpendiculariter in EGF communem duorum planorum sectionem, & per 6 prop. eiusdem xi. parallela est ipsis GH, & KL rectis lineis. Quare per primum Theorema superius demonstratum ratio rectanguli ab EN, NG rectis lineis comprehensi ad quadratum rectæ IN est sicut ratio rectanguli ab EL, LG contenti ad quadratum rectæ lineæ LK. Verum quæ est ratio rectanguli ab EL, LG comprehensi ad quadratum ipsius LK eadem per constructionem posita est ratio quadrati rectæ MG ad quadratum rectæ GH. ergo per xi. prop. libri quinti Elem. Euc. eandem habet rationem rectangulum ab EN, NG contentum ad ipsius NI quadratum, quam habet quadratum, quod fit à linea MG ad quadratum, quod à recta GH describitur. At ipsius MG ad ipsius GH quadratum eandem habet rationem, quam habet etiam quadratum ipsius MN ad quadratum ipsius NI (in triangulo enim iuxta suppositionem rectilineo MNI recta linea NI recte GH parallela posita est, unde per 2 partem 29 propositionis primi Elem. Euc. duo triangula MGH & MNI æquiangula sunt, & ideo per 4 prop. sexti eorundem habent latera proportionalia, videlicet MG ad GH sicut MN ad NI. Quamobrem per primam

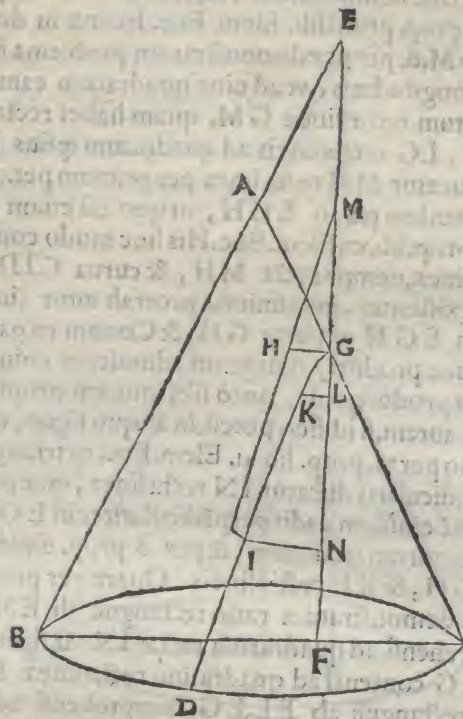
Determina-
tio.

Demonstra-
tio primæ
partis.

H 2 partem

partē 22 propositionis eiusdem sexti quadrata etiam harum quatuor linearū sunt proportionalia igitur per xi propositi. libri quinti Elem. Eucl. rectangulum ab EN, NG rectis lineis contentū ad quadratum lineę NI eādem habet rationem, quam habet quadratū lineę MN ad eiusdem NI lineę quadratum. ergo per primam partem 9 propositionis eiusdem quinti rectangulum ab EN, NG cōprehensum æquale est quadrato rectę lineę MN. Verumtamen cū in constructione recta EG in duas partes æquales in signo M diuisa sit, ei que in rectū adiiciatur recta GN, procul dubio per sextam prop. secundi lib. Elem. Euc. rectangulum ab EN, NG cōprehensum superabitur à quadrato lineę MN, quadrato ipsius MG rectę lineę. Sed hoc rectangulum eidem quadrato æquale etiam iam ostensum fuit, quod est maximè absurdum. nam fieri non potest ut eadem quantitates inuicem æquales simul, & inæquales sint. Hocequidem inconueniens sequutum est quoniam suppositum fuit lineam rectam MH, & inflexam GID in eodem plano protractas coincidisse adinuicem in ipso I signo. Similiter autem

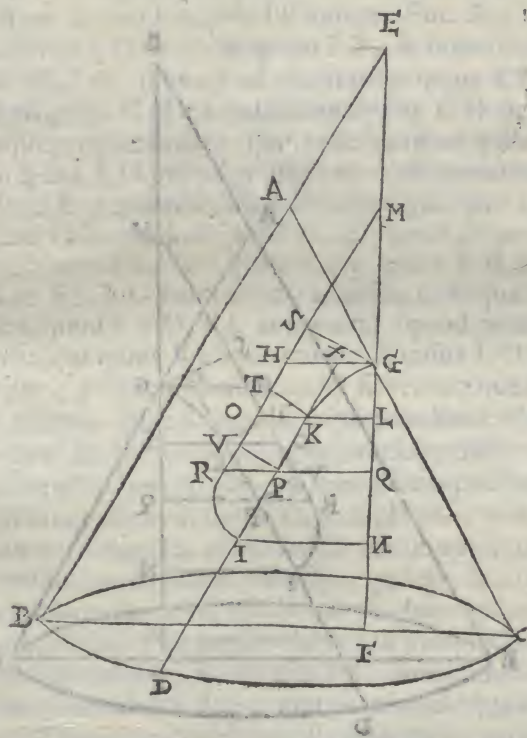
idem



idem sequetur incommodum si etiam in quocunque alio signo ipsæ
 duæ lineæ adinuicem coincidere ponantur. In nullo igitur signo co-
 incident, etiam si in infinitum protractæ fuerint. Patet itaque pri-
 ma quæsitæ nostri pars. descriptæ namque sunt in eodem EGH pla-
 no duæ lineæ rectæ MH, & inflexa GID nunquam adinuicem co-
 incidentes, quantumcunque protrahantur. Præterea demon-
 strandum est quòd quāto longius producuntur; tantò sibi inuicem
 propiores fiant. Producatur itaque per secundam petitionem pri-
 mi lib. Elem. Euc. recta linea LK in continuum, & directum donec
 coincidat in signo. O cum recta linea MH in longum producta.
 Necessariò siquidem coincident per quintam pet. primi lib. eorun-
 dem. quoniam angulus quidem MLK ex constructione rectus

Conclusio
 primæ par-
 tis.

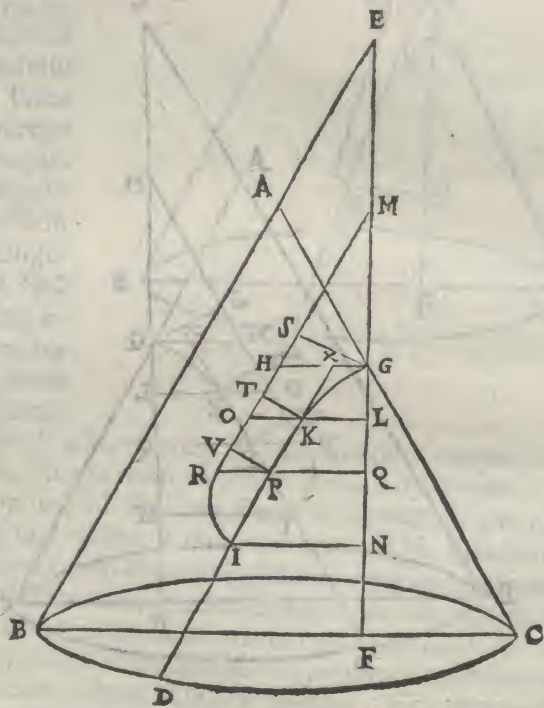
Secundæ par-
 tis constru-
 ctio.



est,

est, angulus verò LMH per 32 prop. eiusdem primi minor est recto. Deinde in ipsa GLD curva linea infra signum K suscipiatur quoddam signum P , à quo super EFG rectam lineam per 12 prop. primi lib. Elem. Eucl. perpendicularis PQ ducatur, quæ in partes P producta occurrat ratione iam dicta in puncto R ipsi MN productæ. Postea verò quoniâ per constructionem, & 32 prop. primi lib. Elem. Eucl. GH , & KO , & PR rectæ lineæ ad rectam MR perpendiculares non sunt, à punctis GKP ipsius inflexæ lineæ ad rectam lineam MR per 12 prop. eiusdem primi ducantur perpendiculares GS , KT , PV rectæ lineæ, quæ quidem per 19 prop. eiusdem erunt minimæ distantie, quibus puncta GKP distant à recta lineæ MR . Aio itaque GS distantiam esse maiorem KT di-

Determino
a: partis

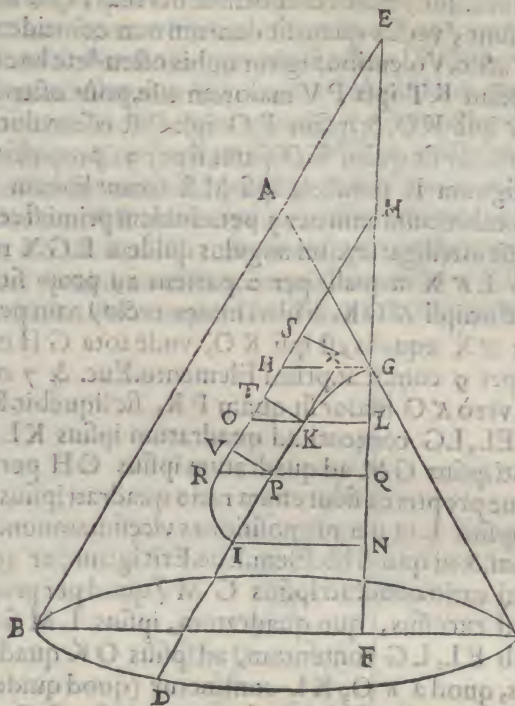


stantia,

stantia, & similiter ipsam KT ipsa PV : nec non si infinitæ eiusmo-
di distantia ducantur, minores continuè fieri eas, quæ Basi Coni-
proximiores sunt, versus quam sit duarum non coincidentium li-
nearum productio. Volentibus igitur nobis ostendete lineam GS li-
nea KT , & ipsam KT ipsa PV maiorem esse, prius ostendendum
est ipsam GH ipsa KO , & ipsam KO ipsa PR esse maiorem. Quod
itaque GH maior sit quàm KO patet si per 31 prop. primi elem.
ducatur per signum K parallela ipsi MR secans lineam GH in
puncto X (secabit enim eam per 5 pet. eiusdem primi si recta linea
 GK ducta esse intelligatur, cum angulus quidem LGX rectus sit,
angulus verò LKX æqualis per 2 partem 29 propositionis pri-
mi lib. Elem. Euc. ipsi HO , & ideo minor recto) nam per 34 pro-
pos. eiusdem HX æqualis est ipsi KO , vnde tota GH eadem KO
maior est per 9 com. sent. primi Elemento. Euc. & 7 com. sent.
huius. Quod verò KO maior sit quàm PR , sicliquebit. Ratio re-
ctanguli ab EL , LG contenti ad quadratum ipsius KL est sicut
ratio quadrati ipsius GM ad quadratum ipsius GH per constru-
ctionem. atque propterea sicut etiam ratio quadrati ipsius LM ad
quadratum ipsius LO per propositiones vicesimam nonam primi,
& 4, & 22 sexti, & xi quinti lib. Elem. Euc. Erit igitur per 19 prop. e-
iusdem quinti ratio quadrati ipsius GM (quod per prop. 6. lib. 2.
eorundem est excessus, quo quadratum ipsius LM superat re-
ctangulum ab EL , LG contentum) ad ipsius OK quadratum, &
duplum eius, quod à KO , KL continetur (quod quidem totum
est differentia, qua ipsius KL quadratum ab ipsius LO quadrato
exceditur per 4 prop. eiusdem secundi) sicut ratio quadrati lineæ
 ML ad quadratum ipsius LO , hoc est quadrati lineæ GM ad qua-
dratum lineæ GH , eadem enim istæ duæ rationes sunt, ut ostensum
est, igitur per 2 partem prop. 9. lib. v. Elemento. Euc. quadratum ipsius
 GH æquale est quadrato ipsius KO , & duplo eius, quod ab OK ,
 KL continetur, si quidem ad utrumque eorum quadratum ipsius
 GM eandem rationem habet. Similiter quodque demonstrabitur
quod quadratum ipsius GH æquale est quadrato ipsius PR , & du-
plo eius, quod ab RP , PQ comprehenditur nam rectangulum ab
 EQ , QG contentum ad quadratum PQ eandem habet rationem,
quam rectangulum ab EL , LG comprehensum ad quadratum KL
per primum Theorema ante demonstratum. vnde per constr. & per
xi prop. lib. v. Elem. Euc. rectangulum ab EQ , QG ad quadratum
lineæ

Per 6. 2.
partis.

In hoc Ver-
nerus obscu-
rus est.



lineæ PQ se habet vt quadratum ipsius MG ad ipsius GH quadratum, & reliqua vt superius.) Ergo per 1 communem sent. primi eorundem Elem. quadratum ipsius KO vnâ cum duplo rectanguli ab OK, KL contenti æquale est quadrato ipsius RP, & duplo eius rectanguli, quod ab RP, PQ cõprehenditur. Si itaq; duo rectangula à PR, PQ comprehensa ita sibijnuicem indirectum coniungantur vt per primam propositionem secundi libri Elem. Euc. vnum ex ipsis confectum rectangulum æquale sit duplo rectanguli à PQ, PR contenti, necnon quadratum lineæ PR ipsi totali rectangulo, sic adiungatur vt vnum cū ipso commune latus habeat: idemq; similiter de duobus rectangulis ab LK, KO contentis, & quadrato lineæ KO fiat: quoniam per Corollarium primi

primi præostensi Theorematis PQ maior est quàm KL , erit per secundam partem secundi ante demonstrati Theorematis quadratum lineæ KO maius quadrato lineæ PR . Per 2 igitur Com. Sent. huius recta lineæ KO maior est quàm ipsa PR . Verum enimvero quandoquidem iam demonstratum est rectam lineam GH recta KO , & ipsam KO ipsa PR maiorem esse: reliquum est ut itidem rectam lineam GS recta KT , & ipsam KT recta PV maiorem ostendamus. Quoniam igitur anguli GSH , KTO , PVR per constructionem recti sunt, ideoq; per 4 Pet. primi lib. Element. Eucl. inuicem æquales: similiter autem anguli GHS , KOT , PRV per constr. & 2 partem 29 prop. primi eorundem Element. inter se æquales sunt: ergo per 32 prop. & per 3 Com. Sent. eiusdem primi triangula GHS , KOT , PRV æquiangula sunt. Quare per 4 prop. 6. lib. eorundem quemadmodum se habet GH ad KO , & KO ad PR : ita etiam GS ad KT , & KT ad PV . Sed GH maior est quàm KO , & KO quàm PR , ut ostensum est. igitur etiã GS quàm KT , & KT quàm PV per 9 Com. Sct. huius maior erit. Hæ autem sunt minimæ distantiæ, quibus signa GKP in curva linea existentia distant à recta MR linea, ergo signum P propius est rectæ lineæ MR quàm signum K , & signum K quàm signum G . & quoniam idem de quocunq; alio puncto in eadem obliqua linea suscepto eodem modo usque in infinitum demonstrari potest, perspicuum est quòd quantò amplius recta linea MHR , & inflexa, seu Hyperbolica GID in eodem plano EGH producuntur, eò magis sibi inuicem appropinquant. Atque hoc erat secundum Quæsti membrum. Quapropter utraque propositi Problematis pars manifesta, claraque habetur. Duas itaque in eodem plano designauimus lineas alteram rectam, & alteram inflexam, quæ nunquam ad inuicem coincidunt etiam si in infinitum protrahantur: & quantò longius producuntur, tantò sibi inuicem proximiores euadunt. quod faciendum erat.

Hoc obscure ex Veracis verbis haberi potest.

In hac parte deficit Veracis.

Conclusio secundæ partis.

Conclusio vniuersalis.

Corollarium.

Ex demonstratione secundæ partis huius Problematis emergit nobis Corollarium quòd quotiescunque Hyperbole

I le

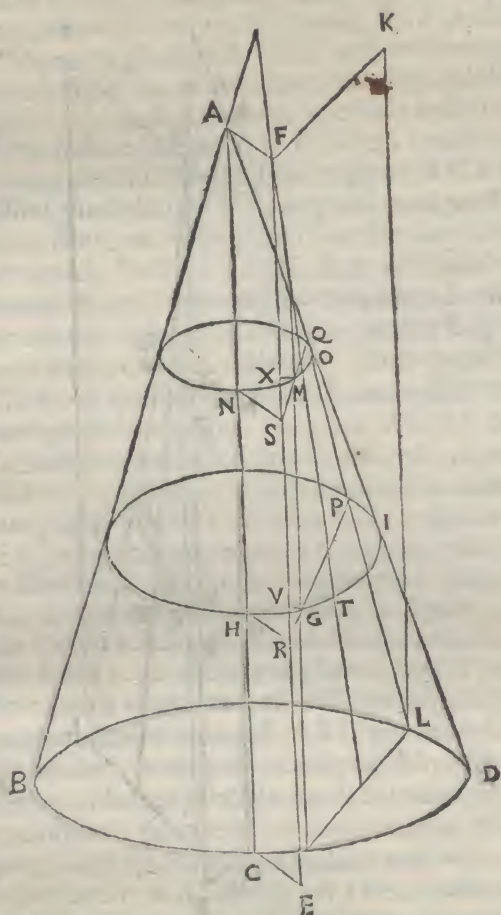
le cum recta linea ipsi non coincidente in eodem plano descripta fuerint, quadratum ipsius KO , & duplum eius, quod ab OK , KL continetur aequalia sunt quadrato ipsius PR , & duplo rectanguli ab RP , PQ comprehensi; idemq; verum est in omnibus lineis ordinate ductis intra Hyperbolem, atque ad non coincidentem usque rectam lineam productis.

Secunda Eiusdem Problematis Demonstratio.

Constructio.

Sit Conus $ABCD$, cuius Vertex quidem A , Basis verò, BCD circulus, & à puncto C per medium semicircunferentiam BCD diuidente ad Verticem A ducatur recta linea CA , quæ tota erit in conica superficie per primam petitionem huius. & ab eodem puncto C per 12 prop. 11 lib. Elemen. Eucl. recta erigatur linea CE ad rectos angulos plano trianguli per axem habentis latus AC . quæ quidem CE linea per 3 definit. eiusdem 11 erit ad rectos angulos in puncto C tum dimetienti circuli BCD , tum ipsi AC rectæ lineæ. Quare per Corollarium 16 prop. lib. tertij Elem. Eucl. eadem AC recta linea erit tangens circulum BCD in puncto C . Duæ igitur lineæ CA , & CE in eodem sunt plano per 2 prop. lib. 11 eorundem, quod quidem planum necessario tangit conicam superficiem à Vertice usq; ad Basim in recta linea AC . Ducatur itaque per punctum A recta linea AF parallela, & æqualis rectæ CE per 3 1, & 3 prop. primi lib. Elem. Eucl. & ducatur per primam Pet. eiusdem EF , quæ etiam per 33 prop. eiusdem primi rectæ lineæ AC parallela, & æqualis erit. factum est ergo $ACEF$ parallelogrammum rectangulum planum tangens superficiem conicam in linea AC . Quod autem hoc planum hincinde productum, nullibi nisi in linea AC conicam superficiem tangere possit, facile conuincitur. Si enim tangeret ipsam in quodam alio puncto, vt in G ; intelligatur planum parallelum basi secans Conum per signum G , cuius plani, & conicæ superficie communis sectio erit circulus per 4 pet. huius, quippe qui circulus sit HGI secans lineam AC in signo H . Et quoniam planum circuli HGI secat planum

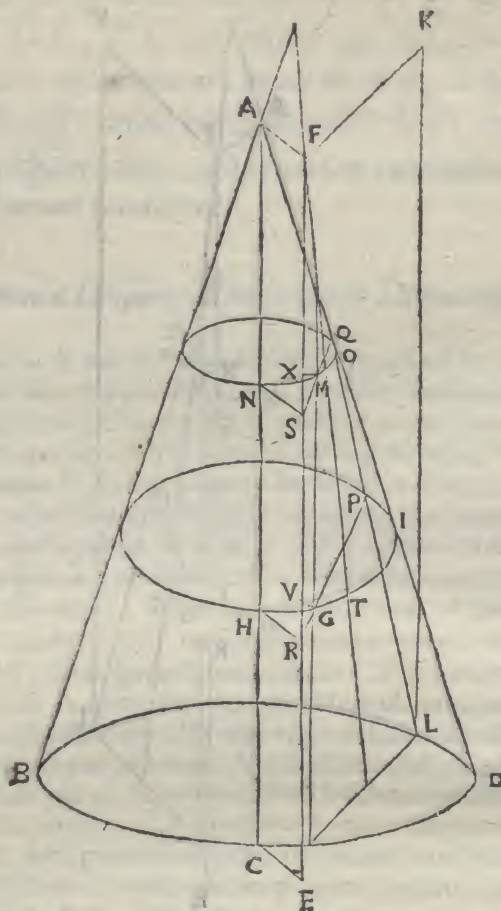
*Indirecta
demonstratio.*



planum ACEF in signis GH, ipsius contactus, erit per 3 prop.
lib. 11 Elemen. Eucl. communis eorum sectio recta linea GH, qua
cum duo puncta connectat in circuli circumferentia existentia, seu
in conica superficie prater Coni fastigium iacentia, cadet intra
circulum ipsum, atque intra Conum per 2 prop. 3 lib. Elem. Eucl.

I 2 seu

In hoc pro-
bando defi-
cit Carda-
nus, & Para-
logismu cō-
mittit.



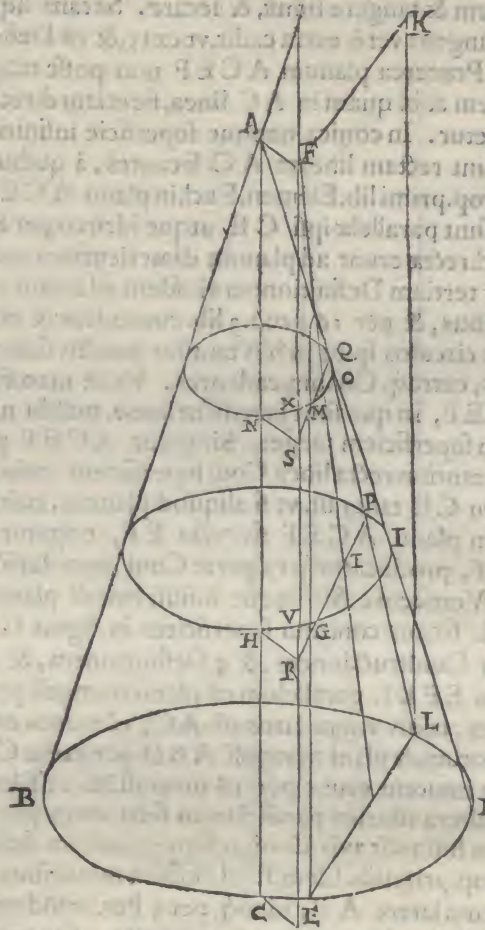
seu per 2 Pet. huius. Cum autē ipsa linea GH sit in plano ACEF,
 iuxta quam secatur à circuli plano, necessariò planū etiam ACEF
 caderet intra Conum, secaretq; ipsum in linea AC per 15 Defini-
 tionem huius, quod est contra Cōstructionem, quandoquidem pla-
 num ACEF positum fuit tangēs superficiem Coni in linea AC.
 Non

Non potest enim idem planum in eadem recta linea eandem conicam superficiem & tangere simul, & secare. Secans siquidem intra Conum, tangens verò extra cadit, ut ex 15, & 16 Definitionibus huius patet. Præterea planum $ACEF$ non posse tangere conicam superficiem alibi quàm in AC linea, sic etiam directæ demonstratione habetur. In conica nanque superficie infiniti circuli excogitari possunt rectam lineam AC secantes, à quibus sectionibus per 31 prop. primi lib. Element. Eucl. in plano $ACEF$ rectæ lineæ duci possunt parallelæ ipsi CE , atque idcirco per 8 propo. 11 lib. Elem. Eucl. rectæ erunt ad planum dimetientium eorum circumulorum, & per tertiam Definitionem eiusdem ad rectos angulos ipsi dimetientibus, & per 16 prop. 3 lib. eorundem, & eius corollarium tangent circulos ipsos in illis tantum punctis sectionum totæ extra circulos, extraq; Conum cadentes. Vnde manifestum est qd planum $ACEF$, in quo sunt iam dictæ lineæ, nullibi nisi in linea AC conicam superficiem tanget. Sit igitur $ACEF$ planum tangens in AC tantum recta linea Coni superficiem, cuius plani latitudo AF , seu CE tanta sit, ut si aliquod planum, cuius communis sectio cum plano $ACEF$ sit recta EF , erigatur super planum $ACEF$, producatuq; ex parte Coni, necessariò secet Conum præter Verticem. Sit itaque huiusmodi planum productum $EFKL$ secans conicam superficiem in signis G , & M . & quoniam per Constructionem, & 4 Definitionem, & 14 prop. 11 lib. Elem. planum $EFKL$ parallelum est plano trianguli per axem Coni illius scilicet, cuius unum latus est AC ; còmunes etiã duorum istorum planorum, & plani trianguli ABD per axem Coni sectiones parallelæ inuicem erunt per 16 propo. lib. 11 Element. Eucl. Quare cum altera istarum parallelarum sectionum per 10, & 18 Definitionem huius sit axis Coni; reliqua nimirum sectio per 29, & 5, & 32 prop. primi lib. Elem. Eucl. exhibet à minoribus duobus rectis angulis cum latere AB , ideoq; per 5 Per. eiusdem primi occurret ipsi AB lateri in partem A producto. Quamobrem per 5 Per. & 21 Definitionem huius linea GM in superficie conica iacens inflexa, mixta, & Hyperbolica linea est, seu latus Hyperboles per 24 Definitionem huius. Constatque ex Constructione ipsam GM curvam lineam in eodem esse plano $EFKL$ cum recta EF . Dico itaque hasce duas lineas, inflexam scilicet MG , & rectam EF in eodem $EFKL$ plano continuè productas (quod planum intelligatur

Directio
tio.

In hoc probando deficit Peletarius, & quoddam falsum dicit.

Determinatio primæ partis.



intelligatur in infinitum cum tota Coni superficie Basim versus extendi) nunquam sibi inuicem occurrere. Si enim sibi occurrant, aut hoc fiet in linea AC, & ita AC, & EF parallelæ coincident, quod est inconueniens: aut præter AC lineam, & ita cum MG quidem inflexa linea semper sit in superficie Coni, recta vero EF maneat

Demonstratio primæ partis.

maneat semper in plano $ACEF$; necessariò planum $ACEF$ tangeret Conum alibi quàm in linea AC , quod fieri nò posse iam demonstrauius. Nunquam ergo GM , & EF lineæ coincident etiam si in infinitum protrahantur. Et hæc est prima Problematis pars. Dico modò quòd istæ duæ lineæ non coincidentes quo magis à culmine Coni elongantur, eò magis inuicem proximæ fiunt. & satis sit in duobus tantum lineæ inflexæ punctis utpote G , & M hoc demonstrare. quòd scilicet in puncto G proximior sit inflexa GM lineæ rectæ EF , quàm in puncto M . Quandoquidem eodem modo in omnibus etiam alijs ipsius curvæ lineæ punctis idem ostendetur. Capiatur itaque circulus NMO parallelus basi BCD , & priori circulo HGI . & ducantur per primam Pet. primi lib. Elem. Eucl. in planis circulorum NMO , & HGI iuxta communes eorum, & plani $EFKL$ sectiones rectæ lineæ GP , & MQ . & producantur in partes G , & M per 2 pet. eiusdem quousque secant lineam EF ipsa quidem PG in signo R , ipsa verò QM in signo S . & erunt per 16 prop. lib. 11 Elem. Eucl. ipsæ PR , & QS inuicem parallelæ. Similiter per eandem primam Pet. ducantur in plano $ACEF$ rectæ lineæ HR , & NS . quæ quidem erunt etiam in planis eorundem circulorum per 2 prop. eiusdem 11 Elementorū bis sumptā; cū lineis enim PR , & QS se inuicē secant. Igitur per 16 propositionem eiusdē 11 sibi inuicē, & ipsi CE parallelæ erunt. necnon circulos HGI , & NMO tangent rationibus superius dictis. At etiam HN , & RS ex Constructione parallele sunt. ergo per 34 prop. primi lib. eorundem element. HR , & NS inuicem sunt æquales. & quoniam contingunt circulos HGI , NMO ; erit per 36 prop. lib. 3. eorundē quadratū ipsius NS æquale parallelogramo rectangulo, quod fit ex multiplicatione ipsius QS in SM : & quadratum ipsius HR æquale ei, quod fit ex PR in RG . Quadrata autē ipsarum HR , & NS æqualia sunt per Constructionem, & per 2 Com. Sent. huius. Rectangulum igitur, quod fit ex PR in RG æquale est rectangulo, quod fit ex QS in SM per primam Com. Senten. primi lib. Element. Eucl. bis sumptam. Quare per secundam partem 16 propositionis lib. 6 eorundem Elementorū ratio rectæ lineæ PR ad rectam QS est sicut ratio lineæ MS ad GR . sed PR maior est quàm QS , ergo MS etiam maior est quàm GR per 9 Com. Sent. huius. Quòd autem PR maior sit quàm QS , sic probetur. Si in Plano $EFKL$ per

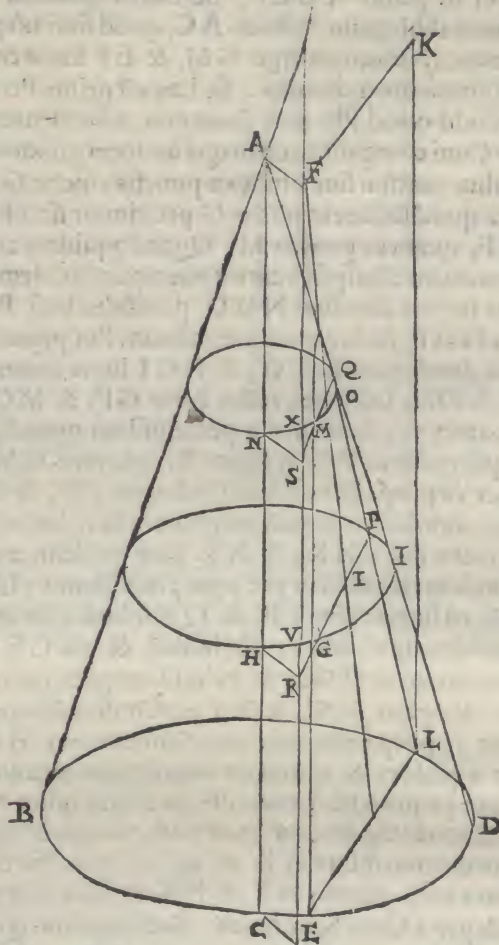
fignum

Conclusio
primæ par-
tis.
Determina-
tio secundæ
partis.

Constructio
secundæ par-
tis.

In hoc defi-
cit Carda-
nus, & falsū
dicit.

Demonstra-
tio secundæ
partis.



proc male
stat. Car.

figum P ducatur per 31 prop. primi lib. Elemen. Eucl. parallela
ipfi EF, dubio proculextra figum Q cader. quod sic deduca-
tur. Reda linea AF per Construat. & per 2 prop. lib. 11 eorun-
dem Elemento. est tum in plano ACEF, tum in plano trian-
guli ABD per Axem Coni. Si igitur Axis Hiperboles iam de-
scriptæ

scriptæ in eiusdem trianguli plano per 21, & 22 Definitionem huius
 existens producat in indirectum versus Coni verticem, necesse est
 ut rectam AF secet in aliquo puncto. cum autem idem axis sit
 etiam per Constructionem in plano EFKL, in nullo alio signo
 quàm in ipso F rectam AF lineam secabit. Producat igitur
 axis ipse, qui per 22 Definitionem huius secet PG ordinatè du-
 ctam per medium, & ad rectos angulos in signo T. Quoniam igi-
 tur trianguli FTR angulus, qui ad T rectus est; erunt duo reliqui
 eius anguli per 32 prop. lib. primi Elemen. Eucl. acuti. Angulus
 igitur FRG acutus est. Eadem ratione etiam angulus FSM acu-
 tus erit. si itaque protracta recta RP in partem P quantumlibet
 eius extremitas cōiungatur per rectam lineam cum signo F, osten-
 detur similiter angulum, qui ex his duabus rectis lineis extra Co-
 num fiet, acutum esse. Quamobrem si in plano EFKL per pun-
 ctum P per 31 prop. lib. primi eorundem Elemen. ducatur recta li-
 nea parallela ipsi RS, necesse est ipsam cadere extra Coni superfi-
 ciem, quia ipsi à puncto F extra Conum ultimò per imaginationem
 ductæ lineæ occurrere debet per 5 pet. primi lib. Elem. Eucl. quan-
 doquidem in signo P cum parte protracta ipsius RP acutum fa-
 cit angulum per secundā partem 29 prop. eiusdem primi lib. Elem.
 Cū itaque recta linea, quæ per signum P ipsi SR parallela duci-
 tur, extra Coni superficiem cadat; manifestum est, qd si SQ recta
 linea extra Conum protrahatur quousque occurrat ipsi parallelæ
 ductæ per punctum P, in infinitumque productæ (coincident. n.
 necessariò, quod si quis neget, per ultimam Definitionē, & 30 prop.
 primi lib. eorundem Elemen. facile probari potest) euadet æqualis
 ipsi PR per 34 prop. eiusdem primi lib. Elemen. Maior igitur est
 PR quàm QS per 9 Com. Sent. eiusdem. Verū quoniam in
 longum prouecti sumus ut hoc probaremus iam à digressionē re-
 uertendo ad institutum dicimus quòd cū PR sit maior quàm
 QS, eam autem (ut ostensum fuit) rationem habet PR ad QS
 quam habet MS ad GR. & MS igitur quam GR maior est
 per 9 Com. Sent. huius. At GR, & MS ad rectos angulos ipsi
 EF minimè sunt; cū anguli, qui ad R, & S acuti iam ostēsi sint. atq;
 propterea ipsæ MS, GR non sunt breuissima intervalla, quibus
 G, & M signa inflexæ lineæ à recta EF distare possint: eò quòd
 ab eisdem punctis ad ipsam EF rectam lineam perpendiculares
 duci possunt, quæ per 19 prop. primi lib. Elem. Eucl. ipsis MS, GR
 K breuiiores

Etiam lineam in eodem plano duci potest, quod patet ex 17 prop. primi lib. Elemen. Eucl. Quæ cum ita se habeant, ducantur per 12 prop. primi lib. eorundem Elemen. à signis GM ad lineam rectam EF in plano EFL perpendiculares GV , & MX : & erunt anguli GVR , & MXS per 4 pet. eiusdem primi lib. Elem. Eucl. æquales, quia recti per 10 Definitionem eiusdem sunt. Quoniam autem GR , & MS parallelæ ex Cōstructione sunt: anguli etiam GRV , & MSX per secundam partem 29 prop. primi lib. eorundem Elem. sunt æquales. ergo per 32 prop. & per 3 Com. Senten. eiusdem triangula GRV , & MSX æquiangula sunt. atque idcirco per 4 prop. sexti lib. eorundem Elemen. ratio ipsius MX ad GV est sicut ratio ipsius MS ad GR . Sed MS maior est quàm GR (vt probatū fuit) ergo & MX quàm GV per 9 Com. Sent. huius maior est. sunt autem MX , & GV minimæ distantia, quibus signa GM Hyperbolicæ lineæ à recta linea EF distare possint: igitur signum G est proximius rectæ EF quàm signum M . quod quidem erat secundò demonstrandum. Descriptæ sunt igitur in eodem plano duæ lineæ altera recta, & altera inflexa, & reliqua vt in propositione. Quod fecisse oportuit.

Cōclusio secundæ partis.

Conclusio vniuersalis.

Corollarium.

Hinc manifestum est quòd si planum EFL ex parte lineæ EF producat, in ipsoq; per 31 propositionem primi lib. Elemen. Eucl. una recta linea parallela ipsi EF ducatur, quæ duæ parallela rectæ lineæ distent ab inuicem quodam determinato spatio, gratia exempli mille Stadijs: erunt designatæ in eodem plano duæ lineæ altera recta, ultimò scilicet ducta, & altera curua, nempe Hyperbolica ipsa, quæ cum eodem plano, & superficie Coni in infinitum producta, semper sibi inuicem magis proximabunt; nunquam tamen mille Stadijs sibi proximiores erunt. alioqui linea GM inflexa rectæ EF occurreret,

K 2 curret,

curret, quod fieri non posse iam demonstratum fuit. Hoc autem Corollarium maximè admirandum est.

Ante quam ad tertiam instituti Problematis demonstrationem accedamus quoddam Theorema nobis prædemonstrandum est, in quo tota vis illius demonstrationis consistere videtur. Quidam enim tanquam manifestum hoc supponentes demonstrare se credidere, cum tamen nugentur. in Geometricis namque demonstrationibus nil tanquam manifestum assumendum est, quin ipsum vel ab alijs satis superque demonstratum, vel ab omnibus tanquam principium nulla demonstratione indigens concessum, receptumque sit. Theorema igitur, quod præmittimus, sit huiusmodi.

*Lemma, seu Assumptum sequentis tertiæ
Demonstrationis.*

Propositio.



ÆQVALES rectæ lineæ in circulis inæqualibus inæquales cum maiorum, tum minorum Segmentorum auferunt circumferentias, in minoribus nempe Segmentis maiorem quidem à minori, minorem verò à maiori: in maioribus autem Segmentis maiorem quidem à maiori, minorem verò à minori circulo circumferentiam.

Expositio.

Sint duo inæquales circuli ABC quidem minor, DEF verò maior, in quibus duæ rectæ lineæ AC, & DF inuicem æquales vnâ cum circulorum circumferentijs minora quidem Segmenta circulorum contineant ABC, & DEF: maiora verò AGC, DHF. Dico quòd in minoribus quidem Segmentis circumferentia ABC circuli minoris est maior quam circumferentia DEF circuli maioris: in maioribus autem Segmentis aio circumferentiam DHF maioris circuli circumferentia AGC minoris circuli maiorem esse. Diuidatur itaque recta linea DF per decimam

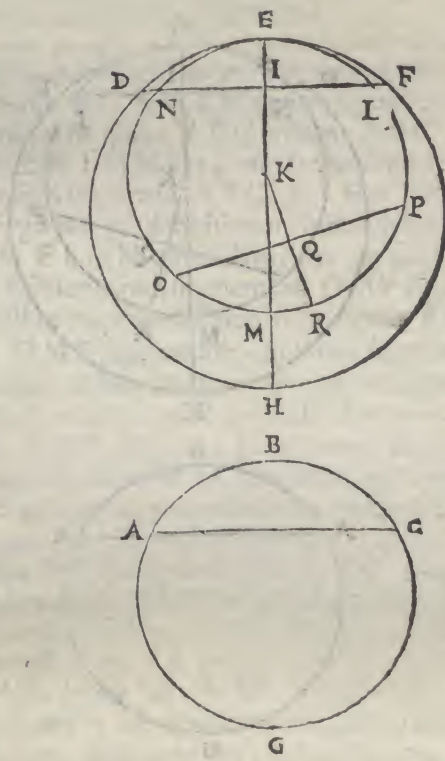
Determinatio.

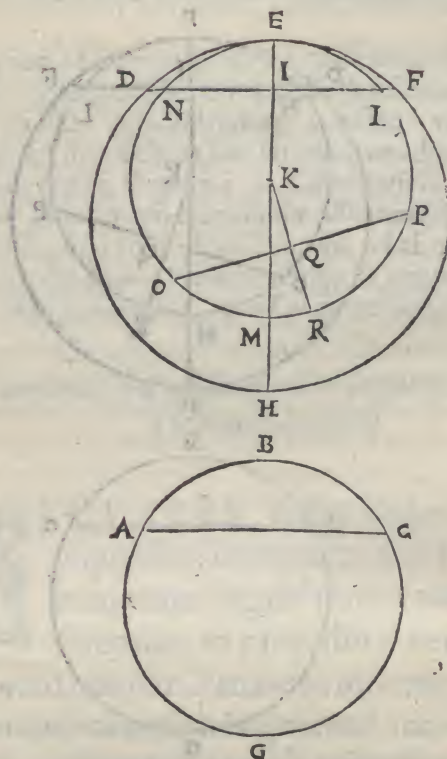
Constructio primæ partis.

prop.

LEMMA TERTIAE DEMONSTRATIONIS. 77

prop. primi lib.
Elem. Eucl. in
duas partes æ-
quales in signo
I, à quo eriga-
tur ipsi DF ad
angulos rectos
per 11 propo.
eiusdē recta li-
nea, quæ vtrin-
que per secun-
dam petitionē
eiusdē produ-
cta secabit cir-
cunferentiam
DEF, verbi
gratia in signo
E, & transibit
per centrū cir-
culi DEF per
Corollarium pri-
mæ propositio-
nis tertij libri
Elem. Eucl. &
secabit ex alte-
ra parte eiusdē
circuli circunfe-
rentiam, vtpo-
tè in signo H.
Deinde quo-
niā semidime-
tiens circuli DEF
est maior semidime-
tiente circuli ABC
per
suppositionem, & per 30 Definitionē huius: refecetur per 3 prop.
primi lib. Elem. Eucl. à semidimetiente maiore semidimetienti mi-
nori æqualis recta linea EK. & centro K, intervallo autem KE
describatur per 3 pet. primi lib. Elem. Eucl. circulus ELMN, qui
necessariò tanget intrinsecus circumulum DEF, & nullibi nisi in si-
gno E per 11, & 13 prop. tertij lib. Elem. Eucl. Quamobrem seca-
bit





bit eiusdem $ELMN$ circuli circumferentiam linea recta DF in
 duobus signis, ut puta LN . Igitur recta linea LN est minor per
 9 Com. Sent. primi lib. eorundem Elemen. quàm DF ; hoc est
 quàm AC . Atque idcirco remotior est à centro circuli $ELMN$
 quàm recta linea ipsi AC æqualis per conuersam quintedecimæ
 prop. lib. tertij Elem. Eucl. minorque est circumferentia LEN
 quàm ABC per ultimam propositionem lib. sexti Elem. Eucl. quia
 si à cen-

si à centris circulorum $ABCG, ELMN$ ad AC, LN signare-
 ctæ lineæ ductæ intelligantur; erunt anguli ad centra circulorum
 æqualium constituti, quorum ille quidem, qui ABC circumferen-
 tiæ insistit, maior erit eo, qui LEN circumferentiæ insisteret per
 25 prop. primi lib. *Elemen. Eucl.* Latera enim eorum essent æqualia
 alterum alteri, & basis AC base LN maior. Quare cum circun-
 ferentia LEN minor sit quàm ABC , etiam AGC circunfe-
 rentia minor erit quàm LMN per 4 com. senten. huius. Vnde per
 eandem ultimam sexti segmenta ABC , & LEN inæquales ca-
 piunt angulos. Ergo per 31 definitionem huius dissimilia sunt. A
 dato igitur circulo $ELMN$ abscindatur per 34 propositionem
 3 lib. eorundem Elementorum segmentum OMP capiens angu-
 lum æqualem cuilibet angulo rectilineo in segmento ABC existē-
 ti, quod quidem OMP segmentum erit simile segmento ABC
 per 10 definitionem eiusdem tertij, atque circumferentia ABC
 per 26 prop. tertij, & tertiâ Com. Sct. primi lib. *Elem. Eucl.* est æqua-
 lis circumferentiæ OMP , & per 29 propo. tertij libri eorundem
 OP recta lineæ æqualis est rectæ AC , & totum segmentum ABC
 toti segmento OMP per 24 propositionem eiusdem. Cum autem
 OP cetro K propinquior sit (ut iam dictum est) quàm LN , minor
 est distantia ipsius OP à centro K (quæ sit KQ producta quo-
 usq; secet circumferentiam OMP in signo R) quàm distantia KI .
 Quoniam verò omnes eiusdem circuli semidimeterientes æquales
 sunt, QR maior est quàm IE per 4 Com. Sent. huius. Cum igitur
 QR maior sit, quàm IE , & OP æqualis ipsi AC , hoc
 est ipsi DF : Est autem IE quidem ad angulos rectos ipsi DF ,
 eamque per medium dispescens per constructionem, QR verò
 similiter ad rectos angulos ipsi OP , & per medium ipsam secans
 per 4 definitionem, & secundam partem tertiæ propositionis ter-
 tij libri Elementorum *Eucl.* necesse est si super recta lineæ DF in
 partes E simile, & æquale segmentum ipsi ORP constituatur, ut
 eius circumferentia cadat extra DEF circumferentiam segmenti
 circuli maioris: alioquin QR æqualis esset ipsi IE , vel minor
 quàm ipsa, cum tamen maior esse ostensa iam sit. Verum si circun-
 ferentia ipsi ORP , vel ABC æqualis cadit extra circumferen-
 tiam DEF , perspicuum est ipsam ORP , seu ABC ipsa DE
 F esse maiorem per definitionem lineæ rectæ. Quandoquidem re-
 ctæ lineæ definitur minima omnium eisdem cum ipsa terminos ha-
 bentium

Demonstra-
 tio primæ
 partis.

bentium linearum: vel à puncto in punctum breuissima extensio: vel quæ ex æquo inter signa sua sita est. ex his enim rectæ lineæ definitionibus clarum est quod omnes curuæ lineæ eisdem cum recta terminos possidentes, & ad easdem partes constitutæ inter se sunt inæquales: & remotiores quidem à recta proximioribus semper maiores, ut sensui conspicuū, ab omnibusq; concessum est. Patet igitur prima huiusce Theorematis pars. Secunda verò sic constabit. Sint

Conclusio
primæ partis

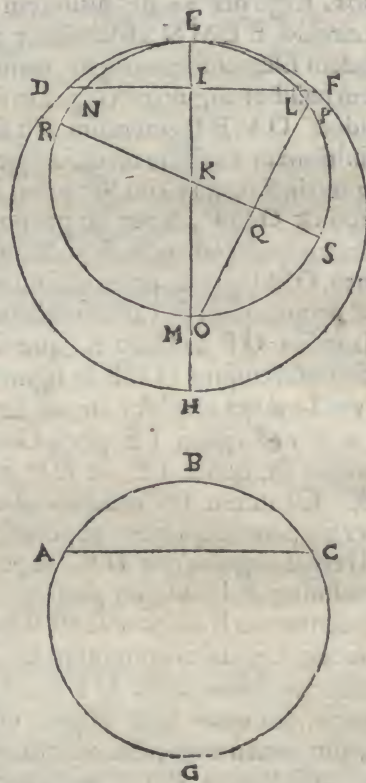
Expositio secundæ
partis.

duo circuli in æquales minor quidem ABC, maior verò DEF: & in ipsis duæ rectæ lineæ AC, & DF inuicem æquales continentes cū circumferentijs segmenta minora quidem ABC, DEF: maiora verò AGC, DH

Determinatio secundæ
partis.

Constructio:

F. Dico quod DHF circumferentia maior est quàm AGC. Diuidatur igitur ut superius recta DF in duas partes æquales in signo I, & erigatur IE ad angulos rectos, &



produ-

producat utrinque ut transeat per centrum, & secet circumferentiam circuli in signis EH . Deinde circa cētrum K circulus æqualis ipsi ABC eo modo; quo superius, describatur tangens circumlum maiorem in signo E , & secans rectam quidem DF in signis LN , dimetientem verò EH in signo M . Et quoniam his ita iacentibus superius ostensum est circumferentiam ABC esse maiorem circumferentia LEN , inæquales igitur angulos capiunt per ultimam propositionem sexti lib. Elem. Eucl. Segmenta AGC , & LMN , & ideo dissimilia sunt per 31 Definitionem huius. Abscindatur itaque à circulo $ELMN$ per 34 prop. tertij lib. Elem. Eucl. Segmentum $ONEP$ suscipiens angulum æqualem cuius angulo in Segmento AGC existenti. quod utique Segmentum erit simile, & æquale AGC Segmento rationibus superius dictis. Potest autem aliter etiam abscondi Segmento AGC simile, & æquale Segmentum $ONEP$, scilicet accommodando per primam propositionem quarti libri Elem. Eucl. in circulo $ELMN$ rectam PO æqualem rectæ AC . erit enim per 28 prop. tertij lib. Elem. Eucl. circumferentia ABC æqualis circumferentiæ OP . quare per 26 prop. eiusdem tertij lib. Segmenta AGC , & ONP suscipiunt angulos æquales. unde per 10 Definitionem eiusdem similia sunt. cum autem sint super æqualibus rectis lineis constituta proculdubio per 24 prop. eiusdem æqualia quoque erunt. Hoc itaque facto recta linea OP , basis nempe Segmenti OEP secetur per medium in signo Q , à quo erigatur ipsi OP ad rectos angulos recta linea, quæ protracta utrinque transibit per centrum K , per Corollarium primæ propositionis tertij lib. Elem. Eucl. secabitque circumferentiam circuli minoris in signis RS . His ita constructis quoniam OP maior est quàm LN (ut superius fuit ostensum) ergo centro K est propinquior per conuersam 15 propositionis tertij lib. eorundem Elementorum. Igitur QK distantia minor est quàm distantia IK . Quare QS maior est quàm IE per 4 Com. Sent. huius: nec non QR minor est quàm IM per eandem: Unde multò minor quàm IH . Si igitur super recta linea DF in partem H constitutum fuerit Segmentum ONP , necesse est eius circumferentiam cadere intra circumferentiam DHF : alioquin IH esset æqualis ipsi QR , aut minor quàm ipsa, quod est contra ea, quæ ostensa sunt. Quapropter ex Definitionibus rectæ lineæ superius dictis patet circumferentiam DHF esse maiorem circumferentia

Demonstratio
secundæ
partis.

Conclusio se-
cundæ par-
tis.

Conclusio
vniuersalis.

rentia ONP, seu quauis alia, quæ sit ipsi AGC æqualis. Atque hoc erat secundò demonstrandum. Patet autem hæc secūda pars etiam ex sexta Comuni Sententia huius. Aequales igitur rectæ lineæ in circulis inæqualibus, & reliqua vt in propositione. Quod erat demonstrandum, atque præsumendum.

Corollarium.

Ex demonstratōne huius Theorematis constat quòd in minoribus inæqualium circularum Segmentis æquales bases habentibus, partes dimetientium ipsorum circularum, quæ tum Segmenta ipsa, tum eorum bases per medium diuidunt, inæquales sunt: maior quidem minoris dimetientis, minor verò maioris. In maioribus autem inæqualium circularum Segmentis præfatæ dimetientium partes è contrario sunt inæquales: maioris quidem dimetientis maior, minoris verò, minor.

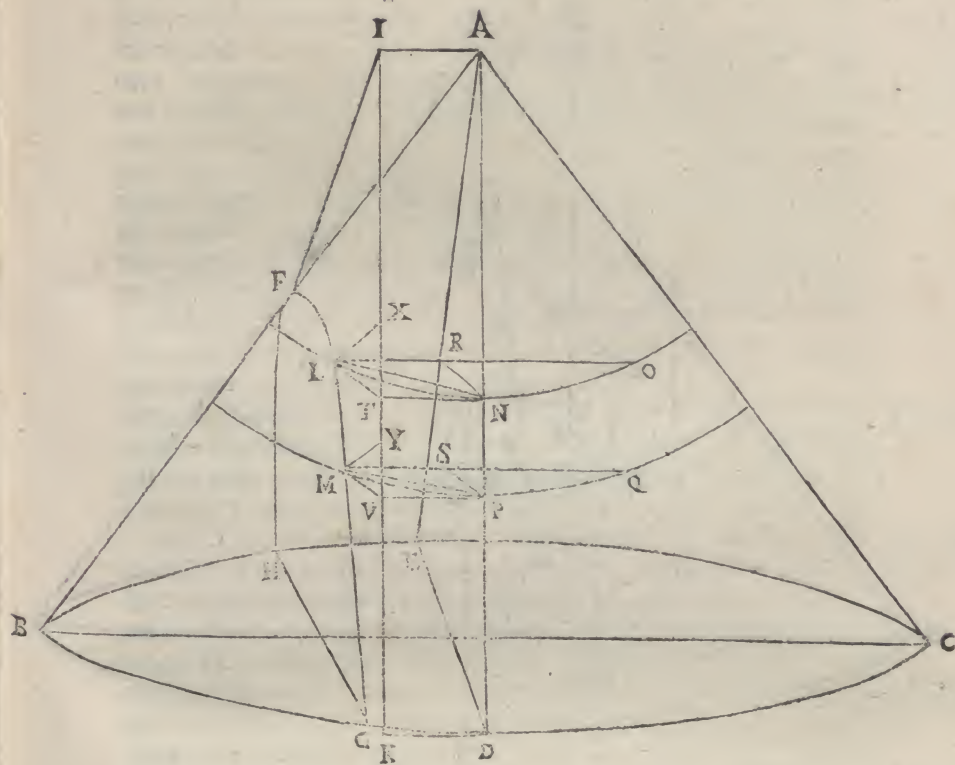
Patuit enim in prima configuratione ipsam QR esse maiorem ipsa IE, pariterque in secunda descriptione ipsam QR ipsa IH minorem esse. Quod sanè Corollarium & pulcrum est, & sequenti Demonstrationi maximè opitulaturum. Hisce autem præmissis modò ad institutum reuertamur.

EIVSDEM PRAECIPVI PROBLEMATIS DEMONSTRATIO TERTIA.

Expositio, &
Cōstructio.

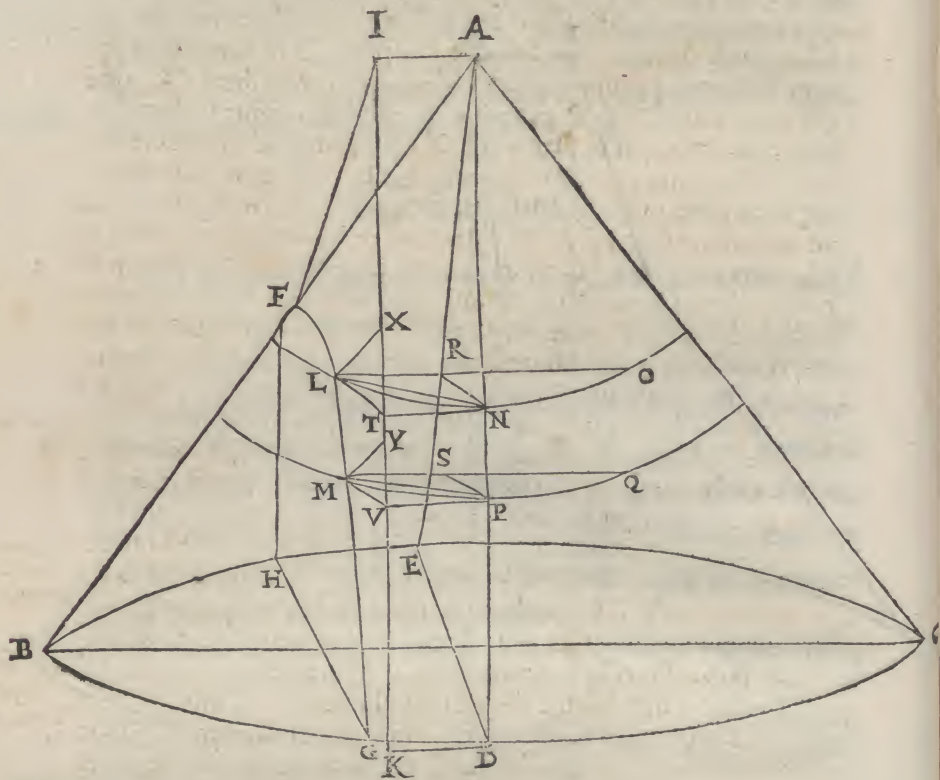


IT igitur Conus ABCD, cuius vertex A, basis verò BDCE circulus, & triangulū per axem ADE, cuius basis recta linea DE, & aliud per axem triangulum ABC. Sit rursus aliud quoddam planum GFH plano trianguli ADE parallelum, conum ipsum sub inflexa GFH linea inæqualiter secans, quæ quidem inflexa linea per 21 Definitionem huius vnà cum recta GH continet Hyper-



Hyperbolem sectionē conicam. Quandoquidem si per signum F (quod erit vertex ipsius Hyperbolis) exire intelligatur communis sectio plani trianguli ABC, & plani GFH, coincidet per quin tam petitionem primi libri Elementorum Eucl. cum latere AC ipsius trianguli extra Coni Verticem producto. Quoniam per Constructionem, & 16 prop. 11 lib. Elemen. Eucl. ipsa communis sectio axi Coni parallela est, & ideo si protracta intelligatur recta BC, faciet per 12 Definitionem huius, & per 29, & 32 prop. primi lib. Elem. Eucl. cum iam dicta exeunte, & AC rectis lineis intra Conum duos angulos duobus rectis minores. Huius itaq; Hyperbo-

L 2 lis



Hoc nō pro-
bat Oron-
tius.

lis planum intelligatur directè, & interminatè protractum ad par-
tes FG. Subinde quoddam aliud planum superficiei Coni sic ap-
plicetur ut ipsam tangat in tota recta AD linea, planoque trian-
guli ADE rectum sit. hoc autem fiat quemadmodum in supe-
riori Constructione. Coextenso igitur hoc plano versus Hyper-
bolem, secabit eius planum: Cum enim secet planum trianguli
ADE parallelum plano GFH, necessariò & ipsum GFH seca-
bit, aliter neque etiam ipsum ADE secaret. quoniam plana, quæ
eidem plano sunt parallela; & inter se parallela sunt (ut rectè de-
monstrant Campanus in 16 prop. lib. 11 Elimen. Eucl. & Vitellio
in

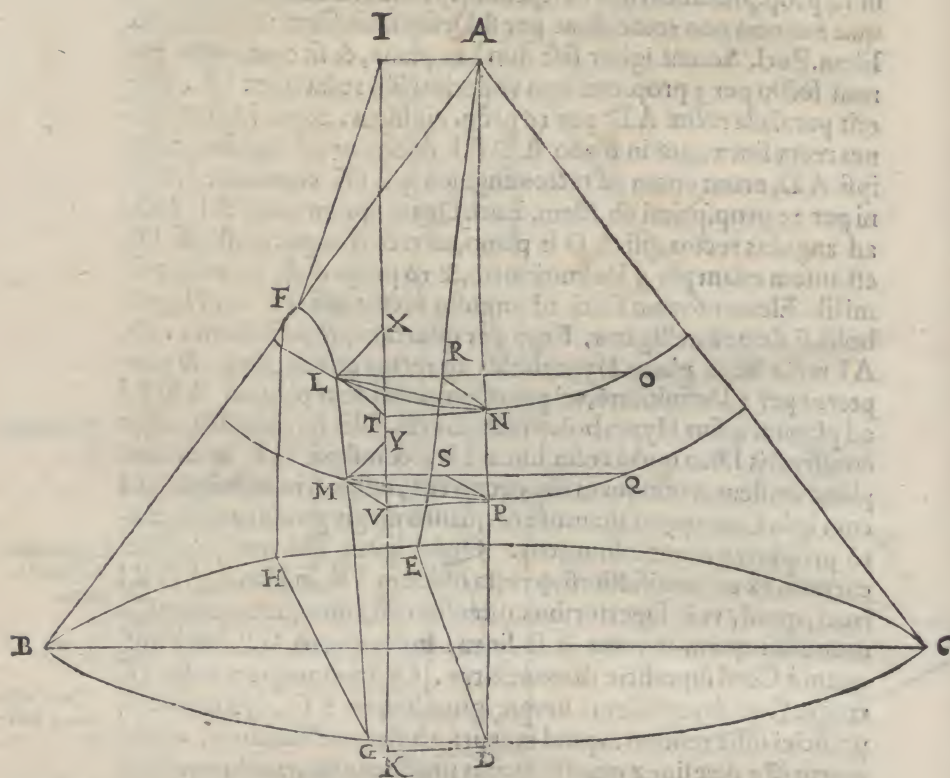
in 14 prop. primi libri suæ Perspectiue.) Parallela autem plana sunt, quæ inuicem non coincidunt per 8 Definit. eiusdem vndecimi lib. Elem. Eucl. Secent igitur sese duo hæc plana, & sit communis eorum sectio per 3 prop. eiusdem vndecimi lib. recta linea IK, quæ erit parallela rectæ AD per 16 prop. eiusdem. atque idcirco omnes rectæ lineæ, quæ in plano ADKI ducentur ad angulos rectos ipsi AD, erunt etiam ad rectos angulos ipsi IK communi sectioni per 29 prop. primi lib. Elem. Eucl. Quamobrem recta AI ducta ad angulos rectos ipsi ADE plano, ad rectos angulos est ipsi IK. est autem etiam per 3 Definitionem, & 16 prop. 11, & 29 prop. primi lib. Elementorum Eucl. ad angulos rectos ipsi IF axi Hyperbolis, si ducta intelligatur. Ergo per quartam prop. eiusdem 11 lib. AI recta linea plano Hyperboles ad rectos erit angulos. & propterea per 4 Definitionem, vel per 18 prop. eiusdem planum ADKI ad planum ipsius Hyperboles rectum erit. His ita expositis, atque constructis Dico quod recta linea IK, & inflexa GF in eodem plano existentes nunquam sibi occurrent, etiam si in infinitum vnâ cum ipso Cono protrahantur: & quantò magis producantur, tantò propiores erunt adinuicem. Quod igitur sibi nunquam occurrant, ex eo manifestum est, quod recta quidem IK in plano ADKI iacet, quod (vt in superioribus ostensum est) nunquam tanget Conum alibi quàm in recta AD linea: Inflexa verò GF linea nusquam à Coni superficie dimouebitur. Quare nunquam recta IK tanget Coni superficiem: neque igitur lineam FG, ipsi conicæ superficie inhaerentem. quod erat primò demonstrandum. Quod autem istæ duæ lineæ quantò magis producantur, tantò propiores adinuicem sint dilucidè ostendetur, paucis prius constructis. Suscipiantur itaque in ipsa inflexa linea duo quælibet signa LM, per quæ transeant duo circuli sibi inuicem, & Basi Coni paralleli, quorum circumferentiæ in superficie conica ab eorundem planis Conum secantibus designatæ sint LNO quidem minoris, culminique propinquioris: MPQ verò, maioris, basi que proximioris. Et comprehensis inter lineas AD, & FG eorundem circulorum circumferentijs LN, & MP, fiant eis æquales NO, & PQ circumferentiæ; quod fiet per primam petitionem bis sumptam, & 23 propositionem primi libri Elementorum Euclidis, seu per eandem primam petitionem, & primam propositionem quarti eorundem. Deinde per eandem primam petitionem ducantur

Determinatio.

Demonstratio primæ partis.

Conclusio primæ partis.

Constructio secundæ partis.



ducantur rectæ lineæ LO, MQ, quæ per 3 Com.Sent.primi, & 27, & 29 propositionem tertij, & 4 prop. & decimam Definitionem primi libri Element. Eucl. in duas æquales partes, & ad rectos diuidentur angulos à communibus sectionibus planorum vtriusq; circuli, & plani trianguli ADE. Sit igitur secta ipsa LO in puncto R, ipsa verò MQ in puncto S. & ducantur communes sectiones NR, & PS, quæ erunt parallelæ per 16 prop. 11 lib. Element. Eucl. Ducantur præterea per 31 prop. primi lib. eorundem Elem. per puncta NP ipsis RL, SM parallelæ rectæ lineæ NT, PV. quæ productæ in plano ADKI secabunt IK rectam de necessitate

te

te per 30 propositionem, & ultimam Definitionem primi libri eorundem Element. secant ipsam in punctis TV. & ducantur LT, & MV rectæ lineæ, quæ per 16 prop. libri 11 eorundem Element. erunt parallelæ ipsis RN, & SP. His ita constructis quoniam per Cōstructionem, & 29, & 34 prop. primi lib. eorundem Element. parallelogramma rectangula sunt ipsa LRNT, & MSPV, & latera ex opposito habent æqualia: igitur LT ipsi RN, & MV ipsi SP æquales sunt. Sed RN maior est quàm SP per Corollarium præostesi Lemmatis. Et LT igitur ipsa MV maior est per 14 propositionem quinti libri Element. Eucl. Si itaque LT, & MV ad rectos essent angulos ipsi IK, haberemus intentum. Quoniam autem non sunt, angulis ITL, & IVM acutis existentibus (vt patet per Cōstructionem, & octauam propositionem, & tertiam Definitionem 11, & 29, & 32 prop. primi libri Elem. Eucl. si IF axis Hyperbolis, & ipsæ TL, VM protractæ intelligantur) ducantur per 12 prop. eiusdem primi lib. Element. à punctis LM ad rectam IK perpendiculares LX, & MY rectæ lineæ. Cum igitur LT, & MV (vt iam ostensum est) parallelæ sint, proculdubio triangula LTX, & MUY æquiangula sunt per 29 prop. & 4 pet. & 32 prop. & 3 Com. Senten. primi lib. eorundem Element. Quare per quartam prop. sexti lib. eorundem Element. ratio ipsius LT ad MV est sicut ratio ipsius LX ad MY. Atqui LT maior quàm MV fuit ostensa, ergo per 9 Com. Sent. huius, & LX ipsa MY maior est. Propior est itaque linea FG inflexa rectæ IK in puncto M quàm in puncto L. Haud dissimiliter autem si describatur sub MPQ circulo alius quispiam circulus ipsi MPQ parallelus, concludetur iterum eadem FG linea in eius cum eodem circulo sectione propinquier esse eidem IK rectæ lineæ, quàm in signo M: idemque in infinitum ostendi potest. Quantò magis igitur præfata lineæ ad inferiores Coni partes unà cum ipso Cono producentur, tantò sibi inuicem proximiores euadent. Quod secundò demonstrandum erat. Duas igitur in eodem plano lineas, & reliqua vt superius. Quod facere oportebat.

Demonstratio secundæ partis.

In hoc deficit Orócius.

Cōclusio secundæ partis.

Conclusio vniuersalis.

DE

DE DVABVS LINEIS RECTA, ET CVRVA
NON COINCIDENTIBVS,

& magis semper inuicem appropinquan-
tibus in diuersis Planis.

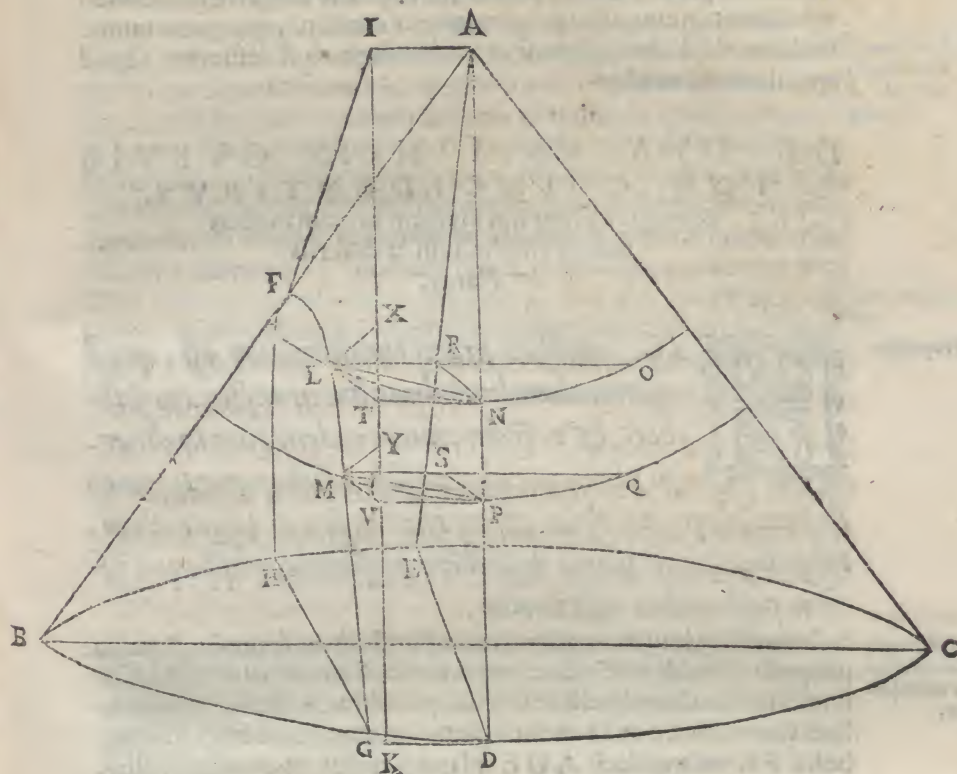
Prop. **P**RIVS QVAM reliquas instituti Proble-
matis demonstrationes persequar cōmodum
mihi videtur hoc in loco demonstrare hanc
eandem affectionem veram esse de duabus
etiam lineis altera similiter Hyperbolica, & altera recta,
ambabus in Coni superficie, sed non in eodem plano iacen-
tibus. Quod etiam ab Orontio in suo libello de speculo
vstorio, & ab antiquo innominato Autore in fine libelli
de sectione Parabolæ quamvis satis obscurè, imperfectèq;
demonstratum tamen fuit.

Expositio, &
Constructio.

Determina-
tio.

Demonstra-
rio.

Maneant igitur cuncta sic disposita vt in superiori proxima Con-
structione, & per primam petitionem primi libri Element. Euclid.
ducantur LN, & MP dimetientes parallelogrammorum LRNT,
& MSPV. Dico duas lineas FG inflexam, & AD rectam in
superficie conica non in eodem plano iacentes in infinitum cum
ipso Cono protractas semper magis atq; magis sibi inuicem proxi-
mari, nunquam tamen sibi occurrere. Quoniam rectæ lineæ LR,
MS in eisdem parallelis sint planis; erunt parallelæ, & æquales per
16 prop. 11, & 34 prop. primi lib. Element. Eucl. intelligendo scilicet
rectas LM, RS lineas esse ductas. Atqui RN maior est quàm
SP per Corollarium præassumpti Lemmatis. triangula igitur
LRN, MSP per 4 Com. Sent. primi lib. Element. Eucl. habent
duo latera LR, RN simul sumpta duobus lateribus MS, SP si-
mul sumptis maiora, & rectos nihilominus angulos compren-
dunt. Quadratum ergo ipsius LN quadrato ipsius MP per
47 prop. eiusdem primi lib. maius est. vnde per 2 Com. Sentent.
huius LN recta linea maior itidem est quàm ipsa MP. Si itaque
LN, & MP, rectæ lineæ ad ipsam AD rectam lineam perpendi-
culares



culares sunt, habemus intentum. Sin minus; ducantur à punctis
 L M ad rectam AD perpendiculares, & ostendetur superioribus
 rationibus inflexam FG lineam rectæ AD propinquiorem esse
 in puncto M, quàm in puncto L: & sic in infinitum, & nihilose-
 cius nunquam coincident, cum in duobus planis parallelis sint, sed
 aliquod semper inter eas erit interstitium maius quàm recta linea
 vtrique plano perpendicularis. si enim aliquando coinciderent,
 dubioprocul plana quoque ipsa parallela tunc sibi occurrerent,
 quod per 8 Definitionem 11 lib. Elementorum Euclid. nequa-
 quam fieri potest. Duæ itaque lineæ in vna superficie conica, sed

Conclusio.

M in

in diuersis planis describi possunt, quæ quantò magis in continuum producentur, tantò sibi propinquiores euadent, nunquam tamen inuicem coincident, etiam si in infinitum protractæ fuerint. Quod erat demonstrandum.

DE DVABVS LINEIS CVRVIS NON COINCIDENTIBVS,

& magis semper sibi inuicem proximantibus
tum in eodem, tum in diuersis
Planis.

Propositio.



IC amplius praterendum non est, quòd quemadmodum duas lineas inflexam scilicet, & rectam cum in eodem, tum in diuersis planis accidentia supradicta patientes iam descripsimus: ita duas etiam curuas lineas tum eodem, tum diuersis in planis describere possumus, quippe quæ iisdem passionibus afficiantur.

Expositio, &
Constructio
in eodẽ pla-
no.

Demonstra-
tio.

Iacentibus itaque cunctis quemadmodum in secunda, & tertia propositi Problematis demonstratione, si construatur alius Conus iam extructo æqualis, & similis; priorique posterior ita incumbat, ut recta linea *AD* sit communis utrique, planum verò Hyperbolis *FG* triangulari *ADE* plano parallelum continuè, directèque extendatur donec secet posteriorem, incumbentem uè Conum eodem modo, quo secet anteriorem succumbentem: statim liquebit propositum. Communis enim sectio iam dicti Hyperbolis *FG* plani, & conicæ superficiei nouissimi Coni erit linea curua similis incuruationis cum inflexa *FG* linea, quæ duæ curuæ lineæ non desinent continuè propiores inuicem fieri. quoniam utraque ipsarum per ea, quæ hucusque demonstrata sunt magis magisque appropinquant rectæ lineæ *IK* eodem in plano eas interiacenti: & nihilofecius nunquam sese tangēt, etiam si in infinitum vnà cum duobus Conis producantur. quandoquidem neque etiam cum recta *IK* inter ipsas media concurrent. Hæc autem imaginatione potius quàm ostensione indigent, quippe cum ab ijs, qui superiores

res Conos extructos præ oculis habent perpulcrè quidem excogitari possunt. atque idcirco nullam huiusce rei configurationem subijcere libuit. Agè modo ostendamus quomodo duæ curuæ lineæ in vna superficie conica, diuersis tamen in planis affectionibus supra dictis succumbere offendantur. Si igitur in quolibet Cono duo plana sibi inuicem, & plano trianguli per axem parallela superficiem conicam intersecant: fient porro in ipsa conica superficie duæ Hyperbolicæ lineæ, quæ quantò amplius vnà cum Cono producantur, eò magis ac magis sibi proximant, nunquam tamen coincidentes adinuicem, quamuis etiam in infinitum extendantur. Cum enim intermedio lateri trianguli per axem semper magis magisque appropinquent, cum ipsoque nunquam coeant (vt supra patuit) quoddam sibi continuè in infinitum propiores fiant, nunquam tamè inuicem conueniant, luce iam clarius relinquitur.

Expositio, &
Constructio
in diuersis
planis.

Demonstratio.

QVAEDAM ELEMENTA CONICA QUARTAE DEMONSTRATIONI DESERVIENTIA.

DECLARATIS iam, atque restauratis tribus præcedentibus Demonstrationibus, in præsentia consequens est propositum nobis Problema iuxta doctrinam Apollonij Pergei de Conicis tractantium principis demonstrare. ipse enim, licet imperfectè, exactiùs tamen cæteris omnibus Autoribus duas iam dictas lineas, in eodem plano in infinitum productas nunquam inuicem coincidere, & continuè sibi propinquiores fieri theorematice demonstrauit in prima, & quartadecima propositionibus secundi libri suorum Conicorum Elementorum, in quarta verò eiusdem secundi libri demonstratione (quæ Apollonij non est, sed potius Eutocij, vt ibi rectè Federicus Commandinus adnotauit) iam dictæ non coincidentes lineæ problematicè secundum Apollonij doctrinam describuntur. Volentibus igitur nobis de mente Apollonij nostrum admirandum Problema demonstrare, necessarium erit tres commemoratas propositiones primam scilicet, & quartam, & quartadecimam secundi libri Conicorum Elementorum Apollonij

M 2 in

in vnam problematicam propositionem reducere. Quoniam verò tres iam dictæ propositiones in vnum reduci, perfecteque intelligi non possunt nisi prius quædam Elementa conica ab Apollonio in primo libro suorum Elementorum conicorum demonstrata rectè percipiantur; idcirco necessarium esse existimo ante quam ad propositi Problematis demonstrationem accedamus ea primum hic declarare. & præsertim quoniam Apollonius in Elementis suis propter nimiam breuitatem, & multorum Lemmatum suppositionem obscurissimus est. Ego autem (vt hoc opus nostrum omnino clarum sit) aliquantulum prolixiori, sed perfectiori quoad fieri poterit sermone ea declarabo, verbis ipsius Apollonij me nequaquam obligans: sed potius mentem ipsius amplioribus, lucidioribusque verbis explicans. Nam Græca quidem Apollonij Elementa adhuc edita non sunt: antequam autem à Federico Commandino Latina ederentur, ego ea maximo cum sudore in ipsa peruersa, ac sordida Ioannis Baptistæ Memi translatione ex ingenio correxi, atque dilucidavi: postea verò cum quodam etiam exemplari Græco manu scripto (quod apud ipsum Commandinum erat) ea contuli. erant enim propter tralatoris illius Græcarum literarum, & Mathematicarum scientiarum ignoracionem adeo imperfecta, vt nil sedius vnquam legi posset: quandoquidem maximo cum labore quid sibi velet Apollonius vix conijcere quispian poterat. Quapropter ex iisdem à nobis iam correctis Elementis conicis ea, quæ in præsentia proposito nostro deseruiunt, qualia tunc pro viribus instaurauimus, talia nunc in medium sumus allaturi. Primum igitur Elementum Conicum à nobis declarandum, ac illustrandum duodecima primi libri propositio apud Apollonium est. Quoniam autem in eius expositione quoddam ab Apollonio Lemma supponitur, quod in fine vndecimæ propositionis eiusdem primi libri breuiter, & particulatim Eutocius demonstrat: propterea priusquam dictam duodecimam propositionem declaremus, illud Lemma exquisitiori, & vniuersaliori demonstratione confirmabimus, quippeque diuersa sit ab illa Eutocij. Erit enim Problema non inutile huiusmodi.

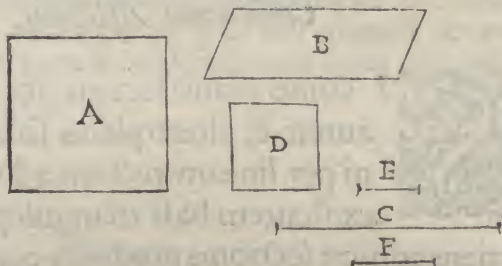
Lemma,

Lemma seu Sumptio sequentis Elementi Conici.

Problema.

DATIS quadrato, & parallelogrammo, & Prop.
recta linea: reperire lineam rectam, ad
quàm habeat eandem rationem data re-
cta linea, quam habet datum quadratum
ad datum parallelogrammum.

Sit datū qua-
dratum A, da-
tum aut paral-
lelogrammum B,
data verà recta
linea C. volo
inuenire aliam
rectam lineam,
ad quam ha-
beat linea C eā
rationem, quā



Expo.

habet quadratum A ad Parallelogrammum B. Constituatur per
ultimam propositionem secundilibri Elementorum Eucl. dato re-
ctilineo B æquale quadratum D. & per vndecimam propositio-
nem sexti libri eorundem inueniatur recta linea E, ad quam ha-
beat latus quadrati D eam rationem, quam habet latus quadrati
A, ad latus quadrati D. deinde per duodecimam propositionem
eiusdem reperiatuſ linea recta F, ad quam linea C habeat eam ra-
tionem, quam habet latus quadrati A ad lineam E. Dico quòd li-
nea F est ea, quam quærimus. Quoniam itaque per Constructionē
est vt latus A ad latus D sic latus D ad lineā E, erit per secundum
Corollarium vigesimæ propositionis sexti libri Elementorum Eu-
clidis ratio lateris A ad lineam E sicut ratio quadrati A ad
quadratum D. sed ratio lateris A ad lineam E per Construc-
tionem est sicut ratio lineæ C ad lineam F, igitur per xi. prop.
quinti libri eorundem ratio quadrati A ad quadratū D est vt ra-
ratio

Constructio

Determinati

Demonst.

ratio lineæ C ad F lineam. Verum per secundam partem septimæ propositionis eiusdem quinti quadratum A ad quadratum D eandem habet rationem, quam ad parallelogrammum B; ergo per eandem undecimam datum quadratum A ad datum B parallelogrammum eandem habet rationem, quam data recta linea C ad inuentam F rectam lineam. quod est propositum. Datis igitur quadrato, & parallelogrammo, rectaque linea: reperta est quædam alia recta linea, ad quam eadem est ratio datæ rectæ lineæ, quæ dati quadrati ad datum parallelogrammum. Quod faciendum erat.

Conclusio.

*Elementum Conicum primum Propositio 12 primi libri
Conicorum Apolloni.*

Propositio.

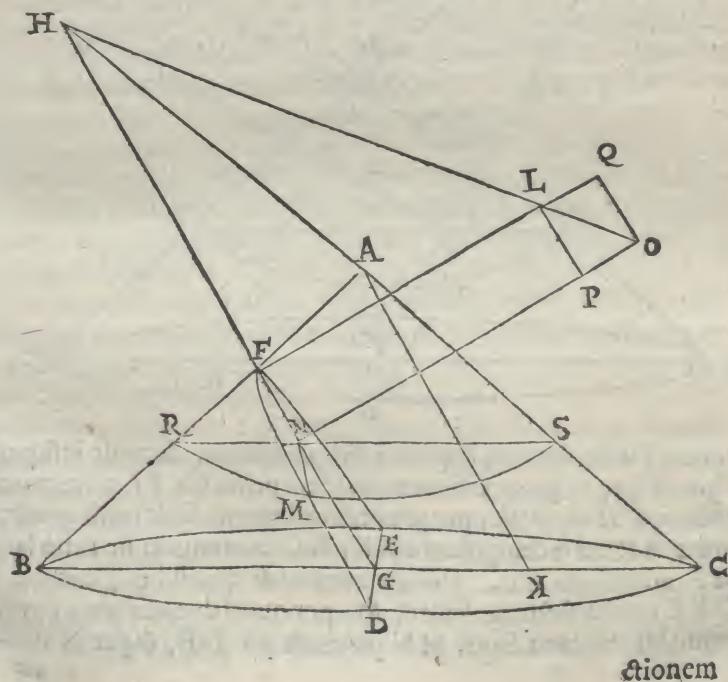
SI conus plano secetur per axem, secetur autem & altero plano secante basim coni per lineam rectam ad rectos angulos existentem basi trianguli per axem, & dimetiens conicæ sectionis producta coincidat vni laterum trianguli per axim extra coni summitatem: recta linea, quæ à conicæ sectione ducitur parallela communi sectioni secundi secantis plani, & basis coni vsque ad dimetientem conicæ sectionis, poterit parallelogrammum rectangulum inhærens cuidam rectæ lineæ, ad quam eam habet rationem recta linea in directum iacens dimetienti conicæ sectionis, subtendensque angulum extra triangulum per axim, quam habet quadratum rectæ lineæ ductæ à summitate coni parallelæ dimetienti conicæ sectionis vsque ad basim trianguli per axim, ad rectangulum contentum à basis trianguli per axem segmentis, quæ fecit ipsa ducta

cta

eta à conì vertice; & latitudinem habens rectam lineam in conicæ sectionis dimetiente receptam ab ipsa potente vsque ad conicæ sectionis summitatem; & excedens parallelogrammo simili, & similiter posito ei, quod continetur ab ipsa subtendente angulum extra triangulum per axim, & illa linea, cui inhæret iam dictum rectangulum.

Sit conus cuius summitas punctum A, basis autem circulus BC, & secetur plano per axim, & faciet per 3 prop. pri. lib. Conicorū Apollonij, seu per 3 pet. huius sectionē triangulum ABC. secetur autem & altero plano secante basim conì per rectam DE lineam ad rectos angulos existentem ipsi BC basi trianguli per axem ABC, & faciet per 5 pet. & 20 Definitionem huius conicam se-

Expositio.



tionem

QUARTAE DEMONSTR. DESERVIENTIA. 97

ter ducatur NO parallela ipsi FL. postea iuncta HL per primam pet. eiusdem primi lib. producat per secundam pet. eiusdem usque ad O (coincidit enim cum ipsa NO, quoniam cum FL iam coincidit, aliter neque etiam cum FL coincideret per ultimam definit. & 30 prop. eiusdem) & per signa L, & O ducantur per 31 prop. primi lib. Elementorum Euclid. LP, & OQ parallelae ipsi FN. quarum LP quidem ipsam NO intra O signum, OQ vero ipsam FL productam extra signum L secabit per Constructionem, & quintam pet. primi lib. Elementorum Euclid. alioqui vel parallelae concurrerent, vel anguli HNO, & HON trianguli HNO essent rationibus paulo antè dictis maiores quam duo recti. His ita iacentibus dico quòd Determinatio.
 recta linea MN potest parallelogrammum rectangulum FO, quod inhæret lineæ FL, latitudinem habens FN, excedensque parallelogrammo LO simile, & similiter posito ei, quod ab HF, FL continetur rectangulo. Ducatur enim per 31 propositionem primi libri Elementorum Euclid. recta linea RNS parallela ipsi BC. est autem & NM parallela ipsi DE ex suppositione. Constructio.
 planum igitur per MN, RS rectas lineas ductum parallelum est per 15 propositionem 11 lib. Elementorum Euclid. plano per ipsas BC, DE deducto, idest basi coni. Si igitur producat planum per MN, RS rectas lineas; communis eius, & conicæ superficiæ sectio per 4 prop. primi lib. Apollonij, seu per 4 petitio. huius erit circulus, cuius dimetiens est RNS. Quoniam itaque ad ipsam RNS dimetientem perpendicularis est MN per suppositionem, & quartam definitionem, & octavam propositionem, & tertiam definitionem 11 lib. Elementorum Euclidis: quod ab RN, NS continetur rectangulum æquale est ei, quod ab MN fit quadrato per 31 propositionem tertij lib. & Corollarium octavæ propositionis sexti, & primam partem 17 propositionis eiusdem sexti lib. Elementorum Euclidis. At quoniam est ex suppositione sicut quadratum lineæ AK ad rectangulum à BK, KC contentum, sic linea HF ad FL lineam: ratio autem eius, quod ab AK fit quadrati ad id, quod à BK, KC continetur rectangulum, componitur ex ratione, quâ habet AK ad KC, & ex ea, quam habet AK ad KB per 23 prop. 6 lib. eorundem: Igitur & ratio FH ad FL componitur ex ratione, quâ habet AK ad KC, & ea, quâ habet AK ad KB per 11 prop. 5 lib. eorundem Ele. Sed ut quidè AK ad KC, sic HG ad GC per 29 prop. bis sumptâ primi, & quar. 6 lib. eorundem Ele. Demonstratio.
 N idest

QVARTAE DEMONSTR. DESERVIENTIA. 99

quòd verò fit ab MN æquale demonstratum est ei, quod ab SN , NR . igitur quod ab MN fit quadratum æquale est ei, quod ab ON , NF comprehenditur per primam Com. Sent. primilib. Elementorum Euclid. quod autem ab ON , NF continetur est parallelogrammum rectangulum OF . igitur recta linea MN potest ipsum OF rectangulum, quippe quod inhæret lineæ FL , latitudinem habens FN , excedensque parallelogrammo LO simile, & similiter posito illi, quod ab HF , FL continetur rectangulo per propositiones 15, & 29 primi, & quartam sexti, & primam Definitionem eiusdem sexti libri Element. Eucl. vel per 24 prop. solam eiusdem sexti, facta Constructione. quod est propositum. Si igitur conus Plano secetur, & reliqua ut in propositione. Quod erat demonstrandum.

Conclusio.

Definitiones ex hoc Theoremate emergentes.



OCETVR autem talis conica Sectio Hyperbole: Linea verò FL ; ad quam possunt ordinatim ductæ ad FG dimittentem, voceturque eadem & Recta, siue Rectum Latus formæ, idest rectanguli ab HF , FL contenti: linea autem FH , Transuersa, seu Transuersum formæ Latus.

Hasce tres ex præsentī Theoremate definitiones ijs, quæ sequuntur necessarias Apollonius excerptit, vnde manifesta nobis nunc esse potest trium conicarum Sectionum etymologia, hoc est nominis significatio, quam superius in 2^a definitionis commentario declarabamus. Linea enim FL vocatur linea, ad quam possunt ordinatim ductæ, quoniam ipsæ possunt quadrata æqualia iam dictis parallelogrammis rectangulis, quæ dum coaptantur ad ipsam FL lineam in Parabole quidem applicantur ad ipsam ita ut eius longitudinem non excedant, nec excedantur ab ea: in Hyperbole verò, eam excedunt: in Ellipsi autem ab ea exceduntur. Vocatur autem ipsa FL etiam Recta, vel Rectum formæ Latus: Recta quidem, quoniam tum in Parabole, tum in Hyperbole, tum etiam in

1 Hyperbole quid.

2 Linea, ad quā possunt ordinatim ductæ, siue Recta, vel Latus Rectum formæ quid.

3 Latus Transuersum formæ, vel Transuersa linea quid.

N 2 Ellipsi

Not. primū.

Not. secundum.

Not. tertium.

Ellipsi ea linea, ad quam possunt ordinatim ductæ est erecta ad planum conicæ Sectionis: Rectū verò formæ Latus, quandoquidem ex duobus illius formæ, cui similis in Hyperbole quidem excedit, in Ellipsi verò deficit, lateribus hoc quidem est erectum ad planum ipsius conicæ Sectionis, reliquum verò latus ad planum sectionis erectum non est, sed in ipso plano prostratum, atque transversum iacet: unde non immeritò Transversa linea, seu Transversum formæ Latus appellatur. Adnotandum autem est, quòd in Hyperbole quidem, & Ellipsi tres istæ definitiones locum habent: in Parabole verò nulla linea Rectum, vel Transversum formæ Latus, seu linea Transversa nuncupatur; quippe cum in ipsa non excedat iam dictum parallelogrammum longitudinem lineæ ad quam possunt ordinatè ductæ, nec ab eadem deficiat, sed ad eam applicetur. Quare in Parabole quidem linea, ad quam possunt ordinatim ductæ vocatur etiam Recta (ratione iam dicta) non autem Rectum formæ Latus: Transversa verò linea, siue Transversum Latus in Parabole nequaquam dicitur. Idcirco Apollonius in fine undecimæ propositionis primi libri suorum conicorum Elementorum, in qua Paraboles ortum, & propriam affectionem tradidit; Parabolem, & lineam, ad quam possunt ordinatim ductæ definiuit, quam etiam Rectam appellari dixit: de Lateribus autem Recto, & Transverso, vel Transversa linea nullam fecit mentionem. At in duodecima, & triadecima eiusdem primi propositionibus, in quibus tradidit Hyperboles, & Ellipsis generationes, propriasque affectiones: omnia iam dicta nomina tribus definitionibus declaravit. Præterea adnotandum est, quòd etiam latus Rectum, seu Recta, vel linea, ad quam possunt ordinatim ductæ, necnon Basis Recta vocatur à Mathematicis illa recta linea, quæ cum ad axem sectionis ordinatè ducta sit, æqualis est axis parti à seipsa usque ad Sectionis Summitatem terminatæ. De hac autem recta linea nullam nos in hoc opere facimus mentionem, quoniam nullum ipsa nobis usum præbet. Tertio adnotandum est, quòd si quis in Parabole quoque vellet Rectum quidem Latus, siue Rectam vocare eam lineam, ad quam possunt ordinatim ductæ: Transversum verò Latus, seu Transversam lineam reliquum latus ipsius parallelogrammi, quòd ad ipsam Rectam applicatur æquale quadrato lineæ ordinatim ductæ: non esset incongruum. sunt etenim duo latera iam dicti applicati parallelogrammi, quorum vnum est erectum ad planum conicæ sectionis,

QVARTAE DEMONSTR. DESERVIENTIA. 107

tionis, alterum verò in ipso Sectionis plano prostratū atq; transuerfum existit. Verū Apollonius his vti nominibus in Parabole noluit ne confunderet Rectum, & Transuerfum Latera formæ similis excessui, defe&uique in Hyperbole, & Ellipsi cum Recto, & Transuerso Lateribus parallelogrammi, quod in qualibet trium conicarum Sectionum inhæret rectæ lineæ, ad quam possunt ordinatim ductæ. Hæc autem pro declaratione trium Apollonij definitionum, & etymologiæ trium conicarum Sectionum breuiter à nobis hoc loco dicta, adnotataque sint.

*Elementum Conicum secundum, Propositio 21
primi libri Conicorum Apollonij.*



I ab Hyperbole, vel Ellipsi, vel circuli circumferentia rectæ lineæ ducantur ordinatim ad dimetientem: erunt quadrata earum ad rectangula contenta à lineis receptis in dimetiente ab ipsis ordinatè ductis vsque ad terminos Transuersi formæ Lateris, vt Rectum formæ Latus ad Transuerfum: adinuicem verò, vt contenta rectangula à iam dictis receptis lineis.

Propositio.

Quamuis Apollonius affectionem huius Theorematis in tribus Subiectis, Hyperbole scilicet, Ellipsi, & circuli circumferentia vnica, & vniuersali demonstratione videatur demonstrare: animaduertendum tamen quòd illa demonstratio neque vna, neque vniuersalis est. quandoquidem Hyperboli, & Ellipsi, & circumferentiæ commune genus nominatum non inuenitur, in quod vna, & vniuersalis demonstratio fiat. hallucinatur autem (inquit Arist.) qui credit vniuersè demonstrare quando affectionem aliquam in quibusdam Subiectis demonstrat specie differentibus, quorū commune genus innominatum est, cui affectio illa per se inesse possit.

Notandum.

Primo post.
tex. 12.

Non

Non est igitur Apollonij demonstratio vniuersalis, nec vna: sed tres sunt demonstrationes, cum tria quoque sint Subiecta, in quorum vnoquoque affectio illa seorsum debet ostendi. Quapropter quum ad institutum nostrum necesse non sit nisi in sola Hyperbole presentis Theorematis Quæsitum verum ostendere, de Hyperbole tantum sermo nobis erit. Sit igitur Hyperbole, cuius dimeries AB, &

Expositio.

Recta AC ad quam possunt ordinatè ductæ, & ducantur ad dimerientem ordinatim DE,

Determinatio.

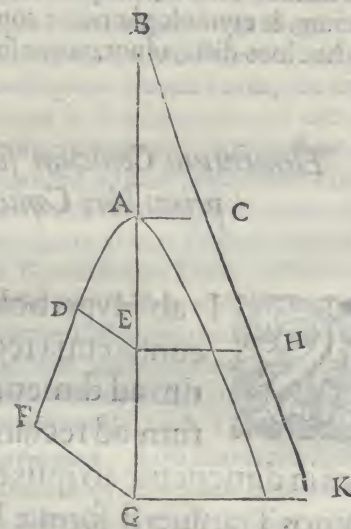
& FG. Dico quod sicut se habet quod ab FG fit quadratum ad id, quod ab AG, GB continetur rectangulum, sic linea AC ad AB lineam: sicut autem quod ab FG ad id, quod à DE, ita quod ab AG, GB ad id, quod ab AE, EB.

Constructio.

Coniungatur per primam pet. primi lib. Element. Euclid. BC diuidens per medium ipsam formam, & per EG signa ducantur per 31 prop. eiusdem EH, & GK ipsi AC parallelæ, que necessario secabunt in punctis HK ipsam BC indirectum ad

partes C per secundam pet. eiusdem productam; aliter BC esset parallela ipsi AC per ultimam definitionem, & 30 prop. primi lib. eorundem Elementorum, quod est contra Constructionem. His ita dispositis æquale est per præcedens Elementum quod quidem fit ab FG ei, quod à KG, GA continetur: quod verò à DE ei, quod ab HE, EA. Et quoniam ut KG ad GB, sic CA ad AB per 29 prop. primi, & 4 prop. sexti libri Element. Euclid. & ut KG ad GB (accepta AG pro communi altitudine) sic quod à KG, GA ad id, quod à BG, GA per primam prop. eiusdem sexti: ut igitur CA ad AB, sic quod à KG, GA, id est quod ab FG ad id, quod à BG, GA, per vndecimam, & septimam prop. quinti libri eorundem Elem. per easdem porro ut quod fit à DE ad id, quod à BE, EA continetur sic CA ad AB. idemque eodem

Demonstratio.



QVARTAE DEMONSTR. DESERVIENTIA. 103

dem modo de omnibus alijs ordinatè ductis ostendetur. Patet itaque primum Theorematis membrum. At quoniam vt quod fit ab FG ad id, quod à BG, GA, sic quod à DE ad id, quod à BE, EA per iam demonstratum primum membrum, & per 11 prop. quinti lib. Element. Euclid. biffumptam: & alternatim igitur, seu permutando per 16 prop. eiusdem quinti lib. vt quod fit ab FG ad id, quod à DE, sic quod à BG, GA ad id, quod à BE, EA comprehenditur. Patet ergo & secundum. Si igitur ab Hyperbole rectæ lineæ ad dimetientem ordinatè ducantur, & reliqua, vt in propositione. Quod demonstrandum erat.

Conclusio
primi mem-
bri.

Cōclusio se-
cundi.

Conclusio
vniuersalis.

Post duo iam posita Elementa conica consequens esset reliqua Elementa proposito nostro necessaria ponere, verùm quoniam Elementum, quod à nobis consequenter ponendum est quibusdam Lemmatibus indiget, quæ ab Apollouio supponuntur: operæpre-
cium est ea prius proponere, ac demonstrare. tria verò hæc sunt, duo scilicet Problemata, quæ etiam ab Eutocio in fine 53 prop. primi lib. Conicorum Apollonij breuiter, & quàm obscurè, diminuteque demonstrantur: & vnum Theorema, quod hætenus à nemi-
ne demonstratum vidimus. Primum igitur trium dictorum Lem-
matum à nobis demonstrandum tale problema fit.

*Lemma primum, siue sumptio prima sequentis tertij
Elementi, Problema primum.*

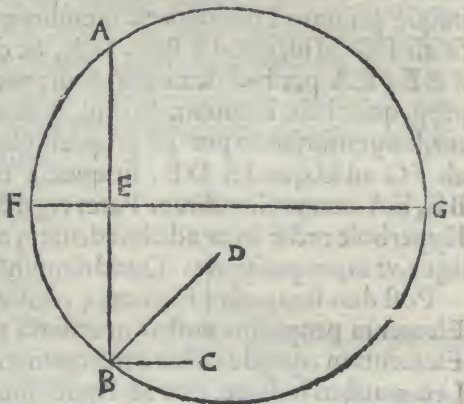
DVABVS datis rectis lineis terminatis, describere circulum per alterius earum extremitates transientem, cuius vna dime-
tiens à data recta in circulum coaptata sic
fecetur, vt pars ipsius dimetientis in altero circuli seg-
mento resecta ad partem eiusdem dimetientis in reli-
quo circuli segmento resectam non habeat maiorem
rationem ea, quam habet data recta linea in circulum
coaptata, dimetientemque secans ad reliquam datam
rectam lineam.

Propositio.

Sint

Expositio.

Sint duæ datæ rectæ
lineæ AB, & BC; volo
describere circulū tran-
seuntem per extremita-
tes alterius earum, vt pu-
ta ipsius AB, cuius uti-
que circuli vna dimetiēs
sic à recta AB secetur, vt
pars ipsius dimetien-
tis in altero circuli seg-
mento, verbi gratia dex-
tro, resecta ad partem
eiusdem dimetientis in
reliquo circuli segmen-
to, videlicet sinistro, rese-



Diuisio Pro-
blematis in
duas partes.

Constructio
primæ par-
tis.

Determina-
tio.

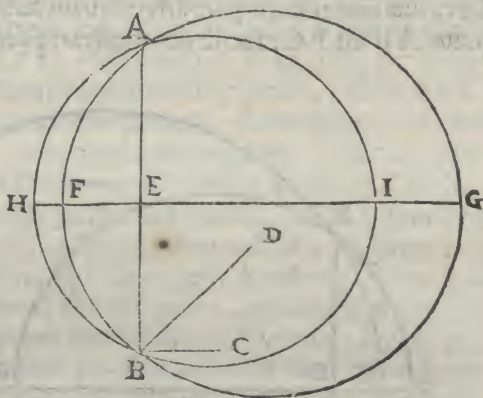
Demonstra-
tio.

ctam non habeat maiorem rationem ea ratione, quam habet data
AB recta linea ad datam rectam lineam BC. Si autem maiorem
rationem non habuerit, necessariò vel eandem, vel minorem habe-
bit. quælibet enim ratio cuilibet rationi comparata, vel ipsi eadem,
vel minor quàm ipsa, vel maior est. Volo igitur prius ita describe
re circulum vt iam dictæ rationes eadem sint. Inueniatur itaq; per
13 propositionem sextilibri Elementorum Euclid. inter ipsas AB,
& BC datas rectas lineas media proportionalis, quæ sit BD. &
diuidatur recta AB per 10 propositionem primi lib. eorundem
Elemen. per medium in signo E, à quo per vndecimā prop. eius-
dem erigatur ipsi AB ad rectos angulos recta lineæ EF, quæ fiat
per 3 prop. eiusdē æqualis dimidiæ parti lineæ BD, & per quintā
propositionem quarti libri eorundem describatur circulus transiēs
per tria signa ABF, & per secundam petitionem eiusdem primi
lib. producat F E in partem E vsque quo secet circuli circunfe-
rentiam in G signo. Dico quòd FG est dimetiens circuli AFB:
& GE ad EF eandem habet rationem, quam AB ad BC. Quod
enim dimetiens sit patet per Constructionem, & per Corollarium
primæ propositionis tertij libri Elementorum Euclidis: quòd ve-
rò eandem habeat rationem GE ad EF, quam AB ad BC sic
probetur. Quoniam per Constructionem AB dupla est ipsius
BE, & BD dupla ipsius EF: erit per 15 propositionem quinti
libri Elementorum Euclid. AB ad BD sicut BE ad EF. sed
BE ad

QVARTAE DEMONSTR. DESERVIENTIA. 105

Conclusio
primæ partis

Constructio
secundæ par
tis.



Determina-
tio.

Demonstra-
rio.

O multò

Cōclusio se-
cundæ par-
tis.

Conclusio
vniuersalis
propositio-
nis.

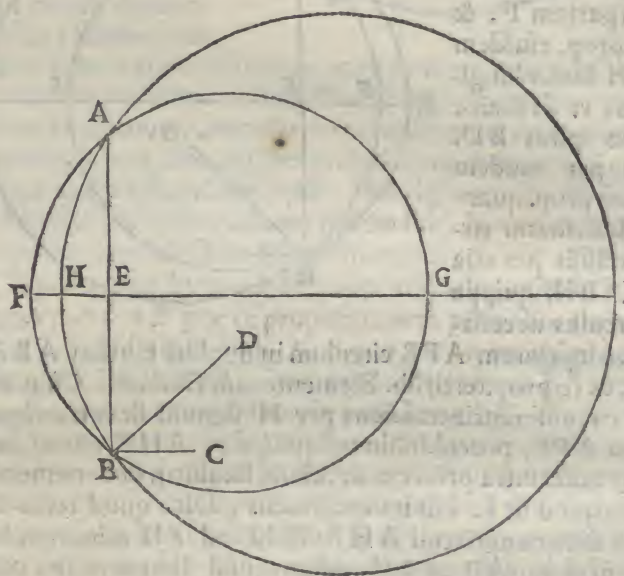
Tertia Pro-
blematis
pars.

Expositio.

Cōstructio.

multò minor est quàm ratio GE ad EF , hoc est AB ad BC per primam partem huiusce propositionis, & 13 propositionem eiusdem quinti lib. Elem. Eucl. Quare factum est etiam secundum Problematis membrum. ut in secunda figura. Datis igitur duabus rectis lineis terminatis descripsimus circulum per alterius earum extremitates transientem, & reliqua ut in propositione. Quod facere oportebat.

Si quis autem velit tertiam quoque huic Problemati partem adiungere, ipsumque magis vniuersale facere, nempe quod doceat etiam circulum circa datam AB rectam lineam ita describere ut altera suæ dimetientis pars ad reliquam habeat rationem maiorem quàm AB ad BC : facile demonstrari poterit. Manente nanque



prima dispositione fiat per tertiam propositionem primi lib. Elem. Eucl. EH minor dimidio ipsius BD , & per quintam prop. quarti lib. eorundem Elem. circulus describatur trāsiciens per tria ABH signa, qui secabit AFB circulum in duobus tantum AB signis per 13, & 10 prop. tertij lib. eorundem Elem. eiusque circumferentia

QVARTAE DEMONSTR. DESERVIENTIA. 107

rentia AHB cadet intra circumferentiam AFB . quocirca reliqua
eiusdem AHB circuli circumferentia cadet extra circulum AFB .
proptereaque dimetiens FEI producta in partem G , secabit
ipsius AHB circuli circumferentiam, ut potè in signo I . Hisce con-
structis Dico quòd linea HEI dimetiens est circuli AHB : & IE Determin.
ad EH rationem habet maiorè, quàm AB ad BC . Quòd enim
dimetiens sit, liquet ut supra: quòd verò IE ad EH maiorem ha-
beat rationem, quàm AB ad BC , sic ostendetur. Quoniam ra- Demonstr.
tio IE ad EH maior est ratione GE ad EH per primam par-
tem octavæ propositionis quinti libri Elementorum Euclidis, ra-
tio verò GE ad EH maior adhuc ratione GE ad EF per secun-
dam eiusdem octavæ partem: ergo ratio IE ad EH multò maior
est quàm ratio GE ad EF , idest quam AB ad BC per secun-
dam partem tertiædecimæ propositionis quinti libri Elem. Eucl. à
Campano additam, atque demonstratam. Patet igitur tertia quo- Cōclusio ter-
tiæ partis.
que Problematis pars. ut in tertia descriptione. Placuit autem
nobis eo modo præsens Problema proponere, quoniam duæ dum-
taxat eius partes proposito nostro deseruiunt. Hoc autem Pro- De Eutotij
demonstra-
tione, eiusq;
defectibus.
blema aliter, sed diminutè, obscureq; demonstratur ab Eutocio in
fine 53 propositionis primi lib. Conicorum Apollonij. Cùm enim
ipsum tres (ut iam vidimus) habeat partes, quarum duæ nimirum
ad ipsam 53 propositionem Apollonij construendam summopere
necessariæ sunt: nihilominus primam partem solam Eutocius de-
monstravit. eius verò demonstratio quam plurimos habet Ca-
sus, ex quibus ipse duos tantum brevissimè demonstratos reliquit.
ut in Apollonio, quem Federicus Commandinus nuper Latinum
edidit, cuique viderelicet.

*Lemma secundum, sine Sumptio secunda,
Problema secundum.*

DATO semicirculo, & producta dime- Propositio.
tiente extra ipsum in alteram partem
quantumlibet; & ducta recta linea à pun-
cto, in quo dimetiens ipsa producta secat
circumferentiam, ad quodvis semicircumferentiæ pun-
ctum

O 2 ctum

ctum modò faciat angulum cum dimetiente; dataque ratione quadam, quæ maioris inæqualitatis non sit: Ducere à conuexa semicirculi circumferentia ad aliquod productæ dimetientis signum extra circumferentiam existens rectam lineam ipsi angulum facienti parallelam, cuius quadratum datam habeat rationem ad rectangulum contentum ab ipsa tota dimetiente vsque ad iam dictum extra iacens signum producta, & parte eiusdem productæ dimetientis exteriori inter punctum illud, & conuexam circumferentiam iacente.

Expositio.

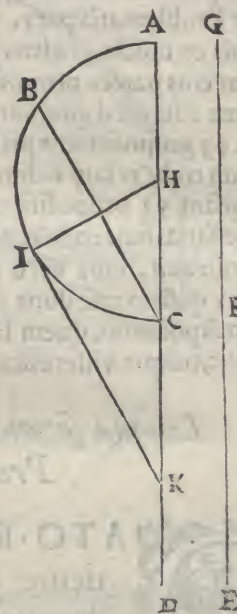
Sit semicirculus ABC super dimetientem AC , quæ producatur in partem C quantumlibet vsque ad D ; & per primam pet. primi lib. Elem. Eucl. ducatur à puncto C ad quoduis semicircumferentiæ punctum recta CB linea faciens angulum ACB cum dimetiente; sitq; data ratio rectæ lineæ EF ad FG rectam lineam, quippequæ ratio non sit maioris inæqualitatis: opus est à conuexa semicircumferentia ad aliquod productæ dimetientis punctum extra ABC circumferentiam iacens rectam ducere lineam iam dictæ angulum facienti parallelam, cuius quadratum eandem habeat rationem ad rectangulum contentum ab ipsa tota dimetiente vsque ad iam dictum extra iacens punctum producta, & eius parte exteriori inter punctum illud, conuexamque circumferentiam iacente, quam habet recta EF linea ad rectam lineam FG .

Determin.

Cùm ita que supponatur datam rationem non esse maioris inæqualitatis, manifestum est quòd

Diuisio casuum Problematis.

aut



QVARTAE DEMONSTR. DESERVIENTIA. III

primæ propositionis, & vndecimam propositionem eiusdem quintilib. ad ipsi æqualem FE , sic OM ad MN , idest PR ad RQ per propositiones vicesimānonam primi, & quartam sexti, & vndecimam quinti bis sumptas, & 16 prop. eiusdem quinti lib. Elemen. Eucl. semel sumptam. Vt autem PR ad RQ , ita quod à PR , RQ ad id, quod à QR per primam propositionem eiusdem sexti lib. Elemen. æquale verò est quod à PR , RQ ei, quod ab AR , RC per 36 prop. tertij, & primam Com. Sent. primi lib. eorundem Elem. vt igitur GF ad FE , sic quod ab AR , RC ad id, quod à QR per eandem vndecimam prop. quinti lib. bis, & septimam eiusdem semel sumptas. & conuertendo itaque per Corollarium quartæ propositionis eiusdem quinti lib. Elem. vt EF ad FG , sic quod sit à QR quadratum ad id, quod ab AR , RC continetur rectangulum. quod est secundum propositum. Dato igitur semicirculo, & producta dimetiente, & reliqua vt in propositione. Quod faciendum erat. Nunc autem animaduertendum est quòd non immeritò supposuimus in hoc Problemate datam rationem non esse maioris inæqualitatis. quandoquidem si data ratio maioris esset inæqualitatis, Problema nimirum esset impossibile. Nam fieri non potest vt quadratum rectæ lineæ à circumferentia ad dimetientem extra circulum productam quomodocunque ductæ maius sit rectangulo à tota dimetiente extra circulum producta, & eius externa parte contento. quæuis enim recta linea ducta quomodolibet à circumferentia ad dimetientem extra circulum productam vel tangit circulum, vel secat. quòd si tangat, eius quadratum est æquale iam dicto rectangulo per 36 prop. tertij lib. Elem. Eucl. si verò secet, eius quadratum erit minus eodem rectangulo per secundam partem octauæ prop. tertij lib. eorundem Elem. & secundam, & septimam Com. Sent. huius. Quare conditio illa necessaria est, vt præsens Problema conditionatum sit, atque possibile: non autè indeterminatum, ac impossibile. Solent enim Mathematici conditionibus ipsis indeterminata, impossibiliaque Problemata ad determinata, possibiliaque reducere. quemadmodum nos in præsentis Problemate fecimus, quippe quod ab Eutocio in fine 53 prop. pri. lib. Conicorū Apollonij diminutè, indeterminateq; demonstratū fuit. quoniam casus eius non distinxit, sed secundum casum accipiens in eo propositū demonstrauit, nullā de primo casu faciēs mentionē, nullāq; conditionē adiiciens, quæ tertiū, ac impossibilē à Problemate casū excludat.

Conclusio
secundi.
Conclusio
vniuersalis.

Notandum.

Defectus de
mōstrationis
Eutocij.

Lemma

Lemma tertium, seu Sumptio tertia.

Theorema.

Propositio.



I tres quantitates sint continuè proportionales, fuerintq; duæ earum extremæ æquales: media quoq; ipsis æqualis erit. Quòd si extremæ inæquales fuerint, media erit maiori quidem minor, minori verò maior.

Expositio.

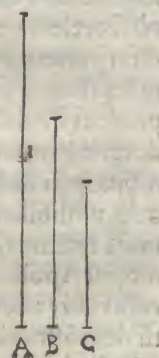
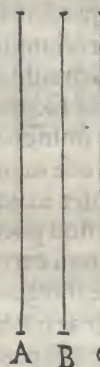
Determinatio.

Demonstratio primæ partis.

Conclusio primæ partis.

Demonstratio secundæ partis.

Sint tres quantitates continuè proportionales ABC, sicut A ad B, sic B ad C: Dico quòd si A, & C æquales fuerint, B quoque utrique earum æqualis erit: si autè A, & C inæquales fuerint, verbi gratia quòd A sit maior quàm C; ipsa quoque B ipsis A, & C inæqualis erit; nempe minor quidem quàm A, maior verò quàm C. Sint itaque primum A, & C æquales adinuicem. Si igitur B etiam non est ipsis æqualis, sed inæqualis (aut enim æqualis, aut inæqualis) sit causa exempli B maior quàm A, hoc est A minor quàm B. erit ergo & B minor quàm C. eadem enim est ratio A ad B, quæ B ad C ex suppositione. igitur A quàm C multò minor erit. quod utique suppositioni oppugnat, cum æquales esse iam suppositæ sint. Similiter si B fuerit minor quàm A, hoc est A maior quàm B: erit etiam A multò maior quàm C, quod etiam est suppositioni contrarium. Quare cum B neq; maior, neque minor sit quàm A: necessariò ipsi æqualis est. Cum autem æqualis ei sit, etiam ipsi C per primam Com. Sent. primi lib. Elementorū Euclidis erit æqualis: Vtrique igitur æqualis est. quod est primum propositionis membrum. Sint secundò A, & C inæquales, sitque gratia exempli A maior quàm C. si itaque B non fuerit minor quàm A, erit aut ipsi æqualis, aut maior



quàm

QVARTAE DEMONSTR. DESERVIENTIA. 113

quàm ipsa. Sic primùm æqualis. erit igitur ipsi quoque C æqualis, quoniam vt A ad B, sic B ad C supponitur. vnde per eandem primam Com. Sent. A etiam ipsi C æqualis erit, quod est contra suppositionem. Non est igitur B æqualis ipsi A. Sit modò maior quàm ipsa, hoc est A minor quàm B. ergo & B minor erit quàm C. multò minor igitur erit A quàm C, cuius contrarium supponebatur. quare neque etiam maior est B quàm A. Cum itaque B neque maior quàm A sit, neque ipsi æqualis: necessariò minor quàm ipsa est, idest A maior quàm B. vnde etiam B maior erit quàm C. quod est secundū propositionis membrū. Similiter si supponatur C esse maiore quàm A, ostēdetur B esse minore quàm C, & maiore quàm A. Perspicua igitur est vtraque Theorematis pars. Si ergo tres quantitates sint continuè proportionales, & reliqua vt in propositione. Quod demonstrasse oportuit.

Conclusio secundæ partis.

Conclusio totius.

Propositis iam, atque demonstratis tribus Lemmatibus, quibus sequens tertium Elementum egebat: modò consequens est, vt ad ipsum Elementum nos conferamus. Verùm si qua est Apollonij Propositio, quæ correctione, instaurationeque indigeat, sequens quinquagesimatertia potissimùm vna mihi esse videtur. quandoquidem nonnullis in locis cum mendosè legitur, tum propter maximam Apollonij breuitatem obscurissima, ac mutila est, tum etiam duas maximas in se falsitates continet. Eam igitur qualem pro viribus correxi, atque instauravi, talem nunc in medium afferro. De ipsius verò mendis, defectibus, ac falsitatibus in sequētis Elementi fine breuiori, quo ad fieri poterit, sermone aliquid dicam.

Vide in fine sequētis Elementi conici digressionem contra Apollonium.

*Elementum Conicum tertium, Propositio 53
primi libri Conicorum Apollonij.*



V A B V S datis rectis lineis terminatis ad rectos angulos inuicem iunctis, alteraque producta in easdem partes, vbi est rectus angulus: inuenire in producta Coni Sectionem nuncupatam Hyperbolem in eodem plano cum datis lineis iacentem, ita vt producta quidem linea dimetiens sit Sectionis, Summitas verò Sectionis

Propositio.

P sit

fit punctum ad angulum existens, quæ autem ducitur ordinatim à sectione ad dimetientem angulum faciens æqualem cuilibet angulo rectilineo dato, possit rectangulum inhærens reliquæ lineæ, & latitudinem habens rectam lineam in dimetiente receptam ab ordinatè ducta vsque ad Sectionis summitatem; & excedens parallelogrammo rectangulo simili, similiterque iacente ei rectangulo, quod à lineis à principio datis comprehenditur.

Expositio.

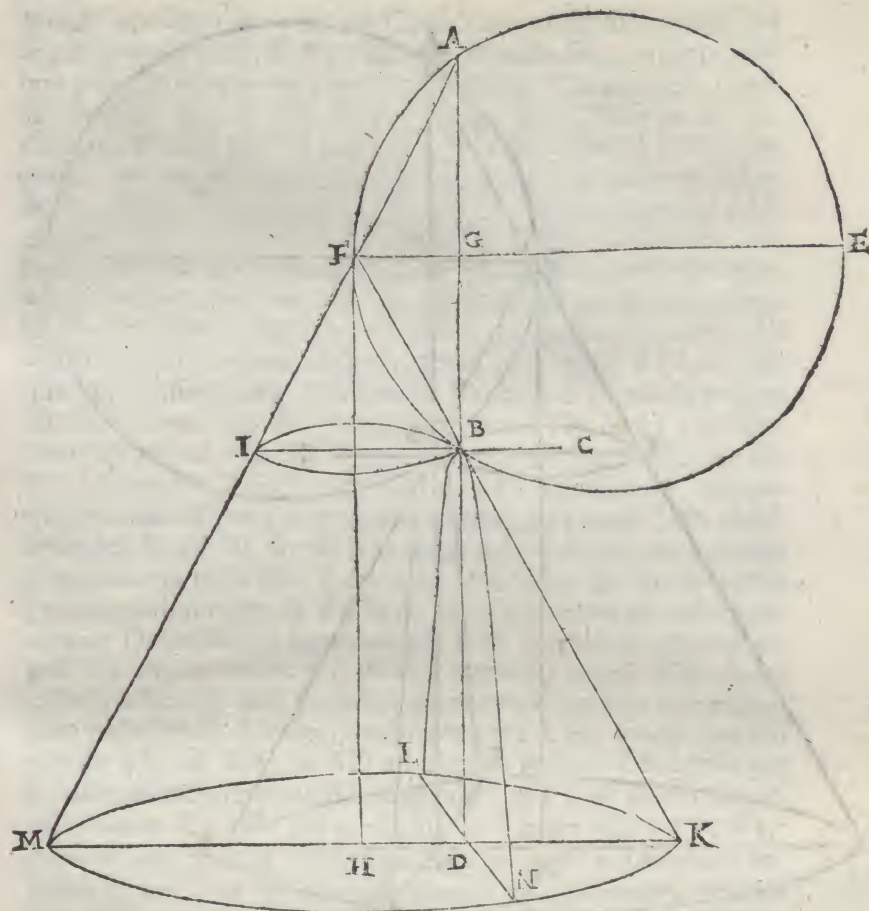
Determinatio.

Diuisio casuum Problematis.
Primus casus.
Constructio primi casus.

Primi casus subdivisio in duo mēbra.

Sint duæ datæ rectæ lineæ ad rectos angulos inuicem iunctæ AB , & BC , & producat per secundam petitionem primi libri Elementorum Euclidis AB ad D interminatè: oportet inuenire in plano transienti per ipsas AB , BC Hyperbolem, cuius dimetiens quidem sit ABD , Summitas verò B , ductæ autem ordinatim à Sectione ad BD facientes angulum æqualem cuilibet angulo dato rectilineo, possint rectangula inhærentia ipsi BC , & latitudines habentia rectas in AD dimetiente receptas ab ipsis ordinatè ductis vsque ad B Summitatem; & excedentia parallelogrammo rectangulo simili, similiterque iacente ei rectangulo, quod à lineis AB , BC continetur. Quoniam autem datus angulus, cui æqualem ordinatè ductæ facere debent aut rectus, aut non rectus esse potest: sit prius rectus. & exurgat ex AB recta linea planum erectum ad subiectum, seu propositum ipsarum AD , BC linearum planum; in quo quidem erecto plano circa lineam AB per primum huius Elementi Lemma circulus describatur transiens per AB signa, qui sit $AEBF$, cuius una dimetiens à data recta AB sic fecetur, ut pars ipsius dimetiētis in AEB altero circuli segmento resecta ad partem eiusdem dimetientis in AFB reliquo circuli segmento resectam nō habeat maiorem rationem ea ratione, quam habet linea AB ad BC lineam, sed vel eandem, vel minorem. aut enim eādem, aut minorem, aut maiorem habebit. sit igitur EGF dimetiens illa, cuius pars EG ad partem GF non habet maiorem rationem ea, quam habet AB ad BC , quæ quidem circuli dimetiens (ut ex Constructione iam dicti primi Lemmatis manifestum est) secabit lineam AB per medium, & ad rectos angulos
in

QVARTAE DEMONSTR. DESERVIENTIA. 115

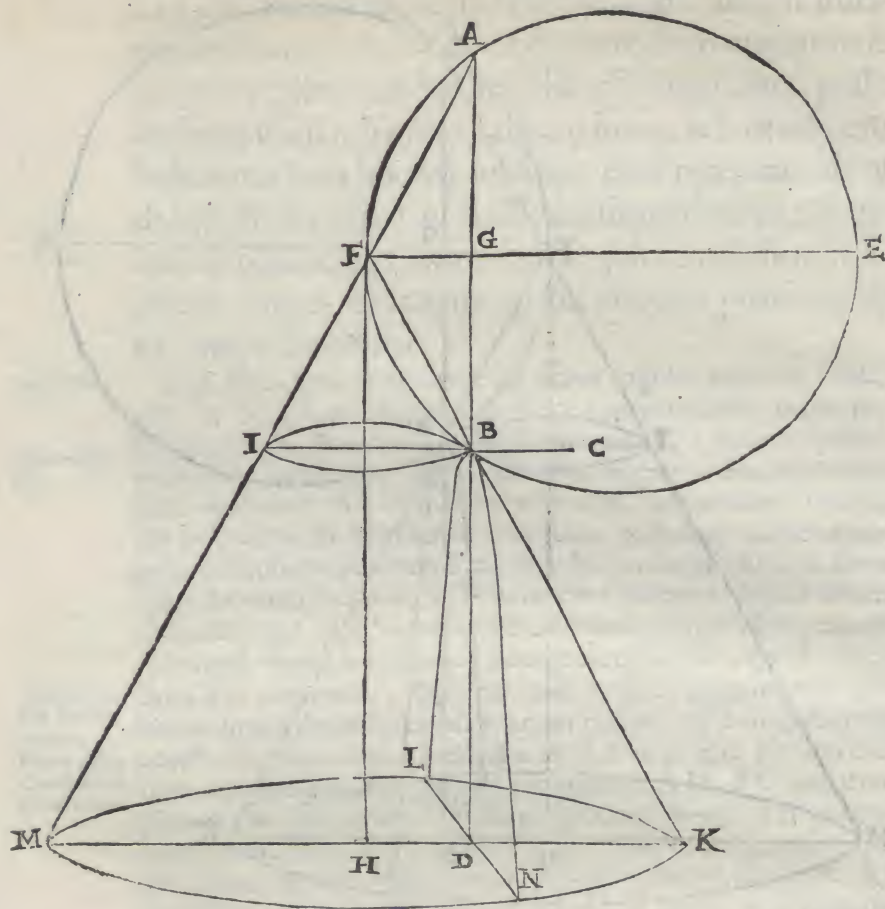


in G signo, fritaque primùm EG ad GF rationem habet eandem, quam AB ad BC, ducatur per punctum F linea FH interminata ex parte H, & ipsi AD parallela per 31 prop. primi lib. Element. Eucl. ducaturque per primam pet. eiusdem lineæ AF, & FB, & per signum B per eandem 31 ducatur BI parallela ipsi FG, & per secundam pet. eiusdem producat AF quousq; secet ipsam BI in signo I. secabit enim eam necessariò per quintam

Primi mèbri
primi casus
constructio,
quòd mèbrũ
non declarauit
Apollonius, sed
vni co verbo
tegit.

P 2 tam

Primi mēbrī
primi casus
constructio,
quod mēbrū
non declara-
uit Apollo-
nius, sed vni-
co verbo te-
tigit.



tam petitionem primi lib. Elementorum Euclid. quoniam anguli
ABI, IAB sunt duobus rectis minores per Constructionem, &
29, & 32 propositionem eiusdem. Quoniam itaq; anguli AFE,
EFB per Constructionem, & quartam petitionem, & quartam pro
positionem eiusdem primi lib. Elem. æquales sunt: quorum ipse
quidem AFE ipsi FIB, ipse verò EFB ipsi FBI per primam,
& secundâ partem vicisim nonæ prop. primi lib. eorundem Elem.
æqualis

QVARTAE DEMONSTR. DESERVIENTIA. 117.

æqualis est: ergo per primam Com. Sent. eiusdem bis sumptam anguli quoque $FB\Gamma$, & FIB inuicem æquales sunt. unde per sextam prop. eiusdem primi lib. linea FB lineæ FI æqualis est. Intel- ligatur igitur Conus, cuius Summitas signum F , Basis autem cir- culus, qui sit circa BI dimetientem, erectus existens ad FBI trian- gulum. erit ergo Conus Rectus ipse FBI per duodecimam defini- tionem huius. Cum enim FI ipsi FB æqualis sit, & angulus FIB angulo FBI : erit axis coni FIB perpendicularis dimetienti IB per Constructionem, & primam, & tertiam partem 29 propositi- onis, & quartam petitionem, & 26, & quartam propositionem primi lib. Elemen. Eucl. & septimam Definitionem huius: cum autem IB dimetiens sit communis sectio sui circuli, & trianguli BFI , erit per quartam Definitionem vndecimi lib. Elem. Eucl. idem axis perpen- dicularis plano basis IB . producat itaque FB , & FI per secun- dam petitionem primi lib. Elem. Eucl. quantumlibet in partes IB , & intelligatur cum eis produci Conus FIB interminatè, quippe- qui productus secetur plano, quod transeat per puncta DH , paral- lelumque sit ipsi BI circulo: erit igitur sectio circulus per quartam propotionem pñbi libri Conicorum Apollonij, seu per quartam petitionem huius, qui sit $KLMN$, cuius dimetiens per decimam- nonam Definitionem huius est ipsa KM communis sectio trian- guli FKM , & circuli $KLMN$: communis autem sectio huius circuli, & subiecti, siue propositi plani est per tertiam propositio- nem vndecimi lib. Elemen. Eucl. recta linea LN , quippeque erit utriusque ipsarum MK , & BD ad angulos rectos. Cum enim per Constructionem circulus BI ad triangulum FKM erectus sit, cir- culus autem $KLMN$ ipsi parallelus: erit etiam ipse $KLMN$ cir- culus ad idem FKM triangulum erectus. nam si duo plana pa- rallela fuerint, ad quodcunque planum alterum eorum erectum est, ad idem reliquum etiam erectum erit. quod facillè construi, probarique potest per 11, & 16, & 8, & 18 propositionem vndeci- mi libri Elementorum Euclid. Est autem per Constructionem & subiectum, idest propositum planū erectum ad idem triangulum, igitur recta linea LN ad eiusdem trianguli planum erecta est per decimamnonam prop. eiusdem vndecimi. quare per tertiam defi- nitionem eiusdem ad omnes etiam tangentes ipsam rectas lineas, & existentes in eodem plano rectos facit angulos. His ita constru- ctis, dico factū esse quod queritur; demonstratio autē est huiusmodi.

Quoniam

Determin.
primi mem-
bri primi ca-
sus.

QVARTAE DEMONSTR. DESERVIENTIA. 119

recta linea producta in partem B coincidit per Constructionem ipsi MF lateri trianguli MFK ad A signum: erit Hyperbole ipsa LBN conica Sectio per superius demonstratum primum conicum Elementum. cuius Summitas quidem est punctum B per 23 definitionem huius, dimetiens verò BD, ad quam ordinatè ductæ rectum angulum efficiunt per 25 Definitionem huius, & ipsi LDN per secundam partem 28 propositionis primi lib. Elem. Eucl. parallelæ sunt: & poterunt rectangula inhærentia cuidam rectæ lineæ, ad quam eam habet rationem linea AB, quam quadratum lineæ FH parallelæ dimetienti BD ad rectangulum à KH, HM; & latitudines habentia rectas lineas in dimetiente BD receptas ab ipsis ordinatè ductis vsque ad Hyperbolis Summitatem; & excedentia rectangulo simili, & similiter iacente ei rectangulo, quod continetur à recta AB linea, & recta illa, cui inhærent dicta rectangula, seu ad quam possunt ordinatim ductæ, vel Rectum formæ Latus. Quòd autem talis linea, ad quam possunt ordinatim ductæ, sit ipsa BC, sic breuissimè liquebit. Quoniam vt AB ad BC, sic EG ad GF per Constructionem, vt autem EG ad GF, ita quod continetur ab EG, GF ad id, quod sit ab FG per primam prop. sexti lib. Ele. Eucl. vel per Lemma 22. prop. decimi libri eorundem Element. erit vt AB ad BC, sic quod ab EG, GF ad id quod ab FG per vndecimam propositionem quinti lib. eorundem Element. æquale autem est quod ab EG, GF ei, quod ab AG, GB per 35 prop. tertij lib. eorundem Elem. ergo per septimam, & vndecimam propositionem eiusdem quinti, vt AB ad BC, sic quod ab AG, GB ad id, quod ab FG. verum quod ab AG, GB ad id, quod ab FG per 23 propositionem sexti lib. eorundem Element. Euclid. rationem habet compositam ex rationibus ipsius AG, ad GF, & ipsius BG ad GF: igitur & AB ad BC eandem compositam habet rationem per eandem vndecimam quinti lib. Elem. Sed vt quidem AG ad GF, sic FH ad HM per 29, & 32 primi, & 4 prop. sexti lib. eorundem Elem. vt verò BG ad GF, sic FH ad HK per eandem 29, & 34 primi, & quartam prop. sexti lib. eorundem Elem. igitur per vndecimam prop. eiusdem quinti, & primam Com. Sent. huius. AB ad BC rationem habet compositam ex ea, quam habet FH ad HM, & FH ad HK, id est eam, quam habet quod sit ab FH ad id, quod ab HM, HK continetur per eandem vice simam tertiam sexti, & vndecimam quinti lib. Quoniam autem FH per Constructionem

Cōclusio pri-
mi membri
primi casus.

Secundi mē-
bri primi ca-
sus constru-
ctio.

structionem parallela est ipsi AD; erit per superius demonstra-
tum primum Conicum Elementum, & eius definitiones AB qui-
dem Transuersum, BC autem Rectum formæ Latus. Quare fa-
ctum est id quod quærebatur. Si autem EG ad GF non habue-

rit eandē ra-
tionem, quā

habet AB

ad BC, sed

minorē: fiat

per 12 prop.

sexti lib. Ele-

ment. Eucl.

ut AB ad

EC, sic EG

ad quādam

aliā quar-

tam lineam,

ad quā utiq;

per supposi-

tionē, & ter-

tiam decimā

propositio-

nem quinti

lib. eorundē

Elem. habe-

bit EG ma-

iolem ratio-

nem quā-

ipsamet EG

ad GF. vn-

de per secū-

dā partem

decimę pro-

positionis eiusdem quinti lib. Elemen.

ipsa quarta linea erit minor

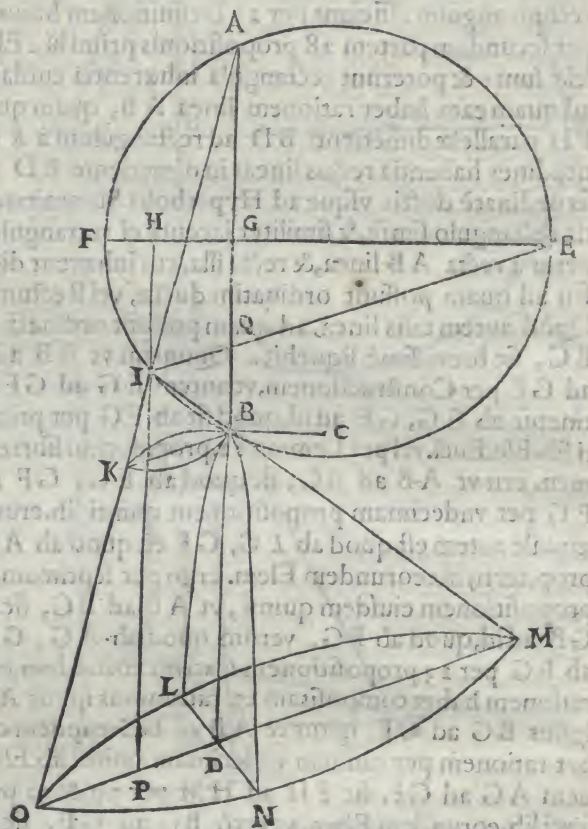
quā FG. quare per tertiam prop. primi lib. Elem. Eucl. abscin-

datur ab FG maiore ipsi quartæ minori æqualis, quæ sit CH. erit

igitur per secundam partem septimæ propositionis, & vndecimam

quinti lib. eorundem Elem. sicut AB ad BC, sic EG ad GH.

quo



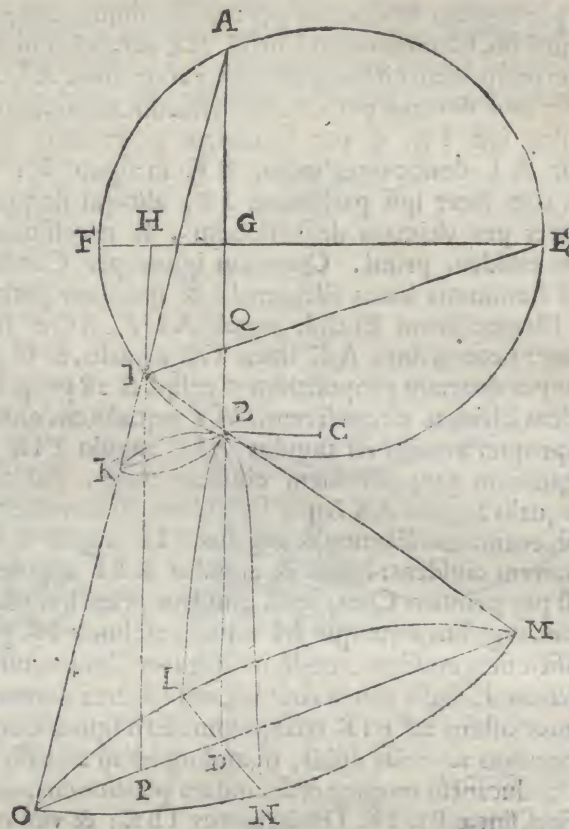
QVARTAE DEMONSTR. DESERVIENTIA. 127

quo facto per signum H ducatur per tricesimam primam propositionem primi lib. Elementorum Euclid. HI parallela ipsi AB, & per primam petitionem eiusdem ducantur rectę lineę AI, IE, IB. & per B signum ducatur per eandem tricesimam primam primi BK parallela ipsi IE. & per secundam petitionem eiusdem producat A I donec secet ipsam BK in signo K. secabit enim eam cum secet ipsi parallelam IE, alioqui neque etiam ipsam secaret per ultimam definitionem, & tricesimam propositionem eiusdem primi. Quoniam igitur per Constructionem primi Lemmatis huius Elementi, & quartam petitionem primi lib. Elementorum Euclid. anguli AGE, BGE inuicem æquales sunt: necnon lineę AG lineę GB æqualis, & GE communis: erit per quartam propositionem primi, & 28 prop. tertij libri eorundem Element. circumferentia AE æqualis circumferentię BE. Quapropter æqualis est angulus AIE angulo EIB per vice-
pro cesimam septimam propositionem eiusdem tertij. sed angulus AIE est æqualis angulo AKB per secundam partem vice-
pro cesimæ primi lib. eorundem Element. & angulus EIB angulo KBI per primam partem eiusdem: igitur & angulus KBI angulo IKB æqualis est per primam Com. Sent. eiusdem primi lib. Element. bis sumptam. ergo lineę quoque BI æqualis est lineę IK per sextam propositionem eiusdem. modò intelligatur Conus, cuius Summitas punctum I, Basis autem circulus, qui est circa dimetientem BK, erectus existens ad BIK triangulum. Erit igitur Conus iste Rectus rationibus superius dictis, quandoquidem æqualis est IB ipsi IK. Producantur itaque per secundam petitionem primi lib. Element. Eucl. lineę BI, IK, IH in partes IBK; & vnà cum eis intelligatur totus protrahi Conus BIK, qui quantumlibet tractus secetur plano, quod transeat per D signum, & parallelum sit ipsi BK circulo. erit igitur sectio circuli per quartam petitionem huius, vel per quartam propositionem primi lib. Conicorum Apollonij. Sit ipse LMNO, cuius dimetiens per 19 definitionem huius est ipsa MO communis sectio trianguli IMO, & circuli LMNO. Communis autem sectio huiusce circuli, & subiecti plani est LDN recta lineę per tertiam propositionem vndecimi libri eorundem Element. quę rationibus superius dictis vtrique lineę OM, & DB ad rectos est angulos. His hoc modo constructis, dico quòd quęsitum factum est. Cum enim Conus, cuius

In hoc Apollonius errorem commisit

Determin.

Q Basis



Demonstra-
tio secundi
membri pri-
mi casus.

Basis quidem est circulus LMNO, Summitas verò punctum I, sec-
tus sit plano per axim faciente triangulū IOM; sectus autem sit
& altero plano, nempe subiecto secanti basim coni per rectam
LDN lineam iacentem ad rectos angulos ipsi MDO basi trian-
guli per axem; communis autem sectio subiecti plani, & plani
MIO, idest per vigesimamsecundam definitionem huius, ipsius
LBN conicæ sectionis dimetiens, ipsa scilicet DB producta ad
partes B, coincidit ipsi OI lateri trianguli OIM ad signum A:
erit Hyperbole ipsa LBN conica Sectio per ante demonstratum
primum Elementum conicum; cuius Summitas quidem est pun-
ctum

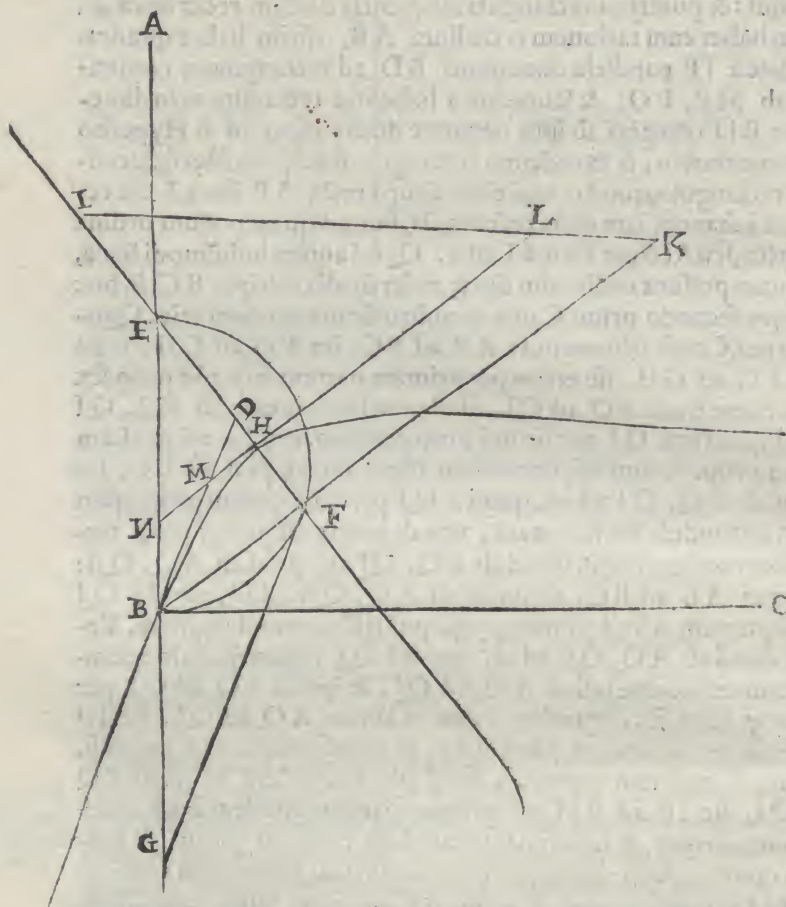
QUARTAE DEMONSTR. DESERVIENTIA. 123

ctum B per vigesimamtertiam definitionem huius: dimetiens vero BD, ad quam ordinatè ductæ faciunt rectum angulum per vigesimamquintam definitionem huius, & ipsi LDN per secundam partem vigesimæ octauæ propositionis primi lib. Elem. Eucl. parallelæ sunt: & poterunt rectangula inherencia cuidam rectæ lineæ, ad quam habet eam rationem recta linea AB, quam habet quadratum lineæ IP parallelæ dimetienti BD ad rectangulum contentum ab MP, PO; & latitudines habentia rectas lineas in dimetiente BD recepras ab ipsis ordinatè ductis vsque ad B Hyperbolicis Summitatem; & excedentia rectangulo simile, similiterq; iacente ei rectangulo, quod comprehenditur à recta AB linea, & illa recta, cui inhaerent iam dicta rectangula, siue ad quam possunt ordinatè ductæ, seu Rectum formæ Latus. Quod autem huiusmodi lineæ, ad quam possunt ordinatim ductæ, nulla sit alia nisi ipsa BC, in hoc quoque secundo primi Casus membro sic manifestum erit. Quoniam per Constructionem, vt AB ad BC, ita EG ad GH; vt autem EG ad GH, sic etiam per primam partem secundæ prop. sexti lib. Elem. Eucl. EQ ad QI, idest quod continetur ab EQ, QI ad id, quod fit à QI per primam prop. eiusdem sexti lib. vel per Lemma 22 prop. decimi lib. eorundem Elem. erit vt AB ad BC, ita quod ab EQ, QI ad id, quod à QI per vndecimam prop. quinti lib. eorundem bis sumptam. æquale autem est per 35 prop. tertij lib. eorundem Elem. quod ab EQ, QI ei, quod ab AQ, QB: vt igitur AB ad BC, sic quod ab AQ, QB ad id, quod à QI per septimam, & vndecimam prop. quinti lib. eorundem Elem. Verum quod ab AQ, QB ad id, quod à QI rationem habet compositam ex ratione ipsius AQ ad QI, & ipsius BQ ad QI per 23 prop. sexti lib. eorundem Elem. vt autem AQ ad QI, sic IP ad PO per secundam partem 29, & tricesimæ secundæ propositionis primi, & quartam propositionis sexti lib. eorundem vt verò BQ ad QI, sic IP ad PM per primam partem eiusdem 29, & tricesimam quartam, & tricesimam secundam eiusdem primi, & eandem quartam sexti: igitur per vndecimam propositionem eiusdem quinti Elementorum bis, & primam Com. Sent. huius semel sumptam AB ad BC eam habet rationem, quæ componitur ex ratione, quam habet IP ad PM, & ea, quam habet IP ad PO; idest eam, quam habet quod fit ab ipsa IP quadratum ad rectangulum, quod ab ipsis MP, PO continetur per 23 prop. sexti, & 11 quinti lib.

Q 2 lib.

Conclusio se-
cundi mem-
bri primi ca-
sus.

lib. eorundem Elem. Est autem per Constructionem IP parallela ipsi AD. Transuersum igitur formę Latus est AB, Rectum verò BC per superius demonstratum primum Elem. conicū, eiusque definitiones. Patet itaque in hoc quoque secundo primi Casus membro factum esse quod queritur.



Non fit autem datus angulus rectus, & sint datae rectae lineę terminatę AB, & BC ad rectos angulos iunctę: datus autem angulus sit æqualis angulo ABD. Oportet igitur describere Hyperbolem, cuius dimetiens quidem sit AB, Rectum verò latus BC, du-

Secundus ca-
sus.
Expositio.
Determina-
tio.

QVARTAE DEMONSTR. DESERVIENTIA. 125

BC, ductæ autem ordinatim ad dimetientem faciant angulum
 æqualem angulo ABD. Secetur itaque per decimam propositionem primi lib. Elementorum Euclid. AB per medium ad signum *E*, & super BE linea describatur per tertiam petitionem eiusdem semicirculus BFE, & per ante demonstratum secundum huius Elementi Lemma ducatur FG à conuexa semicirculi circumferentia ad EB dimetientem extra semicirculum productam parallela ipsi BD, faciensque rationem eius, quod fit ab FG ad id, quod ab EG, GB continetur eandem rationi BC ad duplam ipsius BE, hoc est ad BA: quam quidem rationem ipsius BC ad BA oportet in hoc secundo Casu non esse maioris inæqualitatis. quo facto coniungatur per primam petitionem primi libri Element. Euclid. FDE recta linea, quæ producat per secundam petitionem eiusdem ad utramque partem interminatè. deinde per 13 propositionem sexti libri eorundem inter ipsas FE, ED media proportionalis inueniatur EH, cuius extremum H necessariò cadet inter signa DF per præcedens tertium huius Elementi Lemma subinde ponatur per 3. propositionem primi libri eorundem Elemento. EI, equalis ipsi EH. ducaturque per primam petitionem eiusdem BF, quæ per secundam petitionem eiusdem producat in partem F interminatè faciens angulos ad signum F rectos per tricesimam primam tertij, & tertiamdecimam propositionem primi lib. Element. Euclidis. posthæc fiat per 44 propositionem eiusdem bis sumptam ei, quod fit ab FB quadrato æquale rectangulum contentum ab HF, FK. postea coniungantur per primam petitionem eiusdem IK. & per H ducatur per vndecimam propositionem eiusdem ipsi IF ad rectos angulos HL, quæ per Constructionem, & tertiamdecimam & tricesimamsecundam propositionem, & quintam petitionem primi libri Elementorum Euclid. secabit ipsam IK in puncto L: producat autem per secundam petitionem eiusdem ex altera parte quousque secet etiam ipsam BD in puncto M, & ipsam AB in puncto N. secabit enim eas quoque necessariò, sin minus, neque etiam BK ipsi LN per Constructionem, & vicesimam octauam prop. primi lib. eorundem Elem. parallela ipsas secaret per vltimam definitionem, & tricesimam propositionem eiusdem primi, quod esset contra Constructionem. Post hoc duabus datis rectis lineis terminatis ad rectos angulos inuicem iunctis IH, HL, describatur vt superius in primo Casu Hyperbole, cuius dimetiens quidem
 fit

Constructio.

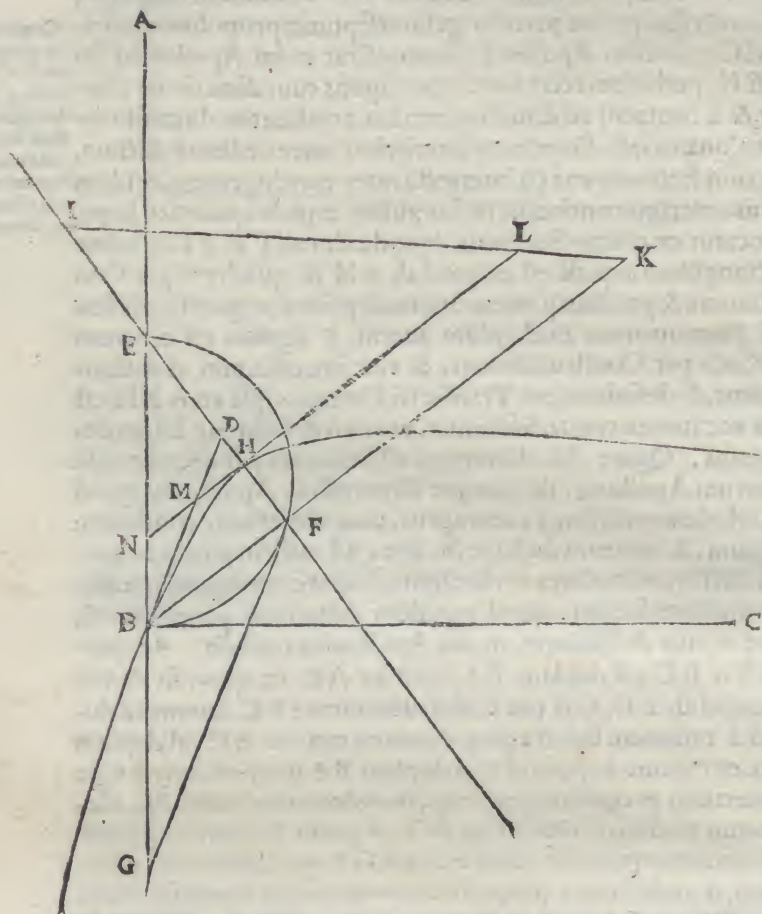
In hoc errauit Apollonius.

QUARTAE DEMONSTR. DESERVIENTIA. 127

ab HF , FK comprehenditur: & linea BD Sectionem continget per Conuersam primæ partis trigesimæseptimæ propositionis primi libri Conicorum Apollonij (demonstrat enim Apollonius ibi quòd si Hyperbolem recta linea contingens cum dimetiente conueniat, & à contactu ad dimetientem linea ordinatim ducatur: recta linea, quæ in ipsa dimetiente interijcitur inter ordinatè ductam, & centrum sectionis vnà cū interiecta inter contingentem, & idem sectionis centrum, continebit rectangulum æquale quadrato lineæ, quæ vocatur ex centro Sectionis.) quod enim ab FE , ED continetur rectangulum æquale est ei, quod ab EH fit quadrato per Constructionem, & primam partem decimæseptimæ propositionis sexti libri Elementorum Eucl. ipsum autem E signum est centrum Hyperbolis per Constructionem, & vicefimam sextam definitionem huius, & definitionem Transuersi Lateris: ipsa verò EH est ea, quæ vocatur ex centro Sectionis, vt in 26 definitione huius declarauimus. Quare AB dimetiens est Sectionis per 47 primi lib. Conicorum Apollonij. ibi nanque demonstrat Apollonius quòd si Hyperbolem recta linea contingens, cum dimetiente conueniat: per tactum, & centrum ducta recta linea ad easdem partes, in quibus est Sectio, rectas lineas in Sectione ductas contingentem parallelas per medium secabit. quod equidem dimetienti proprium est, vt patet ex eius definitione, quam Apollonius tradidit. At quoniam est vt BC ad duplam BE , idest ad AB , ita quod fit ab FG ad id, quod ab EG , GB per Constructionem: BC autem ad duplam BE rationem habet compositam ex ratione BC ad duplam BD , & ex ratione duplæ BD ad duplam BE per primam, & vicefimam tertiam propositiones sexti, & vndecimam quinti lib. Elementorum Euclidis: idest ipsius BD ad ipsam BE per 15 propositionem eiusdem quinti lib. idest FG ad GE per 29 primi, & quartam sexti, & vndecimam propositionem quinti lib. eorundem Elem. habebit BC ad BA rationem compositam ex ratione BC ad duplam ipsius BD , & ex ratione FG ad GE per vndecimam quinti lib. Elemen. & primam Com. Sent. huius bis sumptam. quare quod etiam ab FG ad id, quod ab EG , GB eam habet rationem, quæ componitur ex ratione BC ad duplam BD , & ex ratione FG ad GE per eandem vndecimam. habet autem ipsummet, quod fit ab FG ad id, quod continetur ab EG , GB etiam rationem compositam ex ratione FG ad GE , & ratione FG ad GB

Conuersam
37 prop. primi
lib. Coni-
corum Apol-
lonij demō-
strat Fed. C6
mādinus in
commenta-
rio illius pro-
positionis.

per



per 23 prop. sexti lib. *Elemen. Eucl.* ratio igitur composita ex ratio-
 ne BC ad duplam BD, & ratione FG ad GE eadem est ratio-
 ni compositæ ex ratione FG ad GE, & ex ratione FG ad GB
 per eandem undecimam quinti lib. *Elem.* Communis demum au-
 feratur ratio FG ad GE. remanebit igitur ut BC ad duplam
 BD, sic FG ad GB per tertiam *Com. Sent. primi lib. Elem. Eucl.*
 Verum ut FG ad GB, sic MB ad BN per propositiones 29, &
 32 primi, & quartam sexti lib. eorundem *Elem.* sicut igitur BC
 ad

QVARTAE DEMONSTR. DESERVIENTIA. 129

ad duplam BD, ita MB ad BN per eandem vndecimam quinti. Quod cum ita sit, erit BC linea, ad quam possunt ordinatim ductæ à Sectione ad dimetientem ABG per quinquagesimam propo. primi lib. Conicorum Apollonij. Nam ibi demonstrat Apollonius quòd si Hyperbolem recta linea contingens, cum dimetiente conueniat; & per tactum, & centrum linea recta producat; à summitate verò Sectionis ordinatim ducta conueniat & cum ipsa contingente, & cum ea, quæ ducta est per centrum, & tactum; fiatque vt segmentum contingentis inter tactum, & ordinatè ductam interiectum ad segmentum lineæ ductæ per tactum, & centrum, quòd itidem inter tactum, & ordinatè ductam interijcitur, ita quædam inuenta recta linea ad duplam contingentis: quæ à Sectione ducitur ad lineam per tactum, & centrum ductam ipsi contingenti parallela poterit spatium parallelogrammum rectangulum, quòd inhæret inuentæ lineæ; latitudinem habens lineam interiectam inter ipsam parallelam, & contactum; excedensque forma simili, & similiter posita formæ contentæ à dupla eius, quæ est inter centrum, & tactum, & ab inuenta linea. Quare AB quidem est latus Transuersum, BC verò Rectum, per definitiones primi conici Elementi superius demonstrati. Factum est igitur in hoc etiam secundo Casu quod ab initio propositum fuerat. Duabus itaque datis re-

Côclusio secundi casus.

Côclusio tertius Problematis.

Notandum.

ctis lineis terminatis ad rectos angulos inuicem iunctis, & reliqua vt in propositione. Quod fecisse oportuit. Animaduertendum autem est quòd licet Casus huius Problematis bifariam diuiserimus, quando scilicet angulus rectus, & quando non rectus supponebatur: nihilofecius posset etiam tres hoc Problema suscipere Casus, quandoquidem ipse non rectus angulus, aut acutus

(qualem supra suscepimus) aut obtusus erit.

Quoniam autem eadem est tum constructio, tum demonstratio siue acutus, siue obtusus detur angulus: non ab re duobus ex Casibus vnum Apollonius, & nos fecimus.

R

Sint

DIGRESSIO CONTRA APOLL¹ 131

Sint enim ut superius data rectæ lineæ AB, BC terminatæ ad rectos angulos inuicem iunctæ, sitq; datus angulus obtusus, & opus sit facere quod in Problemate quæritur. Si igitur ad datam rectam lineam AB, datumque in ea punctum B, dato angulo obtuso per vicesimamtertiam propositionem primi lib. Elemen. Eucl. æqualis angulus rectilineus constituatur, ita ut recta linea ipsum constituens in partem B producta cadat intra rectum ABC angulum, non secus ac in superiori secundi Casus figura linea BD. fiantque reliqua ut in ipso secundo Casu, producanturq; FG in partem G donec per decimam octauam propositionem primi lib. Conicorum Apollonij Sectioni occurrat, verbi gratia in puncto O: erit ipsa GO ordinatè ducta ad BG dimetientem, faciens angulum OGB obtusum æqualem per Constructionem, & vicesimam nonam propositionem primi lib. Elemen. Eucl. angulo dato, cæteraque sic se habebunt, ut in secundo Casu.

Digressio contra Apollonium.



DICO ita declarato, nunc de mendis, defectibus, ac falsitatibus, quæ in præsentī Problemate apud Apollonium leguntur, sermo nobis sit. & primum quidem loca illa, in quibus litera mendosè legitur indicabo: secundò quæ ab Apollonio prætermiſſa sint, dicam: tertio quæ ab eodem falsa dicantur ostendam; duobus attamen prius adnotatis; primò quòd characteres alphabetici figurarum Apollonij, quos in hoc sermone citabimus, non respondent characteribus nostrarum figurarum: quoniam Apollonius non seruauit ordinem alphabeticum, quem nos diligenter in nostris operibus obseruamus, ut Constructionis ordinem aperiat; secundò quod Apollonius tribus tantum literis rectangula nominat. Cum itaq; totam primi casus Constructionem fecisset Apollonius demonstrationem ipsam aggrediens, habet hæc verba. *Quoniam igitur conus, cuius basis est circulus GH, & vertex F, secatur plano ad FGH triangulum erecto, quod facit sectionem circulum: secatur autem & altero plano subiecto, & reliqua.* quæ porro verba (meo quidem iudicio) sic legenda, corrigendaq; sunt. *Quoniam igitur conus, cuius basis circulus GH, & vertex F, secatur plano per axem faciente triangulum*

Correctio
Apollonij.

Not. primū.

Not. secundū.
De mendis.

Primū mendum.

R 2 lum

Secundum
mendum.

lum FGH : secatur autem & altero plano subiecto, &c. hæc enim debet esse vera loci illius lectio, quippequæ à duodecima propositione libri eiusdem omnino dependet. Rursus in fine demonstrationis eiusdem leguntur hæc verba. Quare AB ad BC rationem compositam habet ex ratione FO ad OG , & ex ratione FO ad OH : hoc est ex ratione quadrati FO ad rectangulum GOH . Est igitur ut AB ad BC , ita quadratum FO ad GOH rectangulum. atque est FO parallela ipsi AD &c. quæ nimirum verba sic esse legenda censeo. Quare AE ad BC rationem habet compositam ex ratione FO ad OG , & ex ratione FO ad OH : hoc est rationem quadrati FO ad rectangulum GOH atque est FO parallela ipsi AD . &c. Nam falsum quidem est dicere quod AB ad BC rationem habet compositam ex ratione quadrati FO ad GOH rectangulum, quoniam ratio non ex vna ratione, sed ex duabus componi dicitur: illa autem verba est igitur ut AB ad BC &c. prorsus eo in loco superuacanea sunt. si enim litera rectè legatur, illud conclusum iam, atque dictum est.

Tertium mendum.

Præterea construens secundum casum Apollonius ait Secetur AB per medium in D , & in linea AD describatur semicirculus AFD , & ducatur quedam recta linea FG in semicirculum parallela ipsi AH , faciensq. rationem quadrati, &c. quæ verba sic legantur. Secetur AB per medium in D , & in linea AD describatur semicirculus AFD , & ducatur quedam recta linea FG à conuexa semicirculi circumferentia ad AD dimetientem extra semicirculum productam parallela ipsi AH , faciensq. rationem &c. linea enim FG non ducitur à dimetiente in semicirculum, sed à conuexo circumferentiæ ad partem dimetientis extra semicirculum productam. quandoquidem inuento prius in semicircumferentia puncto F , per illud FG parallela ipsi AH ducitur, ut ex Constructione secundi Lemmatis huius Elementi patet. In his igitur tribus locis apud Apollonium præsens problema (meo quidem iudicio) mendosè legitur. Et nil mirum quidem quod hæc tria menda in hac Apollonij propositione reperiantur, quandoquidem multæ etiam aliæ propositiones in exemplari græco, quod apud Commandinum erat, mendosè leguntur, ut ipsemet Commandinus attestatur in Latina ipsius Apollonij versione corrigens, ac restituens multa loca, quippequæ (ut ipse ait) corrupta in græcis Codicibus erant: ut apud eum cuilibet videre licet in eius scholijs, quæ in Apollonium

nium scripsit : videlicet in propositionibus quinquagesima-
 secunda libri secundi : vigesimaquarta , vicesimaquinta , tri-
 cesimasexta , quinquagesimaquinta libri tertij : necnon tri-
 cesima octaua , quadragesimaprima , quadragesimaquinta ,
 & quinquagesimaquinta libri quarti : ac demum in hac ea-
 dem quinquagesimatertia libri primi , in qua præter iam-
 dicta tria menda à nobis restituta (quæ tamen ipse nequa-
 quam adnotauit , licet non parui momenti sint) duos alios
 locos corruptos legi dicit , eosque sic restituit . Nam in pro-
 positione quidem , vbi legitur *Inuenire in linea producta Co-
 ni Sectionem* , quæ Hyperbole dicitur ait superuacanea esse illa
 verba *in linea producta* quæ nihilominus necessaria mihi vi-
 dentur . quia in ipsa producta linea (vt ex iam demonstra-
 tis à nobis perspicuè apparet) reuera inuenienda est Hy-
 perbole , cuius ipsa producta recta linea dimetiens esse de-
 bet , quemadmodum ipse Apollonius mox rem melius de-
 clarans subiungit *ita vt producta sit dimetiens Sectionis* : In Con-
 structione verò secundi Casus Problematis , vbi in Codice
 græco verba Apollonij sic leguntur *faciensq; rationem quadrati FG*
ad rectangulum DGA eandem, quam habet AC ad AD ibi reuera
 legendum est, vt rectè Commandinus correxit *faciensq; rationem*
quadrati FG ad rectangulum DGA eandem, quam habet AC ad
duplam ipsius AD quemadmodum ex ijs, quæ apud ipsum Apol-
 lonium ibi sequuntur , & ex Constructione nostra ipsius secundi
 Casus perspicuum est . Atque hæc quidem de mendis breuiter di-
 cta sint . Consequens autem est defectus explicare . Cùm igitur
 Constructio præsentis Problematis duos (vt superius vidimus)
 habeat Casus, vnum quidem quando rectus est datus angulus, alte-
 rum verò quando non rectus existit : quorum casuum primus ad-
 huc duo membra sortitur , alterum quidem quando pars di-
 metientis in altero circuli segmento resecta eandem habet ra-
 tionem ad reliquam eiusdem dimetientis partem in reliquo
 circuli segmento resectam , quam habet AB data linea ad
 BC lineam datam ; reliquum verò quando iam dicta rese-
 cta pars . ad iamdictam resectam partem habet minorem
 rationem quàm AB data ad BC datam : ex his utique duo-
 bus membris secundum tantum Apollonius declarauit , in
 eoque propositum demonstrauit : primum autem prorsus
 in-

Quartū mē-
 dum Apollo-
 nij, quod Cō-
 mandinus et
 adnotauit.

De defectib.
 Apollonij.

indeclaratum reliquit. id enim vnico verbo tetigit dicens. *Quod si ut AB ad BC, ita fuerit EK ad KL, utemur puncto L, hoc est producendo per punctum L parallelam ipsi ABD, construemus cætera, quæ demonstrationi sunt necessaria, propositumque demonstrabimus.* quod cum dixisset, mox ad secundum membrum accessit subiungens, *Sin minus, fiat ut AB ad BC, ita EK ad minorem ipsa KL, quæ sit KM, &c.* Vnde manifestum est quod omiserit Apollonius ibi cuncta ea, quæ à nobis in primo membro primi Casus constructa, demonstrataque sunt. quod equidem non ab re fecisset si primi, secundi que membri eadem omnino constructio, demonstratioque foret. quoniam autem tam constructio, quam demonstratio primi membri discrepat multis à constructione, demonstrationeque membri secundi: idcirco non erant prorsus omittendæ, sed compendiosè potiùs declarandæ, ut earum discrepantia innotesceret. Hæc sunt ea, quæ prætermisit Apollonius. de defectibus igitur hætenus. Modò reliquum est duas, quas commisit falsitates ostendere. Prima quidem falsitas continetur his verbis: *Sit datus angulus primum rectus: & ex linea AB planū attollatur erectum ad subiectum planum, in quo circa lineam AB circulus describatur AEBF, ita ut pars dimetientis circuli, quæ in segmento AEB comprehenditur ad partem comprehensam in segmento AFB, non maiorem rationem habeat quam AB ad BC.* & secetur AEB circumsferentia per medium in E, ducaturque à puncto E ad lineam AB perpendicularis EK, quæ producat ad L: ergo EL dimetiens est circuli. *Quod si ut AB ad BC, ita fuerit EK ad KL, utemur puncto L: sin minus, fiat ut AB ad BC, ita EK ad minorem ipsa KL, quæ sit KM, &c.* Videtur enim Apollonius ex his verbis velle quod circa lineam AB describatur circulus ita, ut pars cuiuslibet dimetientis circuli in AEB segmento comprehensa ad reliquam sui partem comprehensam in segmento AFB, non maiorem rationem habeat, quam AB ad BC. quod nimirum fieri non potest, quandoquidem infinitæ in eodem circulo dimetientes protrahi possunt rectam AB lineam secantes, ex quibus quædam inuenientur, quæ maiorem etiam rationem habebunt quam AB ad BC. Quod autem hæc sit Apollonij mens hinc patet, quia subdidit illa verba. & secetur AEB circumsferentia per medium in E, ducaturque à puncto E ad lineam AB perpendicularis EK, quæ producat ad L: ergo EL dimetiens est circuli. ex his etenim verbis indicat Apollonius quod supponat

iam

De falsitate
lus ab eodē
commisit.

Prima falsitas.

iam factum esse, quod iussit; esse videlicet descriptum circulum circa AB lineam ita, ut cuiuslibet dimetientis pars in AEB segmento comprehensa ad reliquam sui partem in segmento AFB contentam non habeat maiorem rationem quam AB ad BC : vel itaque, ut secetur AEB circumferentia per medium in E , ducaturque à puncto E ad lineam AB perpendicularis EK , quæ producta ad L , sit (per vicissimam nonam propositionem tertij, & quintam propositionem, & quartam petitionem, & vicissimam sextam propositionem primi, & Corollarium primæ prop. tertij lib. Elementorum Eucl.) dimetiens circuli; & cum sit dimetiens hac ratione sui partes à recta AB linea resectæ subeant iam dictæ affectionem; quippe cum hoc scilicet artificio circulum circa AB lineam descriptum supponat, ut cuiuslibet suarum dimetientium partes ipsi iam dictæ affectioni subiiciantur. quod apertissimè constat, cum statim subinferat, *quod si ut AB ad BC ita fuerit EK ad KL , utemur puncto L : sin minus, fiat ut AB ad BC ita EK ad minorem ipsa KL , quæ sit KM .* ecce quod statim postquam probavit Apollonius lineam EL esse dimetientem, supponens EK ad KL non habere maiorem rationem quam AB ad BC : subiunxit quod si fuerit ut AB ad BC , ita EK ad KL , utemur puncto L : si verò (quod reliquum est) EK ad KL minorem habuerit rationem quam AB ad BC , faciet ut AB ad BC , sic EK ad minorem ipsa KL , quæ sit KM . Nonne igitur falsitas hæc manifesta est? Quum enim in eodem circulo (ut iam diximus) plures duci possint dimetientes ipsam AB secantes, ex quibus alia quidem habebit eandem rationem, quam habet AB ad BC , alia verò minorem, alia demum maiorem; quonam pacto scire potest Apollonius quod ipsa EL sit ea dimetiens, cuius pars EK ad partem KL non minorem rationem, sed vel eandem, vel maiorem habet? nisi supponat quod circulus ita circa AB lineam descriptus sit, ut omnes eius dimetientes hoc patiantur? quod utique falsissimum est, nulloque modo fieri potest. Quod si supponat Apollonius dimetientem EL eam esse, quam quærimus, ita scilicet inuentam quemadmodum nos in primo huius Problematis Lemmate docuimus: manifestum est ex Constructione ipsius Lemmatis quod ipsa EL ipsam AEB circumferentiam per medium secat, necnon ipsam AB rectam lineam ad rectos angulos, per mediumque dispescit. Ad quid igitur Apollonius circumferentiam AEB per medium in E secat, & ipsam

Secunda fal-
sitas.

fam EL ipsi AB perpendicularem ducit; nisi ad probandum quod linea EL dimetiens sit, ut ex hoc statim consequatur iuxta iam dictam falsam eius suppositionem quod EK ad KL non maiorem rationem habet, quam AB ad BC ? etenim si esset diceretur descriptus itaque sit circa AB lineam circulus ita, ut sita dimetiens pars EK ad reliquam KL partem habeat non maiorem rationem quam AB ad BC . talis enim dimetiens eo artificio, quod nos docuimus, reperta necessario iam dictas facit sectiones. Hæc igitur est prima falsitas Apollonij. Secunda verò maior adhuc est, ac euidentior, quam profecto continent hæc verba. *Non sit autem datus angulus rectus: sintque recta linea data AB , AC : & datus angulus sit equalis ei, qui BAH continetur. Oportet igitur describere Hyperbolem, ita ut eius dimetiens sit AB , & Rectum Latus AC : ducta vero ordinatim ad dimetientem in angulo BAH applicentur. Secetur AB per medium in D : & in linea AD describatur semicirculus AFD . & ducatur quadam recta linea FG in semicirculum parallela ipsi AH ; faciensque rationem quadrati FG ad rectangulum DGA eandem, quam habet CA ad duplam AD , &c.* Vbi vult Apollonius quod ducatur quadam FG recta linea inter semicirculi circumferentiam, & externam dimetientis AD productæ partem, ipsi AH lineæ parallela, cuius videlicet FG parallela quadratum habeat ad rectangulum à lineis DG , GA contentum eandem rationem, quam habet data linea CA ad AB datam lineam. Non determinat autem Apollonius qualis nam debeat esse ratio ipsius AC ad ipsam AB ; utrum scilicet æqualitatis, an inæqualitatis maioris, vel minoris. unde quod fieri præcipit Apollonius erit Problema quoddam indeterminatum, ac impossibile. quandoquidem (ut in secundo huius Problematis Lemmate prope finem adnotauimus) fieri non potest, ut quadratum lineæ FG sit vnquam maius rectangulo à lineis DG , GA contento, sed vel ipsi æquale, vel ipso minus erit. Quare si ratio lineæ CA ad lineam AB fuerit maioris inæqualitatis, verbi gratia dupla, seu tripla, vel quadrupla, vel huiusmodi quadam alia: incassum laboraret quicunque id, quod ab Apollonio iussu est, efficere conaretur. Debebat igitur Apollonius post illa verba, *quam habet CA ad duplam AD* , subiungere, *quæ quidem ipsius AC ad duplam AD ratio non sit maioris inæqualitatis*, ut quod dixerat, hac determinatione possibile redderetur. Cum autem nullam subiunxerit conditionem, nulli dubium id ab eo præcipi.

cipi, quod fieri minimè potest. Nam Euclides etiam cum in vice-
 sima secunda propositione primi libri Element. dixisset, *Ex tri-*
bus rectis lineis, quæ sunt tribus datis rectis lineis æquales, triangulum
construere, ni mox addidisset, *Oportet autem duas earum reliqua esse*
maiores omnifariam sumptas, dubio procul illud Problema indeter-
 minatum esset, ac impossibile. Quapropter hanc etiam secundam
 Apollonij falsitatem arbitror omnibus iam esse conspicuam. Hæc
 autem in præsentia de mendis, defectibus, ac falsitatibus, quæ in
 hoc Problemate apud Apollonium leguntur, breuiter dicta suffi-
 ciant. Verumenimvero tribus iam Apollonij Conicis Elementis,
 videlicet duodecimo, vicesimo primo, & quinquagesimo tertio pri-
 mi libri sic illustratis: nunc reliquum est, vt ad institutum nostrum
 reuertamur, Problemaque ab initio nobis propositum iuxta do-
 ctrinam Apollonij demonstremus. Repetatur igitur hic Proble-
 ma, quod à principio proposuimus.

Exemplum in
 Euclide.

Epilogus di-
 gressionis.

PROBLEMATIS PRÆCIPVI
 DEMONSTRATIO QVARTA

secundum Apollonium.

DVAS in eodem plano describere lineas
 alteram rectam, & alteram curuam, quæ
 nunquam adinuicem coincident, etiam
 si in infinitum protrahantur: & quanto
 longius producantur, tanto sibiinuicem propio-
 res euadant.

Propositio.

Sint duæ rectæ lineæ AB, AC quemlibet angulum continen-
 tes cum, qui est ad signum A. & suscipiatur intra iam dictum
 angulum quodcunque signum D, à quo ad signum A ducatur
 per primam petitionem primi libri Elementorum Euclidis recta
 linea. quippeque vel diuidet angulum BAC per medium, vel
 non per medium. Diuidat eum primò per medium. & produ-
 catur per secundam petitionem eiusdem ipsa DA in partem A.

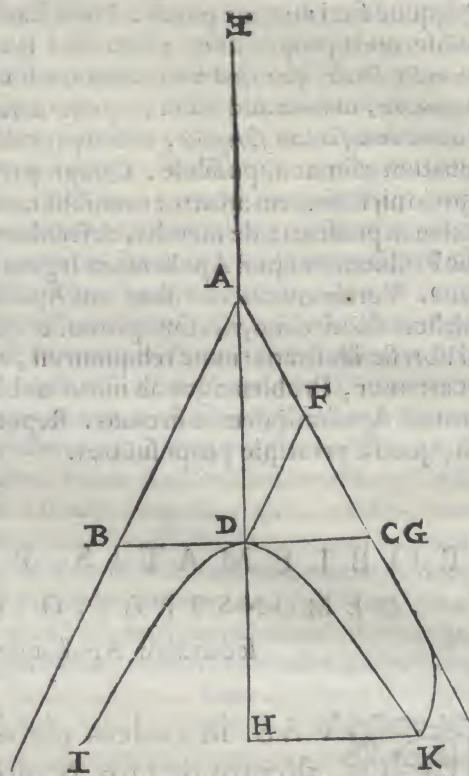
Expositio.

Diuisio ca-
 suum Prob-
 matis.

Primi Casus
 constructio.

S & per

& per tertiam propositionem eiusdem primi fiat AE æqualis ipsi AD . & per signum D ducatur per tricesimam primam propositionem eiusdem DF parallela ipsi AB . & per eandem tertiam primi fiat FC æqualis ipsi AF . & per primam petitionem eiusdem ducatur CD , quæ per secundam petitionem eiusdem producat quousq; secet ipsam AB in signo B . secabit enim eam, cum & DF ipsi parallelam secet ratione sæpe superius dicta. Fiat deinde per 44 propositionem primi lib. Elemen. Eucl. bis sumptam rectangulum unum æquale quadrato lineæ BC . cuius utiq; rectanguli alterum quidem latus sit ipsa DE , alterum verò recta DG linea ipsi DE ad rectum



angulum iuncta in puncto D . quæ erit in una recta linea cum DC , quoniam anguli ADB , ADC recti sunt per Constructionem, & vicefimam nonam, & sextam, & quintam, & vicefimam sextam propositionem, & primam Com. Sent. primi lib. eorundem Elemen. quoties opus fuerit sumptas. Producta quæ demum recta linea EAD in partem D per secundam petitionem primi lib. eorundem usque ad signum H , describatur per primum Casum quinquagesimæ tertie propositionis primi lib. Conicorū Apollonij, seu tertij Elementi Conici superius demonstrati Hyperbole in eodem plano cum lineis ED , DG iacens, cuius dimetiens quidem sit DH transiens per A centrum Sectionis, summitas autem signum D ad

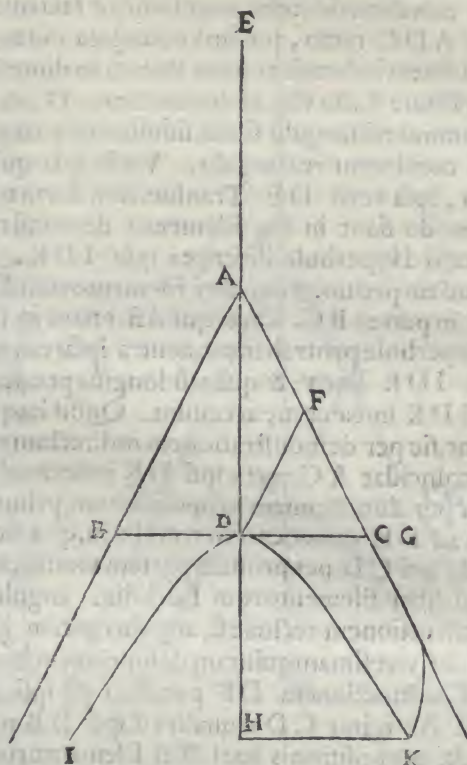
D ad rectum angulum existens; ordinatè verò ducta à sectione ad DH eius dimetientem, angulumque facientes æqualem dato angulo ADC recto, possint rectangula inhærentia lineæ DG; & latitudinem habentia rectam lineam in dimetiente DH receptam ab ordinatè ducta vsq; ad summitatem D; & excedentia parallelogrammo rectangulo simili, similiterque iacente ei, quod ab ED, DG continetur rectangulo. Vnde ipsa quidem DG erit Rectum, ipsa verò DE Transuersum formæ Latus. Hæc enim quomodo fiant in illo Elemento demonstrata fuerè. Sit igitur talis Hyperbole descripta ipsa IDK. & producantur per secundam petitiō. primi libri Elementorum Eucl. rectæ lineæ AB, AC in partes BC. Dico quod si etiam in infinitum vnà cum ipsa Hyperbole protrahantur, neutra ipsarum vnquam coincidat inflexæ IDK lineæ; & quantò longius producantur, tantò propius ipsi IDK lineæ curuæ accedunt. Quod itaque nunquam ipsi coincident, sic per demonstrationem indirectam ostenditur. Si fieri potest coincidat AC recta ipsi DK inflexæ ad signum K, à quo ducatur per duodecimam propositionem primi lib. Elem. Eucl. ordinatè ad DH dimetientem recta linea, quæ sit KH. erit igitur parallela ipsi CD per primam partem vicesimæ octauæ propositionis primi libri Elementorum Euclidis. angulus enim CDA per Constructionem rectus est, angulus autem DHK similiter est rectus per vicesimam quintam definitionem huius. Quoniam igitur per Constructionem DF parallela est ipsi BA, & CF æqualis ipsi FA: igitur CD æqualis est ipsi DB per primam partem secundæ propositionis sexti libri Elementorum Eucl. Quare quod fit à CB quadratum quadruplum est ei, quod fit à CD per quartam propositionem secundi libri eorundem. & est quod fit à CB per Constructionem æquale rectangulo ab ED, DG contento. igitur quod fit à CD quadratum quarta pars est rectanguli contenti ab ED, DG. est autem eius etiam, quod fit ab ED, quarta pars quadratum lineæ AD per Constructionem, & per eandem quartam secundi. sicut igitur quadratum ipsius AD ad quadratum ipsius DC, sic per quintamdecimam propositionem quinti libri Elementorum Eucl. quadratum totius ED ad rectangulum ab ED, DG contentum. vt autem quadratum ipsius ED ad rectangulum ab ED, DG comprehensum, sic linea DE ad lineam DG per primam prop. sexti, vel per Lemma 22 prop. decimi

Determinatio.

Primæ partis Problematis Demonstratio.

S 2 libri

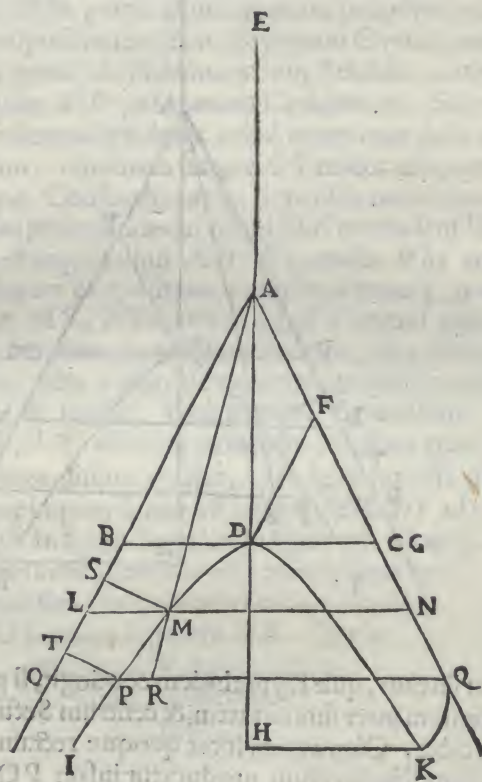
libri eorundem
 Elemento. ergo
 per vndecimam
 eiusdem quinti,
 sicut ED ad DG,
 sic quadratum li-
 neæ AD ad qua-
 dratū lineæ DC.
 Sed ut quadratū
 ipsius AD ad
 quadratū ipsius
 DC, sic quadra-
 tum ipsius AH
 ad quadratum ip-
 sius HK per pri-
 mam partem vice-
 simæ secundæ
 propositionis sex-
 ti libri Elemento-
 rum Euclidis. li-
 nea enim AD ad
 lineam DC est
 sicut AH ad HK
 per Constructio-
 nem, & vice-
 simam nonam pro-
 positionem pri-
 mi, & quartam propositionem sexti libri eorundem. Sicut igitur
 quadratum lineæ AH ad quadratum lineæ HK, sic per eandem
 vndecimam quinti lineæ ED ad DG lineam. Verum ut ED ad
 DG, id est Latus formæ Transuersum ad Rectum, ita quod ab EH,
 HD ad quadratum lineæ HK per vicesimam primam propo-
 sitionem primi libri Conicorum Apollonij, vel per secundum superius
 demonstratum Conicum Elementum. Et sicut igitur quadra-
 tum lineæ AH ad quadratum lineæ HK, sic quod ab EH, HD
 continetur rectangulum ad idem ipsius HK quadratum per ean-
 dem vndecimam quinti. æquale itaque est per primam partem no-
 næ propositionis eiusdem quinti quod ab EH, HD continetur re-
 ctangu-



etangulum ei, quod ab AH fit quadrato, quod est absurdum, quoniam oppugnat sextę propositioni secundi libri Elemento. Euclidis; quippe quę ostendit quadratum ipsius AH maius esse quàm rectangulum ab EH , HD . contentum, quadrato lineę AD . nam fieri non potest ut eędem quantitates eęuales inuicę, & inęuales sint. Non coincidit igitur ipsa AC recta ipsi DK inflexę etiam si in infinitum producantur. in quocunque enim puncto coincidere ipsi posita fuerit, idem semper absurdum sequetur. Similiter autem demonstrabitur quod ipsa etiam AB recta, & ipsa DI inflexa in infinitum productę, nusquam coincident. Quare patet prima quidē Proble-

Conclusio
primę par-
tis.

matris pars.
Secunda ve-
rò per dire-
ctam demō-
strationem
sic ostenda-
tur. Ma-
neant cũta
ut in proxi-
ma figura
fuerit dispo-
sita. Dico qđ
rectę lineę
 AB , AC
quanti longi-
us in par-
tes BC pro-
ducętur, tan-
tò ipsi IDK
curvę lineę
propiores fi-
ent. Du-
cantur itaq;
per 31 pro-
p. primi li-
bri Elemēto-
rum Euclid.

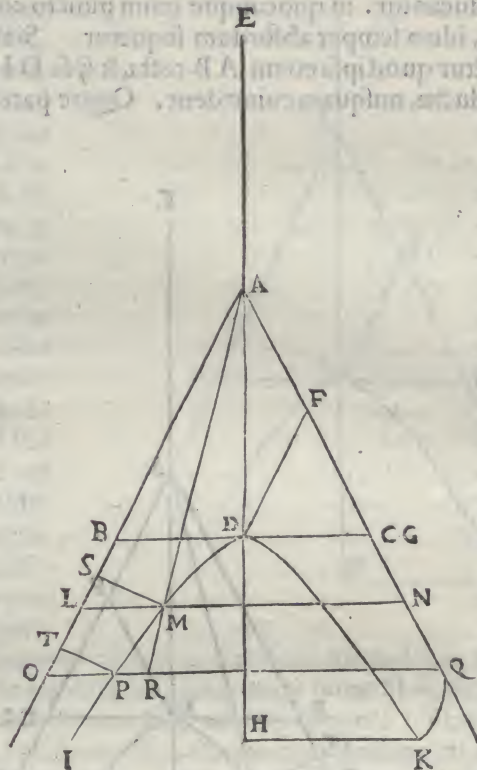


Determina-
tio secundę
partis.

ipsi

Constructio
secundæ par-
tis.

ipſi BDC tãgẽti parallelæ LMN ; & OPQ ; & per primã petiti-
onẽ eiufdẽ ducatur AM recta linea, quæ per 2. pet. eiufdẽ producta
in partem M , neceſſariò ſecabit Sectionem in ſigno M . aut enim
ſecabit eam, aut tanget: tangere non poteſt per Corollarium tri-
ceſimæ primæ propoſitionis primi lib. Conicorum Apollonijs (quod



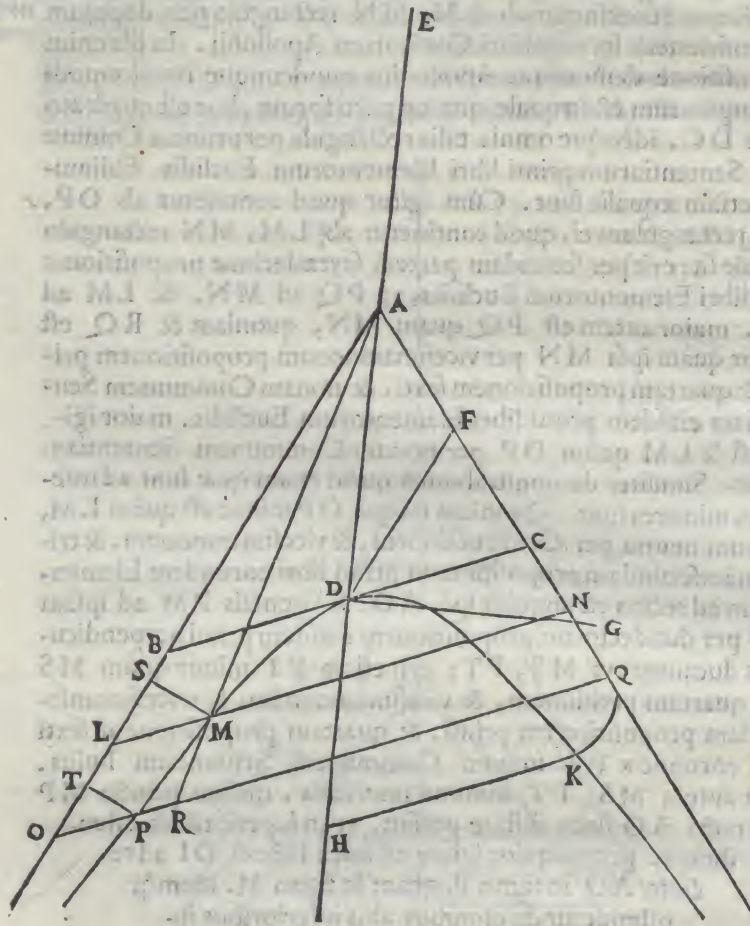
affirmat lineam, quæ Hyperbolem contingit, ſi producat ſecare
dimetientem inter ſummitatem, & centrum Sectionis) ergo neceſ-
ſariò ſecabit. Cũ autem ſecet quoque rectam LN lineam, ſe-
cabit etiam ſi indirectum producat ipſam PQ ratione ſape ſu-
periùs allegata. Secet itaque ipſam in puncto R . His ita Con-
ſtructis

structis dico quòd rectangulum contentum ab OP , PQ æquale est ei, quod continetur ab LM , MN rectangulo per decimam propositionem secundi libri Conicorum Apollonij. In illa enim propositione demonstrat Apollonius quodcunque huiusmodi rectangulorum esse æquale quartæ parti formæ, hoc est quadrato lineæ DC . ideoque omnia talia rectangula per primam Communi Sententiarum primi libri Elementorum Euclidis sibi inuicem etiam æqualia sunt. Cum igitur quod continetur ab OP , PQ rectangulum ei, quod continetur ab LM , MN rectangulo æquale sit: erit per secundam partem sextædecimæ propositionis sexti libri Elementorum Euclidis, ut PQ ad MN , sic LM ad OP . maior autem est PQ quam MN , quoniam & RQ est maior quàm ipsa MN per vicesimamnonam propositionem primi, & quartam propositionem sexti, & nonam Communi Sententiam eiusdem primi libri Elementorum Euclidis. maior igitur est & LM quàm OP per nonam Communi Sententiam huius. Similiter demonstrabimus quòd etiam quæ sunt ad inferiora, minores sunt. Quoniam itaque OP minor est quàm LM , quarum neutra per Constructionem, & vicesimamnonam, & tricesimamsecundam propositionem primi libri eorundem Elementorum ad rectos est angulos ipsi AO : si à punctis PM ad ipsam AO per duodecimam propositionem eiusdem primi perpendiculares ducantur, ut MS , PT ; erit etiam PT minor quàm MS per quartam petitionem, & vicesimamnonam, & tricesimamsecundam propositionem primi, & quartam propositionem sexti libri eorundem, & nonam Communi Sententiam huius. Sunt autem MS , PT minima interualla, quibus puncta MP à recta AO linea distare possint, ut in superioribus ostendimus. propinquior igitur est linea inflexa DI ad rectam AO in signo P , quàm in signo M . idemque ostendetur de omnibus alijs inferioribus ipsius inflexæ lineæ punctis tam in partes DI , quàm in partes DK . Quare perspicua est secunda quodque Problematis pars.

Demonstratio secundæ partis.

Cōclusio secundæ partis.

Verum



Secundi
casus Confr.&
Dēmōstr. pa-
rūm à supe-
rioribus dif-
ferentes.

Verūm si recta DA linea non per medium angulum BAC diuiserit, ut in præsentī figura: construentur, & demonstrabuntur omnia sicut in primo casu his exceptis: primò quòd recta DG non erit in vna recta linea cum ipsa DC: secundò quòd non describetur Hyperbole per primum, sed per secūdum Casum 53 propositionis primi libri Conicorum Apollonij: tertio ipsam KH ordinatē ductam probabitur esse parallelam ipsi DC contingenti, non

non eo modo, quo in primo Casu probatum fuit, sed per conuer-
sam primæ partis tricesimæ secundæ propositionis primi libri Co-
nicorum Apollonij; quod scilicet si recta linea conicam Sectionem
ad summitatem contingat, ordinatè ductis erit parallela; quæ con-
uerfa quamuis ab Apollonio demonstrata non sit, tamen ex ipsa
tricesimæ secunda per demonstrationem indirectam facillè probari
potest; conuerfas enim propositiones ex suis antecedentibus sæpe
Mathematici probant: quartò quod in hoc secundo Casu lineæ
LN, OQ, & omnes ipsis parallelæ quandoque possunt ad rectos
angulos esse vel ipsi AO, vel ipsi AQ; & tunc in illa parte ubi pa-
rallæ ipsæ perpendiculares fuerint, non sunt quærenda alia bre-
uissima interualla, quoniam in iam dictis parallelis ea sunt. Conclusio
vniuersalis. Duae
itaque iuxta doctrinam etiam Apollonij eodem in plano descripsi-
mus lineas alteram rectam, & alteram curuam, ipsas nempe AO,
DP, vel ipsas AQ, DK, quæ nunquam adinuicem coincidunt,
etiam si in infinitum protrahantur: & quantò longius producun-
tur, tantò sibi inuicem propiores euadunt. Quod erat faciendum.

Corollarium Primum.

*Ex demonstratis manifestum est primò quod si Hy-
perbolem ad Summitatem recta linea tangat, & ab ipsa
in utraque dimetientis parte suscipiatur pars æqualis re-
ctæ lineæ potenti quartam partem formæ, seu rectanguli à
Recto, & Transuerso lateribus contenti; & à centro Hy-
perbolis ad sumptos tangentis terminos rectæ ducantur
lineæ: erunt non coincidentes Sectioni. & conuersò si di-
ctæ lineæ fuerint Sectioni non coincidentes: partes tangen-
tēs inter dimetientem, & non coincidentes receptæ quar-
tam formæ partem poterunt.*

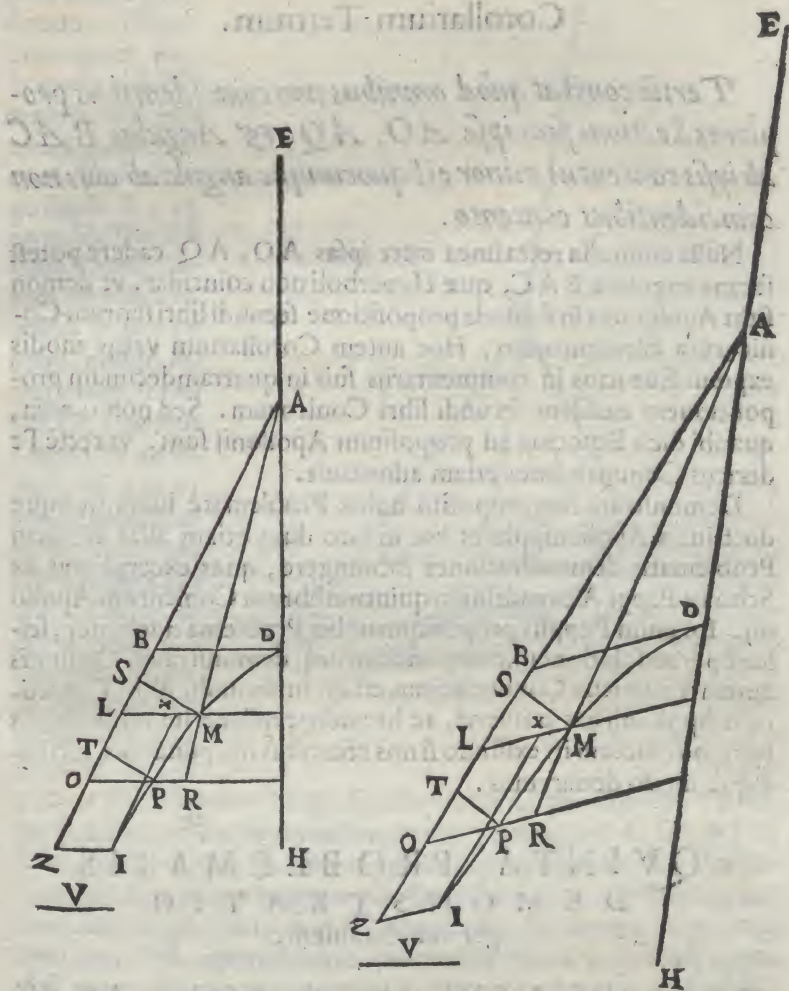
Hoc primum Corollarium omnino perspicuum ex iam demon-
stratis est, nec vlla declaratione indiget.

T Corolla-

Corollarium Secundum.

Secundo patet quòd si à quibuscumque Hyperbolica linea punctis ad non coincidentes recta linea perpendicularares ducantur: inferiores superioribus minores sunt, & quocumque dato spatio ad minus perveniunt spatium.

Sit enim (exempli gratia) in subscriptis figuris, quæ sunt partes superiorum figurarum datum spatium V . quod. utiq; aut maius, aut minus est quàm LM , aut ipsi æquale. Quòd si maius, vel æquale fuerit: manifestum est ex superioribus quòd OP , necnon TP minus est ipso. Si verò datum V spatium minus quàm LM sit. relinquatur per primam propositionem decimi libri Elementorum Euclidis LX minus spatium V . & per punctum X ducatur per tricesimam primam propositionem primi lib. eorundem Elementorum parallela ipsi SO . quæ per tertiamdecimam propositionem libri secundi Conicorum Apollonij coincidet Sectioni ad vnum punctum. ibi enim demonstrat Apollonius quòd si in loco extra Sectionem inter non coincidentem, & Sectionem intercepta quædam recta linea ducatur alteri non coincidentium parallela: in vno puncto tantum cum Sectione conveniet. coincidat (verbi gratia) ad signum I , per quod ducatur ipsi LX parallela IZ , quæ necessario coincidet ipsi LO ad signum Z ratione sæpe superius dicta. æqualis igitur est per tricesimam quartam propositionem primi libri Elementorum Eucl. IZ ipsi LX . quare spatium IZ dato V spatio minus est per septimam Com. Sent. huius. Si igitur à puncto I ad rectam AZ lineam perpendicularis ducatur, erit adhuc multò minor dato V spatio per 32, & 19 prop. primi libri eorundem Elem.



T 2 Corolla

Corollarium Tertium.

Tertiò constat quòd omnibus non coincidentibus propiores Sectioni sunt ipse AO, AQ, & Angulus BAC ab ipsis contentus minor est quocunque angulo ab alijs non coincidentibus contento.

Nulla enim alia recta linea inter ipsas AO, AQ cadere potest secans angulum BAC, quæ Hyperboli non coincidat. vt demonstrat Apollonius in secunda propositione secundi libri suorum Conicorum Elementorum. Hoc autem Corollarium varijs modis exponit Eutocius in commentarijs suis in quartamdecimam propositionem eiusdem secundi libri Conicorum. Sed non omnia, quæ ibi dicit Eutocius ad propositum Apollonij sunt. vt rectè Federicus Commandinus etiam adnotauit.

Demonstrato iam proposito nobis Problemate iuxta quoque doctrinam Apollonij, placet hoc in loco duas etiam alias eiusdem Problematis demonstrationes subiungere, quas excerpimus ex Scholijs Pappi Alexandrini in quintum librum Conicorum Apollonij. Ibi enim Pappus propositum nobis Problema dupliciter, scilicet per resolutionem, compositionemq; demonstrauit. Quamuis autem Federicus Commandinus etiam in secundo libro Conicorum Apollonij eas posuerit, ac breuiter explicuerit: nihilominus non ab re factum iri existimo si nos etiam eas hic ponamus, facilio-riq; modo declaremus.

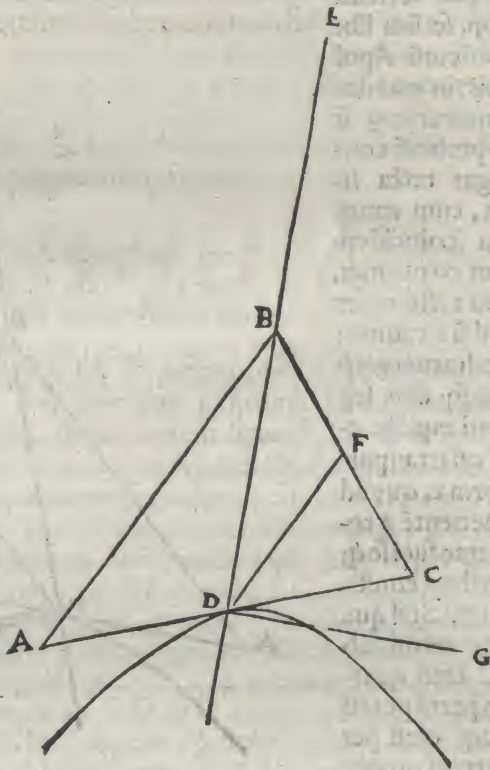
QVINTA PROBLEMATIS
DEMONSTRATIO
per resolutionem.

Expositio.

Determina-
tio.
Constructio

POSITIONE datis duabus rectis lineis AB, BC, & signo D dato: propositum sit describere per D signum Hyperbolem circa non coincidentes AB, BC. Factum itaque sit. Centrum igitur ipsius est signum B. Coniungatur ergo recta linea DB per primam petitionem primi lib. Elem. Eucl. & per secundam petitionem

æqualis FC. Datum est ergo signum etiam C per eandem 27. & per primam petitionem eiusdem primi coniungatur CD, & per secundam petitionem eiusdem producat ad signum A. Positio ne igitur data est per eandem vicesimamseptimam. Positione autem data est ipsa quoque AB. datum est ergo signum A per eandem 25. Est autem signum quoque C datum: data est igitur AC tum positione, tum magnitudine per 26 propositione libri Da torū Euclidis. eritq; æqualis AD ipsi DC per primā partē secun dæ prop. sexti lib. Elem. Eucl. & 9 Com. Sēr. huius, eò q̄ etiā BF ipsi FC per Constructionem æqualis est. Sit itaq; DG Rectum La tus formæ, quæ ipsi ED Transverso Lateri inhæret. Vtraq; igitur ipsarum AD, DC potest quartam partem rectanguli ab ED, DG cōtenti per secundā partē primī Corollarij præcedētis prop. vel



g^o ADB potentes rectangula inhærentia lineæ DG, latitudines habentia lineas in dimetiente receptas ab ipsis ordinatè ductis vsque ad signum D; excedentia forma simili ei, quæ lineis ED, DG continetur: erit ipsa Sectio Hyperbolæ positione data per ea, quæ in præcedenti propositione demonstrata sunt, ex doctrina primæ, & quartæ, & quartædecimæ propositionis secundi libri Conicorum Apollonij. Quod fecisse oportuit. Conclusio.

S E X T A P R O B L E M A T I S
D E M O N S T R A T I O
per compositionem.

COMPONETVR autem præsens Problema hoc modo. Sint ipsæ duæ positione datæ rectæ lineæ AB, BC, datum autem signum D. & iungatur per primam petitionem primi lib. Elem. Eucl. DB, & producat per secundam petitionem eiusdem ad E, ipsiq; DB ponatur per tertiam prop. eiusdem æqualis BE, & ducatur per 31 prop. eiusdem DF parallela ipsi AB, & per eandem tertiam primi ponatur ipsi BF æqualis FC, & iungatur per eandem primam pet. primi CD, quæ per secundam pet. eiusdem producat ad A. & per vndecimam prop. eiusdem primi ipsi DE applicetur ad rectos angulos ipsa DG. & quadrato ab AC ponatur æquale rectangulum ab ED, DG contentum per 44 prop. primi lib. Elemen. Eucl. bis sumptam. & describatur, vt in Resolutione dicebamus, circa dimetientem DE Hyperbolæ. Dico qd Problema factum est. Cum enim æqualis sit BF ipsi FC, æqualis erit & AD ipsi DC per primam partem secundæ prop. sexti lib. Elem. Eucl. & nonam Com. Sent. huius. vtraq; igitur ipsarum AD, DC per quartam prop. secundi eorundem potest quartam partem quadrati ab AC facti, hoc est rectanguli ab ED, DG contenti, hoc est formæ inhærentis dimetienti ED. Quare per primam partem primi Corollarij quartæ Demonstr. libri huius, vel per primam prop. lib. 2 Conicorū Apoll. ipsæ AB, BC rectæ lineæ cum Hyperbolæ nunquam coincidunt: & per secundum Corollarium eiusdem quartæ demonstrationis, vel per 14 prop. eiusdem secundi Conicorum iam dictæ rectæ lineæ in infinitum productæ ipsi Hyperbolæ semper magis appropinquant. Quod faciendum erat. Constructio.

Determin.
Demonstratio.

Conclusio.

DE

DE DVABVS LINEIS CVRVIS
IN EODEM PLANO DESCRIPTIS
NVNQVAM COINCI-
DENTIBVS,

& semper sibi magis appropinquantibus, etiam si
in infinitum producantur.

Propositio.



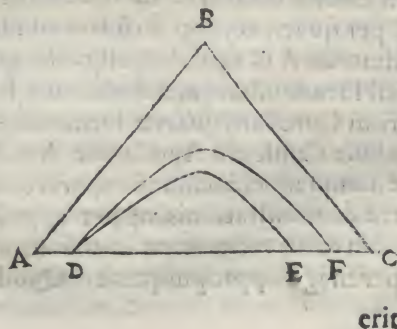
POSITIS duabus Pappi demonstrationibus de linea recta, & curua non coincidentibus, & magis sibi semper appropinquantibus si in infinitum producantur: non erit ab re hoc in loco subscribere quandam etiam aliam demonstrationem Pappi excerptam ex eius Lemmatibus in quintum librum Conicorum Apollonij, qua demonstratur duas Hyperbolas in eodem plano descriptas, in infinitumq; productas nunquam inuicem coire, & semper ad intervallum quolibet intervallo dato minus peruenire. est enim ea demonstratio mutila, mendosaq; ut Commandinus etiam animadvertit in libro secundo Conicorum Apollonij, ubi eam ipse longo sermone instaurare conatus est. Nos autem breviori quoad fieri poterit modo eam illustrabimus.

Expositio.

Circa ipsas non coincidentes AB, BC rectas lineas duae Hyperbolae DE, DF describantur. Dico eas inuicem non coincidere. Nam si fieri potest coincidant ad signum D, per quod in Sectiones ducatur recta linea ADEFC.

Determin. primae partis.

Demonstratio primae partis.



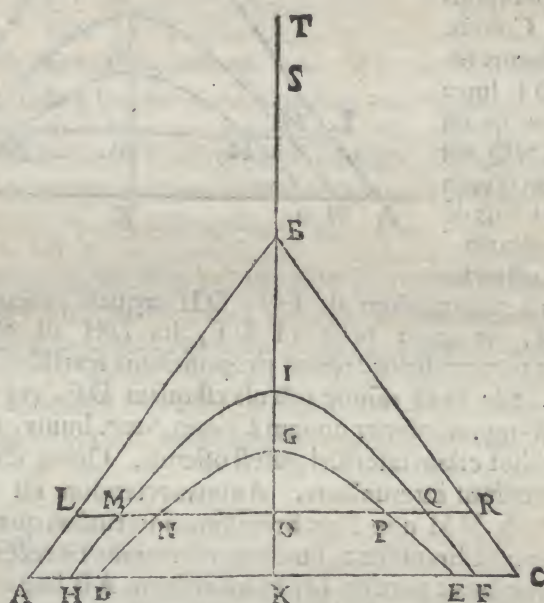
erit propter quidem DE Sectionem linea AD æqualis ipsi FC, propter verò Sectionem DE ipsa AD æqualis ipsi EC per vltimam partem octauæ prop. secundi libri Conicorum Apollonij (ibi enim demonstrat Apollonius, quòd si Hyperbolæ recta linea occurrat in duobus punctis: producta ex vtraque parte, cum ipsis non coincidentibus conueniet; & lineæ, quæ ex ipsa abscissæ inter Sectionem, & non coincidentes interijciuntur, æquales erunt.) Quare per primam Comm. Sent. primi libri Elementorum Euclidis ipsa CF ipsi CE æqualis erit, quod per nonam Comm. Senten. eiusdem fieri non potest. non igitur Sectiones inter se conueniunt.

Conclusio primæ partis.

Dico præterea eas, si in infinitum augeantur, ad sese propius accedere, & ad minus interuallum peruenire. Sint duæ Hyperbolæ DGE, HIF

Determinatio secundæ partis.

circa easdem nō coincidētes AB, BC descriptæ, vt in superioribus docuimus. Et sint rectæ lineæ AHDKEF C, LMNO PQR ad dimetiēte Sectionū ordinatim ductæ, quæ sibi inuicem erunt parallele per 25 definitionem huius, & 28 propositionē



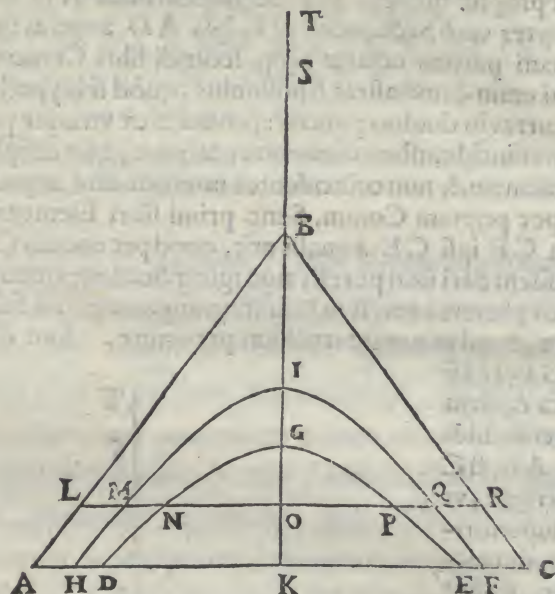
Constructio secundæ partis.

primi libri Elementorum Euclidis. Et sit dimetiens KIB, quæ producatur in puncta S, T ita vt sit SB æqualis ipsi BI; & TB ipsi BG. erit punctum S terminus dimetiētis Sectionis HIF, & T terminus dimetiētis Sectionis DGE, cum B sit vtriusque centrum. His ite Constructis quoniam per decimam Com.Sent.

V huius

Demonstra-
tio secundæ
partis.

huius, vel per
Corollarium
primi theore-
matis in prin-
cipio huius
operis præde-
monstrati li-
nea FK ma-
ior est quàm
QO, & linea
DK maior
quàm NO:
erit per quin-
tam Comm.
Sét. huius to-
ta DF linea
maior quàm
tota NQ. est
autem (vt in
finē huius de-
monstratio-
nis ostende-



Côclusio se-
cundæ partis.
Notandum.

mus) rectangulum ab FD, DH æquale rectangulo à QN, NM. vt igitur NQ ad DF, ita DH ad NM per secundam partem sextadecimæ propositionis sexti libri Elemen. Euclidis. Sed NQ minor ostensa est quàm DF. ergo & DH quàm NM minor erit per nonam Comm. Sent. huius. idem autem de qualibet etiam inferiori potest ostendi. Quare semper ad minus perueniunt interuallum. Animauertendum est autem quòd si DH, & NM non sunt breuissima interualla, quærenda sunt ipsa interualla breuissima, quæ reperientur ductis rectis lineis perpendicularibus a punctis D, N ad rectam AB lineam. Hæc autem breuissima duarum Sectionum interualla semper minora fiunt, & Sectiones ad interuallum quolibet interuallo dato minus peruenient. Possunt etenim Sectiones vnà cū ipsis non coincidentibus produci (vt patet ex Corollario secundo quartæ demonstrationis) donec breuissimum interuallum interiectum inter non coincidentes, & Sectionem DGE sit dato interuallo minus. quare tunc erit

erit intervallum inter Sectiones interiectum multò minus intervallo dato per nonam Communem Sent. primi lib. Elem. Eucl.

Nunc autem illud est demonstrandum, quod supra supposuimus, quodd scilicet rectangulum ab FD, DH sit æquale rectangulo à QN, NM. Demonstretur autem sic. Quoniam linea LR secta est per medium in signo O per vicesimam quintam definitionem huius, & per ultimam partem octavæ propositionis secundi libri Conicorum Apollonij, & non per medium in signo M: erit per quintam propositionem secundi libri Elementorum Euclidis rectangulum ab RM, ML contentum vnà cum quadrato ab OM descripto, æquale quadrato ab OL. at quadrato quidem ab OM rectangulum à QN, NM vnà cum quadrato ON est æquale; quadrato verò ab OL æquale est rectangulum ab RN, NL vnà cum quadrato ab ON per eandem quintam propositionem bis sumptam: erit igitur rectangulum ab RM, ML vnà cum rectangulo à QN, NM, & quadrato ab ON, æquale rectangulo ab RN, NL, & quadrato ab ON per primam Com. Sent. primi lib. Element. Eucl. bis, & secundam Comm. Sent. eiusdem semel sumptas. Commune auferatur quadratum ab ON. reliquum igitur ab RM, ML rectangulum vnà cum rectangulo à QN, NM æquale est rectangulo ab RN, NL per tertiam Com. Sent. primi lib. eorundem. iisdem rationibus rectangulum à CH, HA vnà cum rectangulo ab FD, DH est æquale rectangulo à CD, DA. est autem propter DGE Sectionem rectangulum ab RN, NL æquale rectangulo à CD, DA per primam Com. Sent. primi lib. Element. Euclid. cum eorum vnumquodq; sit æquale quartæ parti ipsius formæ per decimam prop. secundi lib. Conicorum Apollonij, sicut etiam in superioribus diximus: & propter HIF Sectionem rectangulum ab RM, ML est æquale rectangulo à CH, HA per eandem primam Com. Sent. & decimam prop. erit igitur per primam Com. Sent. bis, & tertiam Com. Sent. semel sumptas primi lib. Elem. Eucl. rectangulum à QN, NM æquale rectangulo ab FD, DH. Quod erat demonstrandum.

Suppositi Demonstratio.

Conclusio suppositi.

Haecenus itaq; Pappi demonstrationes illustrauimus. Animaduertendum est autem q̄ postquam Pappus de duabus Hyperbolis iam dictam affectionem demonstrasset, subiunxit hæc verba. *Verum hoc etiā manifeste constat. Si. n. utraq; ipsarum ad nō coincidentes propius accedit, perspicuū est quòd etiam ad sese propius accedent.* quæ quidem

Notandum.

Pappi gra-
r. timus cr-

Pappi ratio non concludit, vt Commandinus etiam adnotauit. Nam fieri potest vt vtraque Sectionum ad non coincidentes propius accedat, sed tamen pari accessionis intervallo, ita vt semper inuicem æquidistant: vel vt earum vtraque ad non coincidentes propius semper accedat, celerius autem appropinquet ipsis externa quàm interna, ita vt interna ab externa continuè magis recedat: quare ad sese propius non accedent; verùm aut æquidistabunt, aut à sese magis, magisq; remouebuntur. Vnde necesse est vt interna celeriori appropinquatione quàm externa ad ipsas non coincidentes propius semper accedat. aut enim æqualiter ambæ continuè magis ad ipsas non coincidentes appropinquabunt, aut inæqualiter: & si inæqualiter, dupliciter hoc contingere potest, aut scilicet externa celerius quàm interna, aut è contrario.

Haftenus in Conis ipsis propositum Problema exercuimus. nunc verò consequens est vt hoc admirandum Geometricum Problema absque etiam Conicorum corporum adminiculo in quocunque nobis obiecto plano verissimam habere actionem certissimis demonstrationibus conuincamus.

DEMONSTRATIO

S E P T I M A.

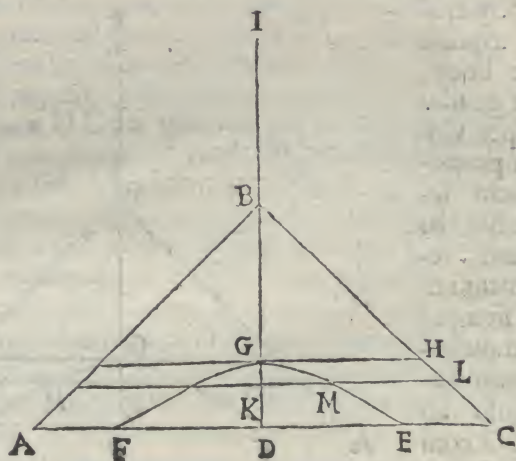
Expositio.

Cōstructio.



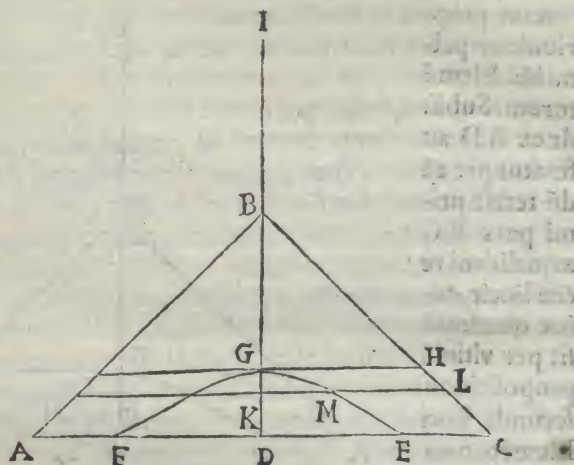
IT quodcunque planum propositum, volo super ipso duas describere lineas alteram rectam, alteram inflexam, quæ duas iam sæpe dictas affectiones subeat. Susepiatur in proposito plano rectus angulus ABC, qui diuidatur per nonam propositionem primi libri Elementorum Euclidis in duas partes æquales producta recta linea BD, & à signo D. per vndecimam propositionem eiusdem erigatur ipsi BD ad rectos angulos recta linea, quæ vtrinque producta secabit per Constructionem, & quintam petitionem eiusdem rectas AB, BC in signis, quæ sint A, C. Deinde inter signa D, C, seu D, A quodlibet accipiat in ipsa ADC recta linea signum E, sitque illud in præsentia susceptum inter signa D, C. & ab ipsa AD ipsi DE per tertiam propositionem primi libri Elementorum Euclid. abscindatur æqualis DF. nanque DA, & DC, & DB inter se æquales sunt; necnon AB ipsi BC per Constructionem,

nem, & 32, &
sextam prop.
eiusdem pri-
mi lib. Elemē-
torum. Subin-
de ex BD au-
feratur per eā
dē tertiā pri-
mi pars BG
æqualis vni re-
ctæ lineæ, cu-
ius quadratū
sit per vltimā
propositionē
secundi libri
Elemētorum
Eucl. factum



æquale paral-
lelogrammo rectangulo ab FE, EC contento. hoc enim com-
modè fieri potest, quandoquidem quadratum lineæ DC maius
quidem est iam dicto rectangulo per sextam propositionem secun-
di, & nonam Comm.Sent. primi lib. Elementorum Euclidis; æqua-
le verò quadrato lineæ BD per Constructionem, & secundam
Comm.Sent. huius. Demum per G signum ducatur per tricesi-
mamprimam propositionem primi lib. eorundem Element. GH
parallela ipsi DC secans necessariò per vicesimamnonam propo-
sitionem, & quintam petitionem eiusdem primi BC lineam in si-
gno H. & producat per secundam petitionem eiusdem primi
in alteram partem quousque per eandem secet etiam lineam AB.
Postea verò producat DB in partem B interminatè, & fiat per
tertiam propositionem eiusdem primi BI æqualis ipsi BG. Ipsa
denique BI in aliquot utcumq; secetur partes, atque per sectio-
num signa ipsi AC parallelæ ducantur secantes AB, BC rectas li-
neas. quantò autem crebriores ipsius GD sectiones fient, tan-
tò exactiùs propositum habebitur. earundem itaque sectarum
partium prima sit GK, & per signum K ipsi DEC rectæ lineæ
parallela ducatur per tricesimamprimam propositionem primi lib.
Elementorum Euclid. KL. atque ex ipsa KL dematur KM per
tertiam

tertiā propo-
sitionem eius-
dem æqualis
rectæ lineæ,
cuius quadra-
tum per vlti-
mam propo-
sitionem se-
cundi libri eo-
rundem Ele-
mentorum fa-
ctum sit æqua-
le parallelo-
grammo rec-
tangolo ab
IK, KG com-
prehenso. qđ



Determina-
t.o.

Demonstra-
t.o.

etiā cōmodè fieri potest, quoniā quadratū lineæ KL maius quidē
est rectāgulo ab IK, KG cōtento, rōnibus ante dictis. His itaq; sic
construētis Dico quōd si iam dictæ parallelæ crebriores quoad fie-
ri poterit peragantur, atque in ipsis similia signa, qualia sunt E, M
pari Constructione capiantur, eaq; rectis connectantur lineis:
inflexa quædam creabitur linea Hyperboles lateri haud absimi-
lis, cui AB, BC rectæ lineæ continuè propiores fient; nun-
quam tamen occurrent, etiam si in infinitum protractæ fuerint.
Quum enim per Constructionem angulus BDC rectus sit, & GH
parallela ipsi CD: erit per vicesimamnonam propositionem pri-
mi libri Elementorum Euclidis angulus BGH rectus. sed angu-
lus GBH itidem per Constructionem est recti dimidium: ergo
per tricesimamsecundam propositionem eiusdem angulus etiam
BHG recti dimidium existit. Vnde per sextam propositionem
eiusdem GH æqualis est ipsi BG, cuius quadratum æquale per
Constructionem est rectāgulo ab FE, EC contentō: igitur per
secundam Com.Sent.huius, & primam Com.Sent.primi lib.Elem.
Eucl. quadratum etiam ipsius GH eidem rectāgulo ab FE, EC
cōprehenso æquale est. Quare per 2 Com.Sent.pri.li.eorundē Ele.
rectāgulum ab FE, EC contentum vnā cum quadrato ipsius DE
est æquale quadrato ipsius GH simul cum eodem ipsius DE
quadra-

quadrato. At rectangulum ab FE, EC contentum cum quadrato lineæ DE per sextam propositionem secundi libri eorundem Elementorum æquale est quadrato lineæ DC. ergo per primam Com.Sent. eiusdem primi quadratum etiam ipsius GH cum quadrato ipsius DE æquale existit eidem quadrato lineæ DC. Quadratum autem lineæ DC per quartam propositionem secundi libri eorundem Elem. æquale est quadratis linearum DE, EC, & duplo eius, quod à DE, EC cõtinetur, rectángulo: igitur per primam Com.Sent. eiusdem primi Elementorum, & quadratum lineæ GH cum quadrato ipsius DE eisdem duobus linearum DE, EC quadratis, & duplo rectánguli à DE, EC comprehensi æqualia sunt. Quamobrem per tertiam Comm. Sent. eiusdem primi Element. communi ablato quadrato lineæ DE, quadratum ipsius GH æquale est quadrato ipsius EC, simulque duplo rectánguli à DE, EC contenti. Præterea quoniam per Constructionem IB æqualis est ipsi BG, & GK in rectum additur: erit per sextam propositionem eiusdem secundi Elementorum quadratum ipsius BK æquale rectángulo ab IK, KG contento, & quadrato ipsius BG. & quia per Constructionem, & 29, & 32, & sextam propositionem primi libri eorundem Elementorum linea KL æqualis est lineæ BK: erit per secundam Com.Sent. huius, & primam Com.Sent. eiusdem primi libri, quadratum ipsius KL æquale rectángulo ab IK, KG contento, & quadrato ipsius BG. Verum per Constructionem rectangulum ab IK, KG, cõprehensum quadrato ipsius KM est æquale. ergo per secundam, & primam Com.Sent. primi lib. Element. Euclidis quadratum ipsius KL æquale est quadratis ipsarum BG, & KM. Sed per quartam propositionem secundi libri eorund. Element. quadratum KL est æquale quadratis linearum KM, ML, & ei, quod bis à KM, ML continetur rectángulo. ergo per eandem primam Com.Sent. & duo ipsarum BG, KM quadrata eisdem duobus ipsarum KM, ML quadratis, & duplo rectánguli à KM, ML contenti æqualia sunt. Quare ablato communi quadrato ipsius KM, erit per tertiam Comm. Senten. eiusdem primi libri Element. quadratum ipsius BG, seu ipsius GH (æqualia enim sunt per secundam Com.Sent. huius) æquale quadrato ipsius ML, & duplo eius, quod à KM, ML comprehenditur. Atqui paulo ante ostensum est idem quadratum lineæ GH esse æquale quadrato ipsius EC, & duplo rectánguli à DE, EC contenti: igitur

igitur per primam
Com. Sent. pri. lib.
Elem. Eucl. quadra-
tum ipsius ML, &
duplum rectanguli
à KM, ML com-
prehenſi æqualia
ſunt quadrato EC
lineæ, & duplo eius
rectanguli, quod à
DE, EC rectis li-
neis continetur.

Idem autē eodem
modo poteſt oſten-
di in omnibus etiā
alijs parallelis per

ſeſiones ipsius DG tam in partē C, quā in partem A ductis.
Quapropter per cōverſum Corollarij primæ ſuperiorū præcipui
Problematis demonſtrationū inflexa EGF Hyperboles linea tali
Cōſtructionis artificio in infinitū producta, ſemper ipsis magis, ma-
gisq; appropinquabit, nec tamen cū ipsis vnquā coincidet. In pro-
poſito itaque plano duas in vtraque parte deſcripſimus lineas alte-
ram inflexam, & alteram rectam, inflexas quidem GE, GF; rectas
verò BC, BA, quæ iam dictas duas ſubeunt affectiones. Quod
faciendum erat.

Concluſio.

DEMONSTRATIO

OCTAVA.

Cōſtructio.



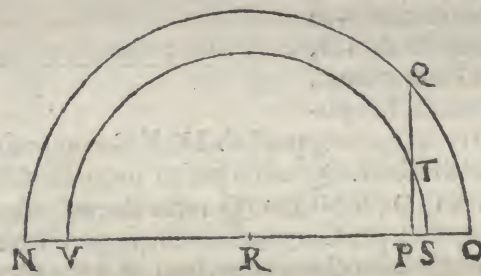
IT vt prius angulus ABC rectus diuiſus per lineam
BD in duas partes æquales, & ipſa AC ducta, & ip-
ſa DB producta interminatè, & in ipſa DB accipia-
tur quodlibet ſignum G, & fiat BI æqualis BG,
deinde per vltimam propoſitionem ſecundi lib. Ele-
mentorū Euclidis fiat quadratum æquale rectangulo ab ID,
DG contento, & à linea DC per tertiam propoſitionem primi
libri eorundem Elementorū auferatur DE æqualis lateri iam
dicti

dicti quadrati, subinde similiter in linea GD suscipiantur crebriora quoad fieri potest signa, per quæ ducantur utrinque parallele ipsi AC , quemadmodum ipsa KL , & per easdem ultimam secundi, & tertiam primi abscindatur ab ipsa KL pars KM potens parallelogrammum rectangulum ab IK , KG contentum, idemque in cæteris parallelis fiat. & à signo G per omnia signa ipsis ME similia rectæ continentur lineolæ. atq; arguatur ut in præcedenti demonstratione (scilicet ibi [Præterea quoniam per Constructio nem IB , &c.] & fiat bis illa argumentatio) & propositum con- Conclusio.
cludetur.

DEMONSTRATIO NONA.

SIT rursus quemadmodum superius angulus ABC Constructio.
rectus diuisus per lineam rectam BD per medium,
& ipsa AC ducta, & DB interminatè producta, &
in ipsa BD acceptum quodlibet signum G , facta-
que BI æqualis ipsi BG . Sumatur deinde recta li-

nea NO æqualis
ipsis ID , DG in-
directum coniun-
ctis. fiatque per
tertiam proposi-
tionem primi libri
Elementorum Eu-
clidis OP æqua-
lis ipsi DG , &
erit PN quoque
ipsi ID æqualis
per tertiam Com-



munem Sententiam eiusdem. Postea verò à signo P erigatur ad
angulos rectos ipsi NO per vndecimam propositionem eiusdem
primi Elementorum recta PQ interminata ex parte Q , & secetur
per decimam propositionem eiusdem recta NO per medium in
signo R . & centro R , spatio autem RN per tertiam pet. eiusdem
describatur semicirculus NQO secans rectam PQ in signo Q .

X

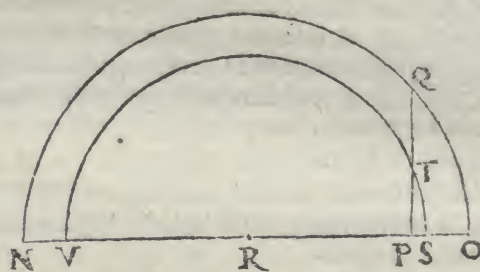
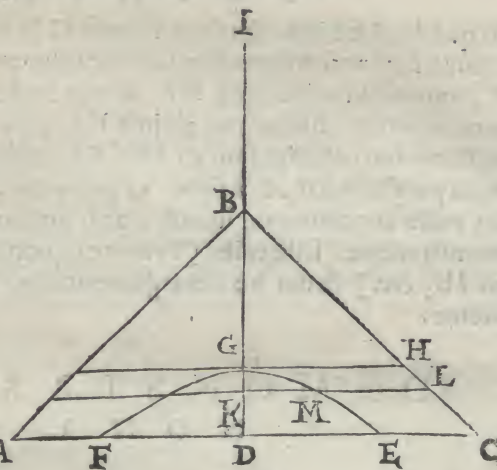
Rursus

Rursus in quot
partes ipsa GD
secta fuit in toti-
dem, æqualesq;
ipsis per 10 prop.
sexti lib. eorundē
Elem. ipsa quoq;
PO secetur, qua-
rū OS æqualis
sit ipsi DK. & si-
militer centro R,
& interuallo RS
designetur semi-
circulus STV se-
cans ipsam qui-
dem PQ rectam
lineā in signo T,
ipsam verò NR
in signo V. His

Determina-
tio propo-
siti describēs.

Demonstr.
eiusdem.

ita constructis di-
co qd recta linea
PQ potest paral-
lelogrammum re-
ctangulū ab ID,
DG contentum,
& recta TP po-
test rectangulum, quod ab IK, KG comprehenditur. quod sic de-
monstrabitur. Quoniam per 31 prop. tertij lib. Elem. Eucl. angu-
lus NQO (si NQ, QO rectæ lineæ ductæ intelligantur) rectus
est, & PQ per Constructionem perpendicularis ipsi NO: erit per
Corollarium octauæ prop. sexti lib. eorundem Elem. ipsa PQ in-
ter ipsas NP, PO media proportionalis. Quare per primam par-
tem 17 prop. eiusdem quadratum ipsius PQ est æquale rectangu-
lo, quod ab NP, PO continetur. Pari ratione quadratum ipsius
PT æquale est rectangulo ab VP, PS contento. At rectangulum
ab NP, PO contentum rectangulo ab ID, DG contento, & rectan-
gulum ab VP, PS comprehensum rectangulo ab IK, KG com-
prehensio æqualia sunt per tertiā Com. Sent. huius. Nam NP qui-
dem



dem ipsi ID, & PO ipsi GD per Constructionem æquales posita sunt. VP autem ipsi IK, & PS ipsi KG sunt etiam æquales. Cum enim PO ipsi DG, & SO ipsi DK per Constructionem æquales sint: ergo PS ipsi KG per tertiam Com.Sent.pri.lib.Ele. Eucl. æqualis est. cum autem NR ipsi RO, & VR ipsi RS per 15 defin. eiusdem primi æquales sint: igitur ablatis VR, RS æqualibus, erit per eandem tertiam Com.Sent. NV æqualis ipsi SO: quare & ipsi KD per primam Com.Sent. eiusdem. Atque idcirco ablatis NV, & KD ab ipsis ID, & NP æqualibus; remanent per eandem tertiam Com.Sent. VP, & IK æquales. Cum itaque hæc ita sese habeant, manifestum est qd PQ, & PT rectæ lineæ possunt rectangula ab ID, DG, & ab IK, KG comprehensa. Quamobrem si ex DC abscindantur per tertiam prop.primi lib.Elem.Eucl. DE æqualis ipsi PQ, & ex KL similiter KM æqualis ipsi PT (quod rationibus superius dictis factu commodum est) ipsæ etiam DE, & KM eadem iam dicta rectangula poterunt. Similiter autem si centro R, & intervallis reliquis ipsius PO sectionibus semicirculi rectam PQ secantes describatur; cæteræ quoq; parallelarum per figura ipsius DG ductarum partes talia rectangula potentes in ipsa PQ reperientur. Vnde si ab ipsis parallelis iam dictæ etiam reliquæ partes per tertiam prop. pri. lib. eorundem Elem. ressecantur, & à signo G per omnia earum puncta ipsis EM punctis similia rectæ lineolæ continentur: dubio procul superioribus argumentationibus propositum nobis quæsitum factum esse demonstrabitur. Institutum itaque nobis Problema in quocunque prostrato plano sine ullo Conicorum corporum auxilio tripliciter hucusque iuxta tres diuersas Constructiones demonstrauius.

Conclusio
eiusdem.

Applicatio
ad propositum.

Conclusio
vniuersalis

Nunc autem nobis ad reliquas etiam eiusdem admirandi Problematis in quolibet subiecto plano sine corporibus conicis demonstrationes progrediendum est. Quare ab instituto nostro alienum non erit duas hic demonstrationes subiungere, quibus Iacobus Peletarius in Commentario suo de Contractu linearum conatus est duas lineas in eodem plano sine Cono descriptas ostendere, alteram rectam, alteram inflexam, quæ in infinitum protractæ magis semper sibi appropinquent, nunquam tamen coincident. Quoniam autem istæ duæ demonstrationes eo modo, quo à Peletario declarantur maximam, meo quidem iudicio, suscipiunt imperfectionem (vt inferius in ostendendis Autorum de hac retractantium defectibus

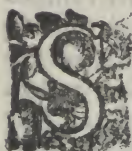
Iacobus Peletarius in
commentario
de contractu
linearum.

X 2 fiet

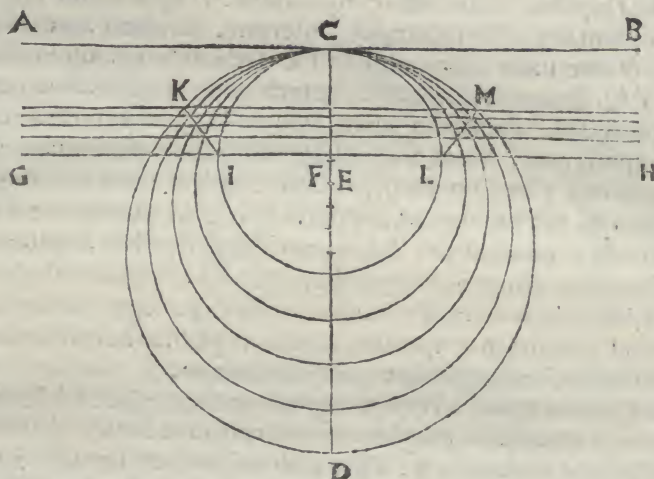
fiet perspicuum) idcirco non ita ego vt in Commentario Peletarij iacent eas exponam , sed quoad fieri poterit perfectionem eis adhibebo. Harum verò prima sit huiusmodi.

DEMONSTRATIO DECIMA.

Côstructio.



INT duæ rectæ lineæ AB, CD; & secet CD ipsam AB ad angulos rectos in signo C, sitque AB ex vtraque parte indefinitæ quantitatis, CD verò in partem D interminata. Suscipiatur deinde in recta CD signum aliquod E, quo signo facto centro, & interuallo EC per tertiam pet. 1. lib. Elem. Euclid. circulus descri-



batur, qui per Constructionem, & Corollarium 16. prop. 3. libr. eorundem Elem. tanget rectam AB in vnico tantum signo C. Similiter acceptis in recta ED crebrioribus quoad fieri potest signis procedendo à signo E versus D, & occupando interualla vsque ad punctum C, describantur circuli, qui eadem ratione tangent omnes rectam AB in vno tantum C signo: eruntq; per Còstruct. & 30 defin. huius posteriores in descriptione prioribus maiores, & exteriores circu-

circuli. Deniq; per aliquod F signum dimetientis primi, & minoris circuli ducatur per 31. Prop. 1. lib. Elem. Eucl. recta linea parallela ipsi AB secans omnes iam dictos circulos, & ex utraque parte indefinitæ quantitatis existens, quæ sit GFH. Manifestum igitur est quod omnia signa, in quibus GH secat iam dictos circulos, æqualiter à recta AB linea distant. quâdoquidem minimæ eorû ab ipsa distantia per 32, & 19. Prop. 1. lib. eorundem Elementen. sunt perpendiculares ab ipsis ad rectam AB ductæ, quæ omnes inter se sunt parallele, per 28. Prop. 1. lib. Elem. Eucl. & æquales per 34. prop. eiusdem. Si itaque in secundi circuli circumferentiâ inter parallelas AB, GH signum aliquod sumatur, proculdubio propinquius erit rectæ AB quàm omnia signa, quæ sunt in parallela GH. Sumatur igitur, sitq; proximius lineæ GH, quoad fieri potest, modò non tangat ipsam, & vocetur punctum secundum. per quod iterum ducatur alia parallela ipsis AB, GH secans eosdem circulos, & utrinque interminata. & supra ipsam proximè accipiat tertium signum in circumferentiâ circuli tertij iuxta descriptionis ordinem, per quod rursus ducatur tertia parallela. idemq; in omnibus fiat circulis, hoc tamen animaduerso, quod tertia parallela sit proximior secundæ quàm secunda primæ, & quarta tertiæ quàm tertia secundæ, & sic in singulis. ac demum signa illa, per quæ parallelæ ductæ fuerant rectis lineolis cōiungantur, primum. scilicet cū secundo, & secundum cum tertio, & tertium cū quarto, & sic deinceps. Dico itaque quod ex paruis rectis lineis per illa puncta ductis quedam creabitur linea, ut IK, vel ex altera parte LM, quæ si eodem artificio per circulorum descriptionem, & parallelarum ductum unâ cum ipsa AB in infinitum protrahatur, semper eidem AB propiores euadent, nunquam tamen ipsi occurrent. Nam quod semper quidam ad ipsam propius paulatim accedant, ex Cōstructione patet, cum primum signum ipsi propinquius sit quàm secundum, & secundum quàm tertium, & tertium quàm quartum, sicq; ordinatim in infinitum: quod verò nunquam coniungi possint cū ipsa, hinc etiâ liquet: quoniâ si infiniti describantur circuli, infinitisq; parallelis secantur, atq; ipsæ IK, LM lineæ eodem modo per sectionum signa producantur, cōtinuè per circulorum circumferentias meabunt, ipsasque nunquam transgrediètur. Cùm autem ipsæ circulorum circumferentiæ nullibi nisi in signo C rectam AB tangere possint per Corollarium 16. prop. 3. lib. eorundem. Elem. Igitur ipsæ etiâ IK, & LM alibi quàm in signo C ipsam non tangent. At neque etiâ in signo C ipsam tangere possunt (alioqui quedam etiâ circumferentiarum signa

In hoc definit Peletrius.

Determinatio.

Demonstratio.

Hoc male
probatur à
Fecetario.

figura ab ipso contactus signo C diuersa ipsam A B in eodem C signo contingerent, quod absurdissimum est, & contra iam dictum corollarium) ergo nullibi cum ipsa vnquam conuenient, etiam si in infinitum producantur. Quod præterea linea I K, seu L M atque huiusmodi omnes neque rectæ, neque circulares, sed mixtæ sint nulli debet esse dubium. Nam si rectæ quidem essent, necessariò ipsi A B occurrerèt per quintam petitionem primi libri eorundem Elementorum cum à minoribus duobus rectis exeant, ut ex Cõstructione, & 29. propositione eiusdem constat si perpendiculares à punctis sectionum ipsius I K, seu L M ad rectam A B ductæ intelligantur: at huius contrarium ostensum est: igitur rectæ lineæ non sunt. Si verò circulares essent, in infinitum protrahi non possent quin sibiipsis coinciderent, figuramque circulearem includerent: hoc autem ab his fieri minimè potest, cum per diuersas continè circulatorum circumferentias ex Cõstructione pertrāscent. ergo neque circulares esse possunt. Necessariò igitur mixtam ex recto, & circulari naturam habent, inflexæque lineæ sunt lateri ipsius Hyperboles aut absimiles. Duas itaque in eodè proposito plano hæc etiam via descripsimus lineas alteram rectam, & alteram inflexam, quæ duas sæpenumero commemoratus affectiones sortitæ sunt. Quod faciendum erat.

Conclusio.

Quoniam in sequenti vndecima demonstratione necessarium nobis est uti quodam Theoremate, quod Vitellio in 37. prop. 1. libri suæ Perspectiue longa, satisq; obscura demonstratione demonstrauit: nō abre factum iri existimo si illud hîc in medium adducamus & quadam breui, faciliq; demonstratione ostendamus. Sit igitur Theorema huiusmodi.

Lemma, seu assumptum sequentis XI Demonstrationis.

Theorema.

Propositio.

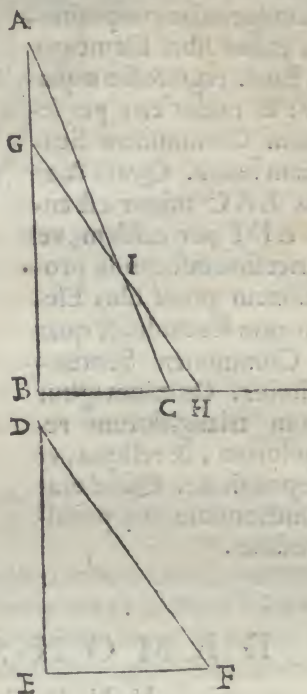


M N I V M duorum triangulorum, re-
ctangulorum, quorum vnum laterum
vnius rectum angulum continentium
fuerit maius altero eorundem laterum
alterius, reliquum verò minus reliquo: erit angulus

LEMMA DEMONSTRATIONIS XI. 167

lus acutus vnus maius latus respiciens maior angulo alterius, suum relatiuum latus respiciente, reliquus autem reliquo minor.

Sint duo triangula ABC , & DEF habentia angulos, qui sunt ad B , & E , rectos. & sit latus quidem AB vnus maius latere DE alterius, latus verò BC minus latere EF . Dico quòd angulus ACB angulo DFE maior est, angulus autem BAC angulo EDF minor. Auferatur per tertiam propositionem primi libri Elementorum Euclid. ab ipsa AB æqualis ipsi DE , quæ sit BG . & producat per secundam petitionem eiusdem ipsa BC in partem C quousque excedat ipsam EF . & à tota ipsa producta per eandem tertiam primi rescetur pars BH equalis ipsi EF . cadetque necessariò H punctum extra pñctum C . Ducatur demum per primam petitionem eiusdem à puncto H ad punctum G recta linea



Expositio.

Determinatio.

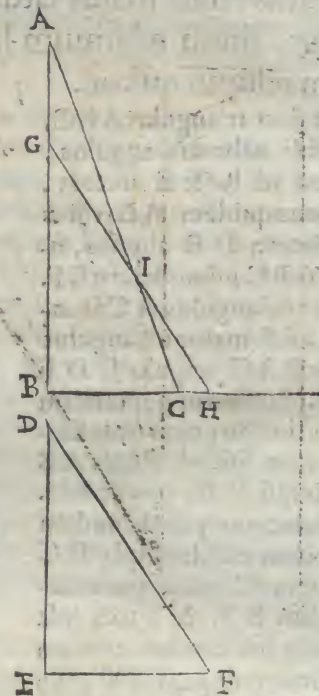
Cõstruõio.

HG , quæ necessariò (vt sensui patet) secabit latus AC , alioqui (vt clarè demonstrat Vitellio in tricesima secunda propositione eiusdem sui primi libri) duæ rectæ lineæ includerent superficiem. quòd est cõtra decimam Cõm. Sent. primi libri Elementorum Euclidis. His ita constructis quoniam GB æqualis est ipsi DE , & BH ipsi EF , & angulus B angulo E per quartam petitionem eiusdem (recti enim sunt) & basis igitur GH per quartam propositionem eiusdem basi DF æqualis erit, & totum GBH triangulum toti DEF triangulo erit æquale, & cæteri anguli cæteris angulis æquales erunt singulus singulo, sub quibus æqualia latera subten-

Demonstratio.

subtrédūt. Angulus igit̃ BGH
 angulo EDF, & angulus
 GHB angulo DFE æqua-
 lis est. Sed angulus ACB
 angulo GHB maior est per
 sextamdecimam proposi-
 tionem primi libri Elemento-
 rum Eucl. ergo & suo æqua-
 li DFE maior erit per se-
 ptimam Communem Senten-
 tiam huius. Quare & an-
 gulus BAC minor est an-
 gulo EDF per easdem, vel
 per tricesimamsecundā pro-
 positionem primi libri Ele-
 mentorum Euclidis, & quar-
 tam Communem Senten-
 tiam huius. Omnium igitur
 duorum triangulorum re-
 ctangulorum, & reliqua, vt
 in propositione. Quod erat
 demonstrandum, atq; præas-
 sumendum.

Conclusio.

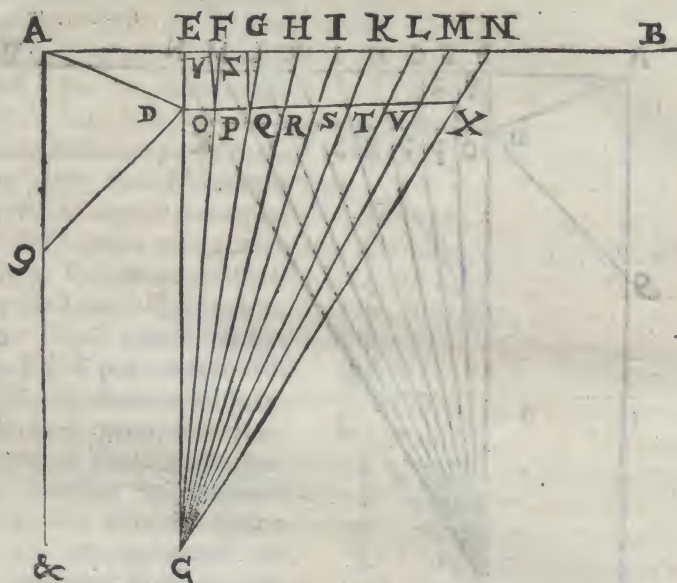


DEMONSTRATIO VND ECIMA.

Constructio.



IT rursus AB recta linea, quam secet alia CDE re-
 cta linea ad angulos rectos in signo E. sitque ipsa
 AB in partem B interminata. & suscipiatur in ipsa
 CE quodcunque signum D, & à signo C ad quæ-
 libet signa (sed sint crebriora quoad fieri potest) ip-
 sius EB ducantur per primam petitionem primi libri Elemento-
 rum Euclidis rectæ lineæ triangula cum ipsa CE, atque inuicem,
 & cū partibus ipsius EB faciētes, vt ipse CF, CG, CH, CI, CK,
 CL, CM, CN, & si quæ fuerint plures. Quoniam itaque perspi-
 cum



Demonstra-
tio primæ
partis.

Hoc Peletra-
rius non de-
monstrat, sed
augatur.

Quoniam ex omnibus rectis lineis à signo C ad rectam AB ductis nulla præter ipsam CE ipsi AB perpendicularis existit per Constructionem, & tricesimam secundam propositionem primi libri Elementorum Euclidis: ducantur igitur per duodecimam propositionem eiusdem à punctis O, P duæ perpendiculares super ipsam AB, ut OY, PZ. quæ quidem ratione superius sæpe dicta sunt minima intervalla, quibus signa O, P à recta AB distare possint. Quum itaque per tricesimam secundam, & decimam nonam propositiones primi libri eorundem Elementorum perpendicularis OY minor sit quam recta FO, ergo & eius æquali DE perpendiculari minor erit per secundam partem septimæ propositionis quinti libri eorundem Elementorum, & nonam Communem Sententiam huius, vel per solam septimam Communem Sententiam huius. minùs igitur distat signum O quam signum D ab ipsa AB recta linea. Præterea PZ perpendicularis minor est OY perpendiculari. Si enim minor non sit, aut æqualis, aut maior erit.

erit. Sit primum æqualis. quoniam autem OF, PG etiam æquales ex suppositione sunt, & anguli ad signa Y, Z recti. ergo per 47 propositionem, & primam Com. Sent. bis sumptas, & tertiam Com. Sent. primi lib. Elemen. Eucl. semel sumptam, & secundam Comm. Sent. huius ter sumptam FY quoque ipsi GZ æqualis erit. quare per octavam propositionem primi lib. eorundem Elementorum angulus OFY angulo PGZ erit æqualis, externus nempe interno, & opposito, quod fieri non potest per 16 propositionem eiusdem. Non est igitur ipsa PZ perpendicularis æqualis ipsi OY perpendiculari. Sit modo maior quam ipsa. erunt igitur per eandem 47 prop. & primam Com. Sent. primi lib. Elemen. Euclid. bis sumptas, & eandem secundam Comm. Sent. huius semel sumptam quadrata ipsarum OY, YF æqualia quadratis ipsarum PZ, ZG. At quadratum ipsius PZ maius est quadrato ipsius OY per secundam Com. Sent. huius. igitur per quartam Comm. Sent. huius quadratum ipsius GZ minus erit quadrato ipsius FY. ergo & linea GZ minor erit quam linea FY per eandem secundam Com. Sent. huius. Cum itaque in duobus triangulis rectangulis PGZ, & OFY latus quidem PZ latere OY maius, latus verò GZ latere FY minus sit: igitur per 37 propositionem primi libri Vitellionis (quam superius tanquam Lemma præsumpsimus, atque demonstrauimus) angulus OFY minor erit angulo PGZ, externus scilicet interno, & opposito, quod per eandem 16 prop. primi libri Elemen. Eucl. fieri nequit. Non est igitur PZ maior quam OY. atqui ostensum est quod neque ipsi æqualis, ergo de necessitate minor quam ipsa est. minus igitur distat signum P quam signum O ab eadem AB recta linea. Similiter autem ostendetur in reliquis etiam huiusmodi perpendicularibus, quæ à puncto E magis remouentur, minus ab eo remotis breuiiores sunt. Lineam igitur DX versus partes B continuè ipsi AB propius admoueri necesse est. Quæ quidem est prima quæsitæ pars. Secunda verò eiusdem quæsitæ pars, quod scilicet linea DX cum recta AB nunquam conuenire possit, etiã si in infinitum producantur, sic demonstrandum est.

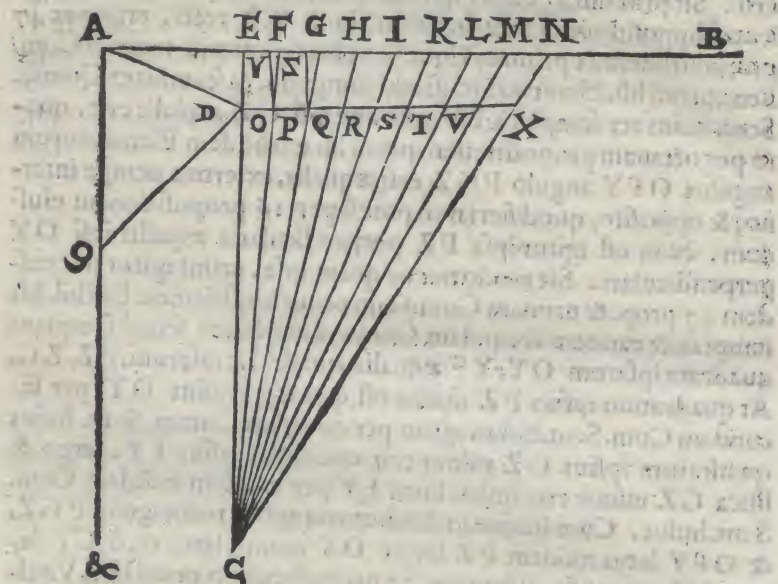
Cum ex Cõstructione puncta ipsa D, O, P, Q, R, S, T, V, X, & si quæ essent huiusmodi alia, per rectarum linearum æqualium, ut puta DE, OF, PG, & reliquarum abscissionem capiantur: necesse est inter ipsa sic suscepta signa, & rectam AB tales perpetuò intercipi æquales ad inuicem rectas lineas. à punctis autem abscissionum ad rectam AB

Y 2 per

Conclusio
primæ partis.

Demonstratio
secundæ partis.

In hac parte
demonstranda
Peletarius petit
principiū, &
falsū quoddam
dicere.



per duodecimam propositionem primi libri Elemen. Eucl. perpen-
diculares semper duci possunt, quippeque per decimam nonam pro-
positionem eiusdem iam dictis abscissis lineis erunt minores, mini-
mèq; distantia, per quas linea DX à recta AB in punctis abscis-
sionum distare possit. Si igitur inter ipsam DX, & AB semper
quædam perpendiculares duci possunt (ut ostensum est) igitur tan-
ta semper inter ipsas erit distantia, quanta est ipsarum perpendicu-
larium longitudo. Quare patet etiam secunda pars. Quòd au-
tem linea DX eiusdem naturæ sit, cuius est illa, quam in præceden-
ti demonstratione per circulos descripsimus, eisdem rationibus
conuinci potest. Quinimo hîc quoque eiusmodi circuli describi
possunt utranq; ipsius Quæsitæ partem ostendentes, si à signo A re-
cta AB per undecimam propositionem primi libri eorundem Ele-
mentorum ad rectos erigatur angulos quædam recta linea A &, in
& partem interminata, in qua statuantur centra ipsorum circulo-
rum inæqualium, et rectam AB in A signo tangentium, et per sin-
gula lineæ DX signa transientium. Centra autem eorundem
circulo-

Obclusio se-
cundæ partis.

Quòd sit cur-
ua.

Vnitur hæc
Demonstra-
tio cum præ-
cedenti.

circulorum in ipsa A & recta linea reperientur, si à signo A ad
 omnia lineæ DX signa, per quæ circuli transire debent, recta li- In hoc des-
cit Peleca-
rius.
 neæ per primam petitionem primi libri eorundem Elementorum
 quemadmodum ipsa AD ducantur; atque ad ipsa signa, ad ip-
 sasque deductas rectas lineas per vicesimamtertiam propositionē
 eiusdem primi Elementorum anguli rectilinei versus partes C &
 constituantur æquales angulis, qui à iam dictis deductis lineis, & à
 linea A & continentur; ac demum rectæ lineæ, quæ denuo ad an-
 gulorum constitutionem à signis lineæ DX ducuntur, indirectū
 protrahantur donec per quintam petitionem primi libri eorundē
 Elementorum ipsi A & occurrant: ubi enim ipsi occurrent, ibi
 erunt circulorum cētra per sextam propositionem, & quintamdeci-
 mā definitionem eiusdem primi. ut gratia exempli recta linea AD
 ducta, ad ipsam, ad datumque in ipsa signum D constituatur re-
 ctilineus angulus ipsi DA & æqualis; fiatque ita constitutio, ut
 recta, quæ vnā cum ipsa AD constituendum angulum est cōpre-
 hensura, respiciat versus C & partes. ac denique producat hęc
 linea quousque secer lineam A & in signo α (secabit enim eam
 necessariō per quintam petitionem primi libri Elementorum Eu-
 clidis; quoniam per Constructionem angulus $DA\alpha$, & ideo ipsi
 etiam æqualis per septimam Com. Sent. huius $AD\alpha$ est minor
 recto) igitur per sextam propositionem primi libri eorundem Ele-
 mentorum $A\alpha$, et $D\alpha$ æquales sunt. Quamobrem signo α fa-
 cto centro primi circuli describendi; et intervallo αA , si ipse pri-
 mus circulus describatur; eius circumferentia per quintamdeci-
 mam definitionem eiusdem transibit per signa AD tangens qui-
 dem per Corollarium sextadecimæ propositionis tertij libri Ele-
 mentorum Euclidis rectam AB in signo A , secans verò inflex-
 am DX in signo D . Hoc itaque pacto ceterorum quoque cir-
 culorum centra in linea A & inuenientur, qui nimirum si descri-
 bantur; rectam lineam AB omnes in A signo contingent, et
 singuli per singula lineæ DX signa transibunt, ipsiusque naturā,
 ortum, & affectiones quemadmodum superius nobis ostendent.
 Duas igitur hac quoque via in proposito plano designauimus li-
 neas alteram rectam, alteram inflexam, quæ in infinitum productæ
 semper sibi propiores euadunt, numquā tamen ad inuicē coeunt.
 Quod facere oportebat. Conclusio
vniuersalis.

A V T O R V M

AVTORVM DE HAC RE TRAGTANTIVM ERRORES.

Propositum.



PXPEDITIS iam undecim varijs pro-
positi Problemat. demonstrationibus, quæ
mihi afferendæ in medium erant, consequens
est Autorum, qui de hac re tractarunt deli-

quia ostendere; nullius equidem malignitatis, mordacita-
tisue, seu inanis iactantia gratia: sed solum ut huius pul-
cherrimi, admirandiq; in Geometria Problemat. demon-
strationes à multis erroribus vindicentur, expurgenturq;

Ordo.

ac demum eius veritas candida, ab omniq; macula immu-
nis studiosis relinquatur. In explicandis itaque Autorum
defectibus integras eorum demonstrationes haud enarra-
bo, verum locos duntaxat eos pertingam, in quibus ipsi (ni
fallor) deliquium perpepsi sunt. atque non omnia ab eis
pretermissa declarabo (multa enim sunt) sed ea tantum,
quæ adeo necessaria mihi videntur, ut sine illis demon-
strationes eorum nullæ sint. Siquis verò cuncta, quæ ab
ipsis vel omissa penitus, vel obscurè, inordinatè, confusèq;
dicta sunt exactè animadvertere voluerit; eorum volu-
mina in principio à nobis commemorata perlegat, no-
strasq; superius allatas demonstrationes diligenter cum
suis conserat.

DIGRES-

DIGRESSIO CONTRA

VERNERVM.



ERV M enimvero vt iam rem ipsam aggrediar Ioannes Vernerus Nurembergensis Mathematicus Clarissimus in libello suo de vigintiduobus Elementis Conicis prope finem Problema, de quo nunc agimus, duobus modis demonstrauit; quorum alter quidem est ille, quem nos in prima nostra demonstratione instaurauimus: alter vero, quem in septima, & octaua, & nona nostris demonstrationibus illustrauimus, atque ampliauimus. Antequam autem ad ipsius Problematis demonstrationem accederet, eas tres ipse propositiones demonstrauit, quas nos etiam ante primam propositi Problematis demonstrationem praedemonstrauimus. Sunt autem apud ipsum decimum septimum, decimum octauum, & decimum nonum Elementa Conica, quauis perperam ipse has tres propositiones ordinauerit; quoniam secundam loco primae, & primam loco secundae posuit: cum tamen in ostendendo proposito prius secunda quam prima abutatur: nos vero eo ordine ipsas disposuimus, quo ipsis utimur. In tertia itaque harum trium propositionum, quae apud nos etiam tertia est, maxime Vernerus defecit. quoniam Theorema illud particulatim proposuit, atque demonstrauit; cum tamen vniuersum verum sit, atque in proposito nostro in vniuersum tum proponi, tum demonstrari necessario debeat, alioquin proposito problemati quibusdam in Casibus deferuire non poterit. Sic enim illud Vernerus proposuit. *Si duo data rectangula inaequalium longitudinum quadratis suarum latitudinum iungantur, fuerintque haec duo aggregata inuicem aequalia: erit quadratum aggregati maioris longitudinis minus quadrato aggregati breuioris longitudinis.* Si igitur in proposito nostro, (vt in primae nostrae demonstrationis secunda figura) ipsa KO, & PR, latera quadratorum, quibus parallelogramma rectangula adiungi debent, haud latitudines ipsorum rectangulorum, sed longitudines ambo; vel alterum quidem longitudo, alterum vero latitudo fuerint: quid nam dicendum erit: vtrum in his etiam Casibus iam dictum Theorema nobis deferuit: nonne inutile proflus erit, cum de illis tantum rectangulis loquatur, quae cum inaequales habeant longitudines, quadratis suarum latitudinum

Ioannis Vernerii prauus ordo.

Ioannis Vernerii defectus primus.

num iunguntur? Quid enim si quis dubitet ubi rectangulorum latitudines inæquales supponuntur, ipsaque rectangula quadratis suarum longitudinum iunguntur: vel quando latitudo vnus longitudini alterius inæqualis supponitur, ipsorumque rectangulorum alterum quidem quadrato suæ longitudinis, alterum verò quadrato suæ latitudinis iungitur, sunt autem duo aggregata æqualia; an in his etiam duobus Casibus Theorema verum sit, nec ne? quod scilicet quadratum aggregati maioris latitudinis minus sit quadrato aggregati minoris latitudinis, vel quod quadratum aggregati maioris longitudinis minus sit quadrato aggregati breuioris latitudinis. Quod itaque in his duobus Casibus Theorema illud ita ut à Venero proponitur, demonstraturque nullum nobis auxilium afferat, perspicuum est. Quod verò propositum problema iuxta primum nostrum demonstrandi modum duos etiā, quos diximus Casus suscipere possit, quisque cognoscere poterit si modò longe à summitate, modò prope summitatem Hyperbolis parallelas ipsas duxerit. tres enim omnino Casus inueniet. quorum vnus est, quando ambæ parallelæ intra Hyperbolem ab vno eius latere ad alterum ductæ ambabus parallelis inter Hyperbolem, & non coincidentem extra Conum sibi indirectum iacentibus maiores sunt; ut Venerus accepisse videtur, quæ Casum tanquam commodiorem nos etiam suscepimus; & in hoc Casu rectangula inæqualium longitudinum quadratis suarum latitudinum iunguntur. Secundus verò Casus est, quando ambæ iam dictæ interne parallelæ ambabus eisdem externis indirectum sibi iacentibus minores sunt, verbi gratia si in ipsa iam dicta nostra figura duplæ ipsarum KL , PQ rectarum linearum rectis KO , PR minores essent; atque in hoc Casu rectangula inæqualium latitudinum quadratis suarum longitudinum adiunguntur. Tertius autem Casus est, quando altera quidem dictarum internarum parallelarum externa sibi indirectum iacente parallela minor est, altera verò earundem internarum maior quam externa ei indirectum iacens; ac demum in hoc casu rectangula latitudinem longitudini inæqualem cum habeant, alterum quidem eorum quadrato suæ longitudinis, alterum verò quadrato suæ latitudinis iungitur. Quod igitur propositum Problema iuxta primum nostrum demonstrandi modum duos etiam hosce vltimos Casus suscipere possit credo nemini dubium esse. Potest autem hoc etiā sic confirmari. Pappus Alexandrinus ostendit (ut superius vidimus) quod,

Tres casus
secundæ par-
tis tertij no-
str. Elemen-
ti in princi-
pio positi.
Primus Ca-
sus.

Secundus Ca-
sus.

Tertius Ca-
sus.

quoddā circa non coincidentes rectas lineas duæ Hyperbolæ describi possunt, quæ etiam inter sese non coincidentes sunt, & semper sibi magis appropinquant in infinitum productæ. iuxta hanc doctrinam igitur circa non coincidentes rectas lineas huiusmodi Hyperboles infinitas unam intra aliam describere possumus. Unde manifestum est, quoddā iam dictæ internæ parallelæ continuè minores, externæ verò maiores fient. Quod iam dictum Theorema in omnibus hisce Casibus vniuersè verum sit, facile ostendetur si demonstratio illa, qua nos secundam eius partem demonstrauimus, cunctis Casibus coaptabitur. nos enim vniuersaliori quodam modo Theorema illud proposuimus, atque demonstraui-
mus. cuius secunda quidem pars tribus iam dictis opitulatur Casibus, prima verò quamuis proposito nostro nullum afferat iuua-
mentum (quoniam nunquam parallelæ intra Hyperbolem ab vno eius latere ad alterum ductæ æquales inuicem sunt, sed basi Coni propinquiores remotioribus semper maiores, vt ex decima Com. Sent. huius, vel ex Corollario primi prædemonstrati Theorematis patet) nihilominus Theorematis vniuersalem doctrinam nobis ostendit. Habet autem & illa prima pars duos Casus. aut enim latera illa, quæ ibi supponuntur æqualia longitudines rectangulo-
rum sunt ambo, aut ambo latitudines. nam alterum quidem longi-
tudo, alterum verò latitudo esse non possunt, cum aggregata æqua-
lia esse debeant, vt consideranti liquet. Cum itaque iam dictum Theorema vniuersale sit, & prima quidem eius pars duos suscipiat
Casus, secunda verò tres, qui porro tres Casus eius, de quo sermo-
nem habemus Problematis Constructioni accidere possunt: nec-
essarium mihi visum fuit vniuersè illud proponere, atque demon-
strare, vt quod etiam præ manibus habemus Problema vniuersè
construi, demonstrariq; posset. Maximum etenim in scientijs vi-
tium est (vt docet Aristoteles) ea, quæ vniuersè demonstrari pos-
sunt, particulatim ostendere. Qui namq; omne Aequilaterum, aut
Aequicrurum, aut Scalenum ostendit tres habere angulos duobus re-
ctis æquales, non demonstrat vniuersè, etiā si in vnaquaq; specie hoc
demonstrauerit, sed qui omne Triangulū quatenus Triangulum est.
Hūc igitur errorē Vernerus mihi perpeſsus esse videtur, cum Theo-
rema illud particulatim proponat, atq; demonstret, credens tamen
se vniuersè demonstrare. Non. n. quadratū aggregati maioris lon-
gitudinis quadrato aggregati minoris longitudinis propterea minus

Z

est,

Quomodo
Theorema 1
lud nostrum
in tribus ca-
sibus demon-
stratur.

Duo primæ
partis casus
qui sunt.

Lib. Posterio-
rum.

est, quod rectangulorum longitudines quidē inæquales sint, aggregata verò æqualia (nam si latitudines etiam, vel latitudo, & longitudo inæquales supponantur, aggregata autem æqualia; eadem affectio sequitur, ut iam diximus) sed quia rectangula quadratis adiuncta vnum quidem commune cum ipsis latus habent, duo verò indirectum iacentia, & in vno rectangulo maiora quàm in altero; aggregata autem æqualia sunt, ut secunda Theorematis pars proposuit. At si tum latera in directum iacentia vnus lateribus indirectum iacentibus alterius, tum aggregata æqualia fuerint: quadrata etiam, quibus rectangula eo modo adiunguntur æqualia sunt, ut in prima Theorematis nostri parte proposuimus. Hæc igitur sunt subiecta, quibus primò, & per se, & quatenus talia duæ dictæ æqualitatis, & inæqualitatis affectiones insunt; non secus ac Trianguli tres angulos duobus rectis æquales habere. Si enim duo hæc subiecta auferantur, hæc quoque duæ affectiones primò auferuntur: & si hæc ponantur, hæc quoque primò ponuntur, cum alijs prius non insint. Sicuti etiam Triangulo ablato, affectio hæc, habere tres angulos æquales duobus rectis primò aufertur: positoque, primò ponitur, quoniam huic primò inest. Ablatis autem rectangulorum longitudinis inæqualitate, & aggregatorum æqualitate; affectio inæqualitatis quadratorum non aufertur. quoniam inest etiam quadratis, quibus rectangula inæqualium latitudinum; siue longitudinis, & latitudinis adiuncta, aggregata æqualia faciunt. Positis rursus illis, affectio primò non ponitur, cum alijs etiam (ut ostendimus) subiectis prius inesse possit. Verumtamen quoniam hæc iam conspicua sunt, ad alium Veneri defectum ostendendum accedamus. In vicefimo itaque suo Elemento Conico, vbi Problema, de quo sermonem habemus demonstrauit, in demonstranda secunda eius parte parallogismum quendam commisit, quem etiam omnes alij, quos vidi huiusce rei Auctores admiserunt, præter Hieronymum Cardanum, qui rectè quo ad hoc concludit. Parallogismus autem talis est. Cum Venerus (ut in primæ nostræ demonstrationis secunda figura) parallelam KO parallelam PR maiorem esse ostendisset, statim concludens subiunxit. *Ergo signum P propius est rectæ lineæ MH , productæ quàm signum K* (quamuis corruptè ibi legatur, quàm signum O .) Horum autem utrumque signorum KP (& si ibi etiam mendosè legatur, OR) existit in Hyperbolica sectione GID . & quoniam idem de omni alio puncto,

Secundus Veneri defectus.

puncto, quod in eadem obliqua linea Hyperbolica sectionis GID extiterit, eodem modo demonstrari poterit usque in infinitum: igitur quando amplius recta linea MH , & inflexa linea Hyperbolica Sectionis GID producantur: eò amplius appropinquant, quod Secundo demonstrare oportuit. Hæc sunt eius verba, in quibus concludit lineæ Hyperbolice signum P propius esse rectæ MH lineæ quàm signum K , eò quod KO recta linea maior est quàm PR . quæ quidem conclusio esset optima si KO , & PR perpendiculares essent ipsi MR rectæ lineæ. tunc enim ipsæ essent minimæ distantie, quibus signa KP à recta linea MR distare possint. quoniam autem perpendiculares non sunt (ut ibi ostendimus) atque propterea neque minimæ distantie, idcirco paralogismus in conclusione committitur. quandoquidem à causa remota, & extrinseca propositum concluditur. Nam causa maximè propinqua, & immediata maioris appropinquationis signi P ad rectam lineam MR , quàm signi K ad eandem, est minimæ signi K distantie maior longitudo, minimæ signi P distantie longitudine: non autem cuiusvis distantie signi K à recta MR maior longitudo, cuiusvis distantie signi P longitudine. Quando enim rem aliquam alicui propinquiorem alia quadam ostendere volumus, non dicimus illam minis quàm hæc distare iuxta quaslibet earum distantias; sed iuxta minimas, quibus ambæ ab ipsa tertia distare possint. Quamvis itaque parallelarum KO , PR inæqualitas perpendicularium KT , PV inæqualitatis causa sit (ut in superioribus patuit) non ob id tamen hinc manendum est, ex hacque remota causa propositum concludendum: verum ulterius progrediendum, quousque immediata reperiatur causa, ex qua propositum rectè concludi possit. veræ enim demonstrationes (quales Geometricæ sunt) ex immediatis causis fieri debent, ut Aristoteles docuit. Qui autem ex causis remotis in Geometria demonstrationes conficiunt, sophisticè quidem demonstrant, paralogismosque committunt. Hæc autem ad Vernerum dicta sufficiant.

Lib. Posteriorum.

DIGRESSIO CONTRA CARDANVM.

HIERONYMVS verò Cardanus Mediolanensis in libro sextodecimo de Subtilitate Problema, de quo loquimur demonstraui eo demonstrandi modo, cui nos in secunda nostra demonstratione maiorem perfectionem donauimus. Quauis autem Cardanus ibi dicat se velle uti demonstratione Rabbi Moysis Narbonensis exponentis dictum Rabbi Moysis Aegyptij; nihilominus Demonstratio Cardani à prima, præcipuaque Rabbi Moysis demonstratione tantum differt, quantum nostra secunda demonstratio à prima discrepat. nā prima, præcipuaque Rabbi Moysis quidem demonstratio (ut inferius manifestum fiet) eadem quasi est cum nostra prima, & cum Veneri demonstratione: Cardani verò demonstratio secundæ nostræ demonstrationi, necnon ultimo ipsius Rabbi Moysis exemplo similis est. In suā itaque demonstrationis initio peccat Cardanus, quoniā volens probare (exempli gratia in secundæ nostræ demonstrationis figura) quòd planū $ACEF$ non potest tangere Coni superficiem alibi, quàm in linea AC ; petit principium, atque idem per idem probat. Ut autem quod dicimus magis perspicuum fiat, audiamus eius verba. inquit itaque Cardanus. *Sit igitur Conus $ABCD$: nunc triangulum nullum (quanquam ibi nullo perperam legatur) secantem intelligo, sed per ABD intelligo conuexam (quanuis malè ibi legatur conuexam) Coni superficiem, in qua protraho AC à vertice vsque ad basin. Et sit K plana superficies contangens Conum in recta linea AC : qua superficies intelligatur in infinitum cum Coni superficie extendi. Dico primò hanc superficiem planam non posse tangere Coni superficiem alibi, quàm in linea AC : Quòd si potest, tangat in G , & duco (licet ibi deprauatè legatur duo) Circulum equidistantem per G basi BCD : (vel legatur meliùs, Circulum per G equidistantem basi BCD :) cum igitur Circulus sit in una superficie, erunt puncta contactus plani K , & peripheriæ Circuli illius in una recta linea, ex demonstratis in undecimo Elementorum Euclidis. Quamobrem cum illa linea iam tangat Circuli peripheriam in linea AC , cadet ex demonstratis ab Euclide in tertio Elementorum*

Cardani defectus primus.

mentorū extra circumferentiam Circuli V X G, igitur non tanget illum in puncto G. Hæc sunt verba Cardani, quæ quantum obscura sint, & non Geometricè dicta, versatis in Geometria iudicandum relinquo. Hoc autem in primis animaduertam, quod hæc omnia, quæ dicit Cardanus, commodè in nostræ secundæ demonstrationis figura conspici possunt; si per planū quidem K, nostrum A C E F planum intelligamus; per Circulum verò V X G, ipsum H G I apud nos Circulum. Cum itaque ita Conum, & planum in linea A C eum tangens Cardanus construxisset, ut verba eius explicant; volens in primis probare illud planum non posse tangere Coni superficiem alibi, quàm in A C linea: incipit hoc indirecta demonstratione ostendere, postea verò directè concludit supponens id, quod à principio probandum suscepit. ac demum hæc eius demonstratio neque directæ, neque indirectæ Geometrica, sed potius Chimerica mihi videtur. Nam directæ quidem demonstratio Geometrica directè semper arguendo, & ea, quæ vera sunt supponendo, propositum ex eius causis concludere debet: indirecta verò Geometrica demonstratio supponens statim à principio contrarium eius, quod quæritur, arguensque semper indirectè iuxta secundum Hypotheticarum Aristotelis ratiocinationum modum, deducit tandem nos ad aliquod inconueniens, quod suppositionem fuisse falsam indicat, eiusque contrarium, nempe Quæsitum verum esse demonstrat. At hæc Cardani demonstratio supponit quidem mox à principio contrarium eius, quod quæritur (cum dicat: *Quod si potest tangat in G, &c.*) deindè directè semper arguens ad nullum deducit incommodum, sed Quæsitum denique directè concludit illis verbis. *Quamobrem cum illa linea iam tangat Circuli peripheriam in linea A C, cadet ex demonstratis ab Euclide in tertio Elementorum extra circumferentiam Circuli V X G, igitur non tanget.* Quæ porrò verba nullum absurdum continent, sed propositum directè concludunt. Ni forsan dicat aliquis ad hoc inconueniens hanc demonstrationem deducere, quod eadem plana superficies eandem Conicam superficiem in eodem signo G prius tangere supponatur, postea verò non tangere concludatur. Huic autem dictum volo, quod hoc admit- teretur, si illa vltima conclusio, quæ suppositioni oppugnat à Quæ- sito diuersa esset: quoniam autè eadem cum Quæsito est, non possumus dicere ipsam esse incommodum, ad quod deducitur. Nam

Obiectio:

Responsio.

incom-

Exemplum.

incommodum, ad quod omnis indirecta Geometrica demonstratio deducit, diuersum à Quæsito semper esse debet: alioquin illa demonstratio ex indirecta in directam transiret, nugatioque in eius principio fieret. Exempli gratia volens Geometra probare quod si trianguli duo anguli æquales inter se fuerint, latera etiam, quæ sub æqualibus angulis subtendunt æqualia inuicem erunt: atque non potens hoc commodè per demonstrationem directam probare, per indirectam ostendit; & supponit quidè latera esse inæqualia, quod est Quæsito contrarium, ac demum ratiocinando deducit ad hoc absurdum quod pars sit æqualis toti. quod quidem absurdum idem cum Quæsito non est, sed longè diuersum, ut patet: neque suppositioni illi oppugnat, quæ statim in principio Quæsito contraria posita fuit (quoniã idem cum Quæsito esset, duo enim eidem contraria esse non possunt) sed illi communi sententiæ aduersatur, quæ ait, omne totum est maius sua parte. Quemadmodum igitur in hac indirecta demonstratione inconueniens, ad quod deducitur à Quæsito diuersum est, sic etiam in omnibus alijs demonstrationibus indirectis esse debet: alioquin id, quod diximus sequeretur. Si namque in iam dicta demonstratione ad contrarium primæ suppositioni incommodum (ut fecit Cardanus) deduceretur, quod idem cum Quæsito est, nempe latera sub æqualibus angulis subtendentia inuicem æqualia esse: non ne hæc potius esset directæ Quæsiti demonstratio? quid igitur opus esset à principio contrarium Quæsiti supponere, si directæ demonstratione illud concludi posset? nonne manifesta committeretur nugatio? Quod itaque nullo pacto huiusmodi demonstratio in Geometria fieri possit, bonis Geometris perspicuum est. Quauis ipse Cardanus in sua Logica (quam manuscriptam ipse nobis ostendit) dicat hunc esse quendam pulcrum demonstrandi modum, appellarique Chrysippeum, seu Cornutum: sed ipse viderit an chimericus potius, quam Chrysippeus sit. Quod verò Cardanus talem faciat demonstrationem, quæ etiam fuit causa ut committeret petitionem principij, ex eius verbis manifestum est. ait enim. *Dico primò hanc superficiem planam non posse tangere Coni superficiem alibi, quàm in linea AC*: hoc est illud, quod probandum proponit, quod scilicet superficies plana apud ipsum nominata K, in nostra verò figura ACEF, non potest tangere superficiem conicam alibi, quàm in linea AC. *Quod si potest, tangat in G.* nunc aggreditur indirectam probationem, & statim

Logica Cardani non extat impressa.

.01

statim à principio supponit Quæsitum contrarium, quòd scilicet plana illa superficies non solum in linea AC tangat conicam superficiem, vt Quæsitum dicebat; sed etiam in alio ipsam tangat signo extralineam AC iacenti, vt causa exempli insigno G . Et duco circulum PG æquidistantem basi BCD . hoc construit vt demonstrationi deferuiat. Cum igitur Circulus sit in vna superficie, erunt puncta contactus plani K , & peripheria Circuli illius in vna recta linea, ex demonstratis in vndecimo Elementorum. hic demonstrat vnũ, quod ad cõcludendum Quæsitum maximè confert, quòd scilicet puncta contactus plani K , & circumferentiæ ducti circuli (quæ in nostra figura sunt puncta GH) sint in vna recta linea iacentẽ tum in plano K , tum in plano ipsius circuli. sed verba eius obscurè, diminutèque hoc explicant. sic enim illa verba intelligi debent. Cum igitur Circulus sit in vna superficie. hoc est cum circulus ille ductus vnum sit planum, & ipsum K alterum planum, quæ duo plana ex suppositione in ipsis contactus punctis se secant. Erunt puncta contactus plani K , & peripheria, &c. hoc est erit cõmunis eorum planorum sectio vna recta linea transiens per illa contactus puncta per tertiam propositionem libri vndecimi Elementorum Euclidis. Talis meo quidem iudicio debet esse verborum illorum sensus. Hucusque autem benè procedit indirecta demonstratio, vt ex nostra secunda demonstratione conijci potest. postea verò subiungit. Quamobrem cum illa linea iam tangat circuli peripheriam in linea AC , cadet ex demonstratis ab Euclide in tertio Elementorum extra circumferentiam Circuli VXG , igitur non tanget illum in puncto G . Hæc sunt illa verba, quæ totam hanc demonstratiunculam euertunt, atque corrumpunt, quæque petitionem principij cõtinent. eorum enim talis est sententia. Cum ostensum quidem sit vnã esse rectam lineam cõmunem istorum planorum sectionem, quæ transit per illa duo puncta, in quibus planum K tangit conicam superficiem: illa autem recta linea iam tangat circuli circumferentiam in linea AC , cadet per decimam octauam, & sextamdecimam propositionẽ tertij libri Elem. Eucl. extra circumferentiam ipsius circuli. Quamobrem neque ipsa recta linea, neque planum K , in quo ipsa est, tanget circuli circumferentiam in signo G ; atque idcirco neque etiam Conicam superficiem, in qua iacet circuli circumferentia, in ipso G signo tangere potest. Hæc itaque est perfecta verborum illorum sententia, quæ directè Quæsitum videtur concludere, & chimericam

cam illam (quam superius diximus) demonstrationem conficere. Fortasse autem directa hac Quasiti conclusio bona esset auferendo illam Quasito contrariam suppositionem in principio positam, ni (quod peius est) in illis vltimis verbis principium peteret. verum iccirco nullo modo admittenda est. Cum enim dicit rectam illam lineam iam tangere circuli circumferentiam in linea AC, tunc nimirum petit principium. quoniam nequaquam illuc usque probauit lineam illam tangere circuli circumferentiam, quod nihilominus tanquam iam probatum inferre videtur. idem autem hoc est ac si supponeret planum K non tangere Coni superficiem alibi quam in ipsa AC linea, quod utique probandum ab initio sibi proposuerat. Quod verò idem sit lineam illam in plano K iacentem tangere circulum in linea AC, ac si dicamus planum K non tangere Coni superficiem alibi quam in linea AC; non est cognitu difficile. Si enim recta linea in plano K iacens tangat in linea AC circulum in superficie conica descriptum, necessariò rationibus superius dictis tum ipsa linea, tum planum K, in quo ipsa iacet, extra circuli circumferentiam cadent; nec tangent conicam superficiem nisi in linea AC, in qua ipsam tangere supponuntur.

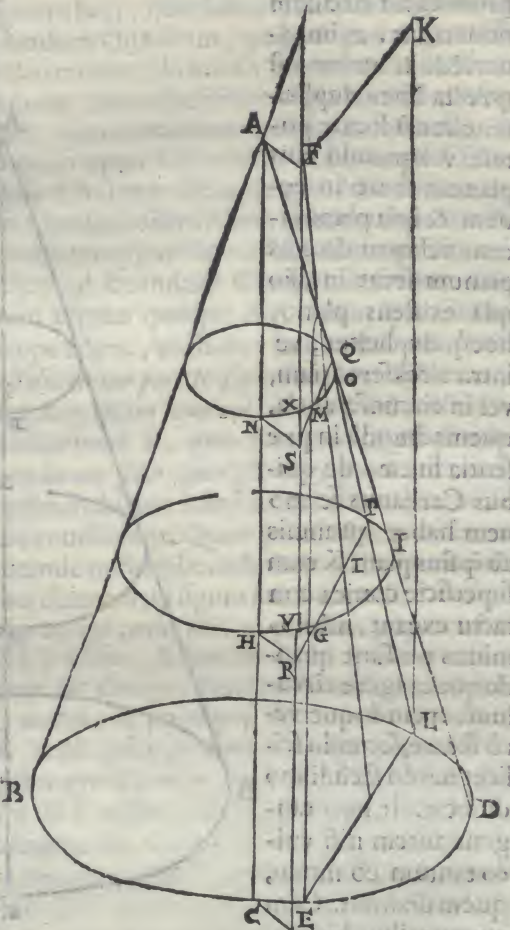
Dubitatio. At si quis fortè dicat, cum supponatur planum K tangere conicam superficiem in linea AC, necnon circulorum omnium basi parallelorum in ipsa descriptorum circumferentias; ex hoc sequere etiam lineas ab ipsa AC recta linea in plano K ductas tangere tum Coni superficiem, tum circulorum in ea sic descriptorum circumferentias: huic respondeo, quòd licet planum K tangat Coni superficiem, & circulorum in ea descriptorum circumferentias in linea AC; non ob id tamen necessarium est vt rectæ etiam omnes lineæ ab ipsa AC in plano K deductæ tangant tum Coni superficiem, tum dictorum circulorum circumferentias: nam Coni quidem superficiem necessariò semper tangent, circumferentias verò circulorum quandoque tangere, quandoque etiam secare possunt, vt manifestum est. Hæc igitur dicta sint ad Cardani fallam, principiumque petentem demonstratiunculam, quam nos in secunda nostra demonstratione cum indirectè, tum directè instaurauimus.

Solutio. Rursum autem paulo inferius paralogismum committit Cardanus his verbis. *Et ducantur rectæ LT, & OM in superficie K (quamuis ibi corruptè, H legatur) quæ contingunt circulos QLP, & XOV, quia ducuntur ex loco contactus.* In figura secunda nostræ demonstra-

Cardani defectus secundus.

demonstrationis intelligantur lineæ quidem LT, & OM esse ipsæ NS, HR: circuli verò QLP, & XO V, ipsi NMO, HGI. Sententia igitur horum verborum talis est. & ducantur (vt in nostra iā dicta figura) rectæ lineæ NS, & HR, quæ contingent circulos NMO, & HGI, quia ducuntur ex loco cōtactus, vbi scilicet planum ACEF tangit circumferentias circulorum NMO, & HGI. Volens itaque Cardanus probare id, quod superius supposebat dum petebat principium, nempe lineas NS, & HR tangere circulorum illorū circumferentias; dicit quod tangunt, quia ex loco contactus ducuntur. Mihi autem malè videtur deduci hæc cō-

sequentiā: ex loco contactus ducuntur, ergo tangunt circulorum circumferentias. non est enim necessarium vt ipsas tangant, sed possunt etiam eas secare, vt puta si ad lineam AC perpendiculares nō fuerint, vel si etiam productæ Conū secuerint. nam rectæ lineæ circulos tangentes, de quibus hīc Cardanus loquitur, quas etiam Euclides definit in tertio libro Element. definitione secunda, illæ sunt, quæ in eodem plano cum circulo iacentes cūm circulum tangant, si



Aa

produ-

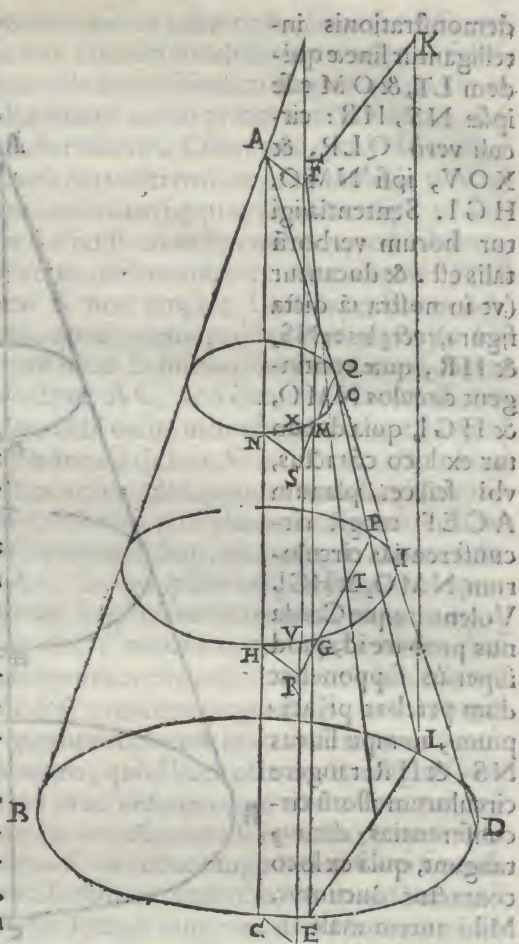
Notandum.

Quot modis
Recta linea
circulū se-
care possit.

producatur circulum
non secant. animad-
uertendum autem est
q̄ recta linea duplici-
ter circulū secare po-
test: vel quando eius
planum secat in eo-
dem & ipsa plano ia-
cens, vel quando eius
planum secat in alio
ipsa existens plano;
hocq̄ dupliciter, ve
intra circūferentiam,
vel in circumferentia.
quemadmodū in præ-
fentia lineæ, de qui-
bus Cardanus sermo-
nem habet quāuis
ab ipsius plani K cum
superficie conica con-
tactu exeant, nihilo-
minus possunt quan-
doque tangere circu-
lum, quandoque ve-
rò secare, secundo sci-
licet modo secūdi mo-
di secandi: non tan-
gent autem nisi vni-
co tantū eo modo,

Tribus mo-
dis Recta li-
nea circulū
secare po-
test.

quem diximus. Cum
autem tribus his mo-
dis recta linea secare possit circulum, illam tantū propriè Geome-
træ circulum secare dicunt, quæ primo secandi modo secat. Ita igitur
probanda est hæc consequentia, quemadmodum nos eam in
secunda nostra demonstratione probauimus; aliter paralogismus
committitur. quandoquidem ex contactu ipsius lineæ, & ex pro-
positione tricesimasexta tertij lib. Elem. Eucl. infertur paulo infe-
rius in ipsa Cardani demonstratione (vt etiam in nostra secunda
demonstra-



demonstratione conspiciere licet) quādam consequentia maximē necessaria ad concludendum Quæsitum, quippe quæ non verificatur, nisi in lineis vnico tantum illo modo vti diximus Circulum tangentibus. Hoc autem animaduersione dignum esse censeo, quoniam Cardanus hic, quemadmodum etiam plerique alij nesciunt distinguere quānam apud Geometras rectæ lineæ Circulum tangentes; quæque Circulum secantes esse debeant, atque definitionem secundam tertij eiusdem Elem. penitus non intelligunt, vt ibi nos in Commentarijs nostris in Euclidem plenius adnotauimus. Hæc etiam ad secundum Cardani defectum dicta sufficiant. Extat autem tertius quoque defectus in ipsa Cardani demonstratione prope finem, vbi habet hæc verba. *Sed MN maior est TR (quia si duceretur per N superficies æquidistans, ipsa (quanuis mendosè legatur, ipsum) caderet infra R, sed melius legatur extra R; aliter occurreret K, quia Diameter QP est minor XV, & superficies Circulorum sunt æquidistantes) igitur ST maior est GM.* Verba hæc primò obscurè admodum, atque concisè dicta sunt; secundò nihil concludunt. Quare primùm eorum sententiam explicabimus. deinde quòd nil concludant ostendemus. omnia autem, quæ à nobis dicuntur, in figura secundæ nostræ demonstrationis inspiciantur; accipi ergo scilicet plura m. xij. sive Cardani pro nostro ACEF plano, & lineam MN ipsius pro linea RP nostra, & punctum N eius pro puncto P nostro, & lineam TR ipsius pro SQ nostra, & punctum R eius pro puncto Q nostro, & lineas ST, GM ipsius pro lineis MS, GR nostris, & Circulum QP ipsius pro Circulo NO nostro, & Circulum VX eius pro Circulo HI nostro. His declaratis, dico quòd verborum Cardani tale sensum est. Cùm ostendisset ipse lineam MS (& loquor nunc in nostra figura) eam habere rationem ad lineam GR, quam habet linea RP ad lineam SQ; volens probare RP esse maiorem ipsa SQ, vt ex hoc concluderet etiam ipsam MS maiorem esse quàm GR: probat hoc illis verbis. *Sed MN maior est TR (quia si duceretur per N superficies, &c.)* quæ verba in nostra figura sic legantur. Sed RP maior est SQ (quia si duceretur per punctum P planum Parallelum plano ACEF, ipsum vtique ductum planum caderet extra punctum Q; aliter occurreret ipsi ACEF plano, quia dimetiens Circuli NO est minor dimetiente Circuli HI, & plana Circulorum ipsorum sunt parallela) igitur

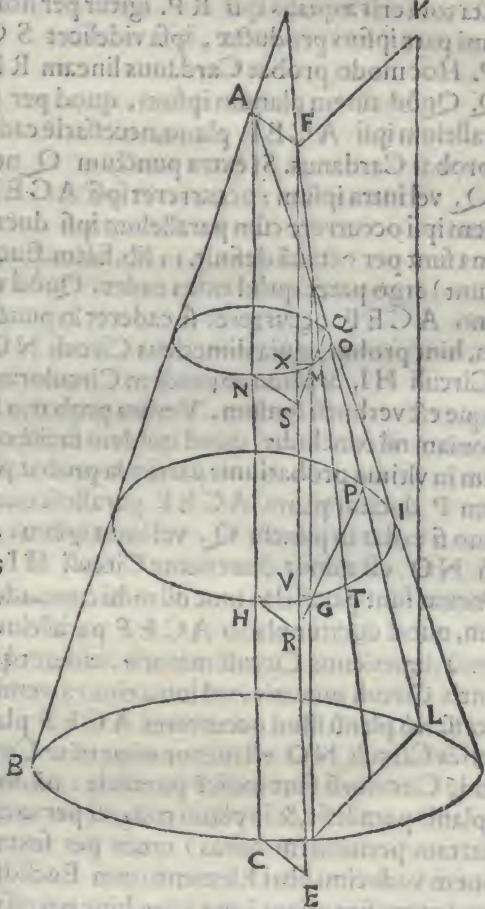
Tertius Cardani defectus.

Aa 2 MS maior

sta, & S R, & R P. cum autem parallelogrammorum latera opposita sint equalia per 34. proposit. eiusd. i. Elemen. ergo S Q producta tota erit æqualis ipsi R P. igitur per nonā Com. Sent. eiusdē primi pars ipsius productæ, ipsa videlicet S Q erit minor quā R P. Hoc modo probat Cardanus lineam R P esse maiore quā S Q. Quod autem planum ipsum, quod per punctum P ducitur parallelum ipsi A C E F plano, necessariē cadat extra punctū Q, sic probat Cardanus. Si extra punctum Q non caderet, sed in ipso Q, vel intra ipsum; occurreret ipsi A C E F plano: non potest autem ipsi occurrere cum parallelum ipsi ducatur (parallela enim plana sunt per octauā definit. 1. 1. lib. Elem. Eucl. quæ sibi non coincidunt) ergo patet quod extra cadet. Quod verò iam dictū planū plano A C E F occurreret si caderet in puncto Q, vel intra ipsum, hinc probat; quia dimetiens Circuli N O est minor dimetiēte Circuli H I, & plana eorundem Circulorum parallela sunt. Hoc itaque est verborū sensum. Verū probatio hæc maximē peccat, quoniam nil concludit, quod quidem faciliē cognoscitur. quando enim in vltima probationis particula probat planū, quod per punctum P ducitur plano A C E F parallelū occurrere ipsi A C E F plano si cadat in puncto Q, vel intra ipsum; quia dimetiens Circuli N O est minor dimetiēte Circuli H I, & plana ipsorū Circulorum sunt parallela: tunc nil mihi concludere videtur, nā si planum, quod ducitur plano A C E F parallelum, duceretur per extremū dimetiēntis Circuli maioris, caderetque in extremo dimetiēntis Circuli minoris, vel intra eius extremū, tunc sequeretur quod necessariō planū illud occurreret A C E F plano, propterea quod dimetiēs Circuli N O est minor dimetiēte Circuli H I, & plana eorundē Circulorū sunt inuicē parallela. nā dimetiēntes ipse cum sint in planis parallelis, & in plano triāguli per axem Coni (vt patet per quartam petitionem huius) erunt per sextamdecimam propositionem vndecimi libri Elementorum Euclidis inuicem parallela: cum autem sint etiam inæquales, hinc necessariō sequeretur quod communis sectio plani triāguli per axem Coni, & ipsius plani, quod duceretur plano A C E F parallelum, si caderet in extremitate, vel intra extremitatem dimetiēntis circuli minoris; occurreret lineæ A C. nam si per terminos duarum linearum parallelarum, & inæqualium rectæ producantur lineæ: illas ad partem minoris parallela concurrere est necesse. quod Theorema verissimum est, &

ab

ab Euclidis Elementis dependet, demonstraturque à Vi-
 tellione in sextadeci-
 ma propositione pri-
 mi libri suæ Perspec-
 tivæ. Cum igitur
 linear illæ in vertice
 Coni sibi coincide-
 rent, necessario pla-
 na quodque illa duo,
 in quibus ipsæ sunt,
 ibidem sese tangerent.
 Hoc itaque pacto ra-
 tio Cardani conclu-
 deret, quod scilicet
 plana illa sibi occur-
 rerent propterea quod
 circulorū dimetien-
 tes inæquales, & pa-
 rallelæ sunt, quâvis
 hoc ad rem non esset.
 At quoniam pla-
 num illud non du-
 citur per extremita-
 tem dimetientis cir-
 culi maioris, sed per
 punctum P; idcirco
 ratio non concludit.
 dimetientium enim
 inæqualitas, & paral-
 lela positio non est
 causa quod planum ductum per punctum P plano ACEF pa-
 rallelum, eidem ACEF plano occurrat (quandoquidem planum
 ductum per punctum P potest ita produci versus Coni Verticem,
 ut non tangat etiam ipsas dimetientes; tamen si in signo Q, vel
 intra ipsum caderet, cum plano ACEF concurrat) sed vera hu-
 ius concursus causa est linearum RP, & SQ inæqualitas, & paral-
 lela.



lela positio. Quod si dicat aliquis ex inaequalitate dimetientium Obiectio.
dependere linearum RP , SQ inaequalitatem, atque ideo Card- Responsio.
danum ex inaequalitate dimetientium arguere: huic respondeo,
quod tunc fieret Petitio principij. quoniam quod probare vult
Cardanus est inaequalitas linearum RP , SQ , quam si immediate,
vel per aliud medium magis remotum supponat, dubio procul prin-
cipium petit, idemque probat per idem. talis. n. esset eius argumetatio.
Dico quod linea RP est maior SQ , quia si duceretur per signum P pla-
num parallelum plano $ACEF$, caderet extra signum R ; aliter seque-
retur hoc absurdum quod dictum planum occurreret eidem plano
 $ACEF$, cui parallelum ducitur, quia dimetiens circuli NO est
minor dimetiente circuli HI , & plana ipsorum circulorum pa-
rallela sunt. hoc est quia linea RP est maior quam SQ , qua qui-
dem probatione nil vitiosius. Nullo modo igitur haec Cardani de-
monstratio, servari potest, quoniam vel nihil concludit, vel
principium petit, ut iam ostendimus. Quapropter
non est eo modo probandum lineam RP esse
maiores linea SQ , quo Cardanus id pro-
bare conatur: sed ita ut nos in secun-
da nostra demonstratione de-
demonstravimus. Haec ita-
que de tribus quoque
insignioribus de-
monstratio-
nis
Cardani deliquijs
dicta sint.

DIGRES-

DIGRESSIO CONTRA ORONTIVM.



ORONTIVS. autem Finæus in libello suo de Speculo ustorio Problema nobis propositum demonstrauit eo demonstrandi modo, quem nos in tertia nostra demonstratione sub perfectione, vniuersaliq̃ue doctrina redeimus. Nam eius quidem demonstratio cū maximas habet imperfectiones; tū particulatim in Cono tantū rectangulo propositum demonstrat: cū tamen in omni Cono verum sit. Demonstrat autem Orontius præsens Problema non solum de duabus lineis recta, & Hyperbolica in eodem plano iacentibus, verū etiam de duabus dictis lineis nō in eodē plano; sed in vna Coni superficie existentibus, quod nos quoque ad calcem tertiæ nostræ demonstrationis subiunximus. In his itaque duabus suis demonstrationibus præter multa deliquia, & infinitas constructionum, consequentiarum q̃ue rationes omittas (vt ex nostra tertia demonstratione quisq̃ue conijcere potest) quæ fortasse tolerari possunt; tres potissimum errores commisit, qui nullo modo tolerandi sunt. Primus error talis est. Volens Orontius probare lineam NR (& loquor in figura nostræ tertiæ demonstrationis) maiorem esse lineam PS, ex quo porrò tota illa dependet demonstratio: probat illud ex eo, quod æquales rectæ lineæ ab inæqualibus circulis inæquales secant circumferentias, minorem quidem à maiori, maiorem verò à minori. Quod autem hoc suum Theorema verum sit, sic ille confirmat. Quoniam (inquit) plus incuruatur minor, quàm ipse maior circulus. Quantum autem ratio hæc debilis, inanisq̃ue sit, hinc intuendum est: quoniam nos in superioribus ostendimus quod æquales rectæ lineæ ab inæqualibus circulis inæquales auferunt circumferentias non solum minorem à maiori, & maiorem à minori; sed etiam maiorem à maiori, & minorem à minori circulo, in minoribus scilicet, atque maioribus circulorum segmentis; & tamen circulus minor semper plus incuruatur quàm maior. ea igitur ratio nulla est. Quare Theorema Orontij non vniuersè verum est, atque indemonstratum remanet, cū eius ratio non concludat. & consequenter lineam NR lineam PS maiorem esse indemonstratum relinquitur. Cū autem ex
hoc

Orontij primus error.

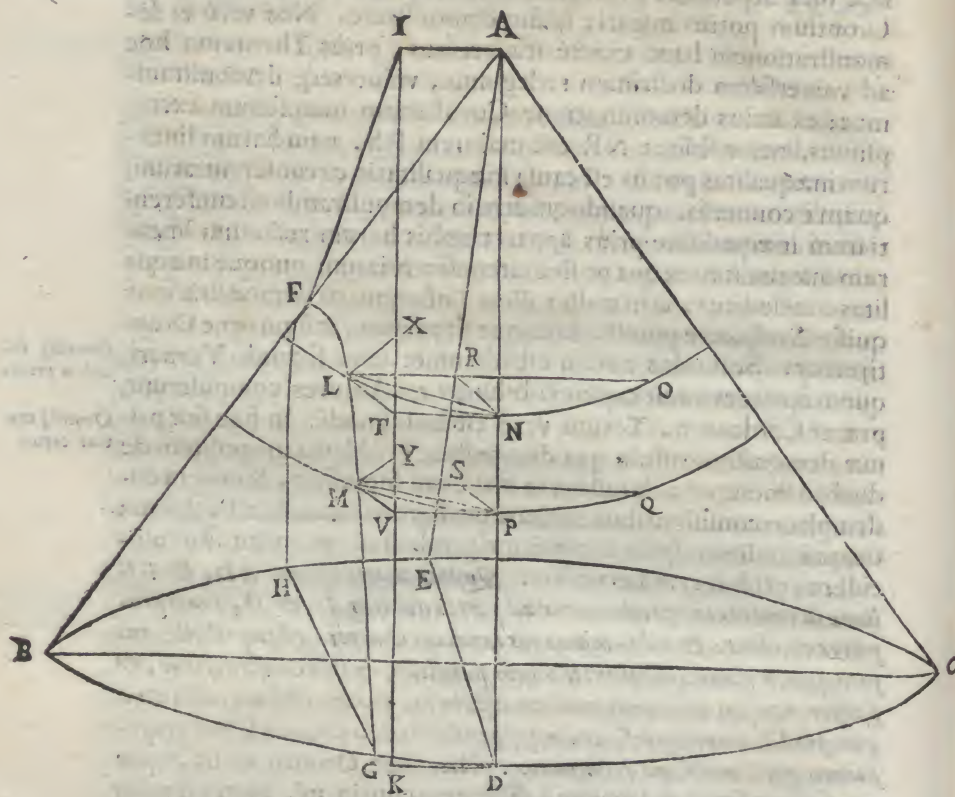
hoc tota dependeat Problemat^{is} demonstratio, manifestum est Orontium potius nugari, quàm demonstrare. Nos verò ut demonstrationem hanc exactè traderemus, prius Theorema hoc ad vniuersalem doctrinam redeimus, vniuersèq; demonstraui-
mus; ex cuius demonstratione Corollarium manifestum excer-
psimus, lineam scilicet NR esse maiorem PS. nam harum linea-
rum inæqualitas potius est causa inæqualitatis circumferentiarum,
quàm e conuerso. quandoquidem in demonstranda circumferen-
tiarum inæqualitate prius apparet nobis harum rectarum linea-
rum inæqualitas, ex qua postea circumferentiarum quoque inæqua-
litas concluditur. ut in nostra illius Theorematis demonstratione
quisq; conspiciere potest. Is itaque sit primus, insignisque Oron-
tij error. Secundus autem est idemmet cum secundo Vernerij,
quem errorem omnes, quos vidi huius rei Autores commiserunt,
præter Cardanum. Tertius verò est huiusmodi. In fine suæ pri-
mæ demonstrationis, in qua demonstrat Problema propositum de
duabus lineis recta, & inflexa in vna Coni superficie, & non in eo-
dem plano consistentibus: volens probare partem illam Problema-
tis, quæ ait lineas ipsas in infinitum productas nunquam sibi coin-
cidere; probat eam his verbis. *Quantò magis igitur AD, & FG*
lineæ in continuum producentur ad partes quidem D, & G, tantò pro-
piores euadent: & nihilominus eas tandem conuenire est impossibile, ut-
pote, quæ in planis consistunt inuicem parallelis, ex ipsa Constructione, &
semper tantum ad minus inuicem distabunt, quanta est linea recta vtri-
que prædictarum superficierum perpendicularis. vtrique igitur propo-
sitionis pars verissima relinquitur. Hæc sunt Orontij verba, quæ
per se clara sunt; sed maximâ falsitatem continent. Non est enim
verum quòd semper tantum ad minus illæ duæ lineæ inuicem dista-
bunt, quanta est linea recta vtrique prædictarum planarum superfi-
cierum perpendicularis, ut ait Orontius; quoniam recta linea
vtrique prædictorum planorum perpendicularis nullo modo po-
test esse ipsarum linearum distantia, cum non ambas, sed alteram
tantum earum tangat. Quo nam pacto igitur duæ illæ lineæ sem-
per tantum ad minus inuicem distabunt, quanta est linea recta vtriq;
duorum planorum, in quibus illæ lineæ sunt, perpendicularis, cum
ipsa perpendicularis ipsarum linearum distantia esse minimè possit?
Exempli gratia in figura Tertiæ nostræ Demonstrationis, quomo-
do linea FG inflexa à recta AD tantum ad minus distabit, quan-

Orontij se-
cundus error.

Orontij ter-
tius error.

Bb

ta



ta est recta linea MS utriq; tum Hyperbolis, tum per axem trian-
guli plano perpendicularis, cum tamen ipsa MS ipsam AD non
tangat, ideoque earum linearum distantia esse non possit? quæli-
bet enim duarum linearum distantia terminis suis ambas ipsas at-
tingere debet. quod autem recta linea utriusque illorum planorum
perpendicularis, non possit nisi alteram ipsarum duarum linearum
attingere, sic in eadem nostra figura probetur. Si ab aliquo pun-
tine AD erigatur recta linea ad rectos angulos plano ADE , ut
ipsa NT ; erit per tertiam definitionem undecimi lib. Elem. Eucl.
ad rectos angulos dimittenti circuli conicæ basi paralleli per pun-
ctum

Etum illud trāsientis. vnde per 16 prop. tertij lib. eorundē extra ip-
sum LNO circulum cadet, ideoque non tanget inflexam FG li-
neam (si enim tangeret, intra circulum caderet per secundam pro-
positionem eiusdem tertij) & nihilofecius vtrique ipsorum plano-
rum perpendicularis est, quoniam duobus planis parallelis existen-
tibus quæ alteri eorum perpendicularis est; reliquo etiam perpen-
dicularis erit, vt patet ex 16 prop. vndecimi, & 29 primi, & tertia de-
finitione vndecimi lib. Elemen. Eucl. vtque probat Vitellio in 23
prop. sui primi libri. idem autem ostendetur de omnibus alijs li-
neis à recta AD plano ADE, & plano Hyperboles perpendicu-
laribus ductis. Præterea si ab aliquo inflexæ FG lineæ puncto cri-
gatur ad rectos angulos plano Hyperbolis recta linea, quæ (ratione
iam dicta) plano etiam ADE perpendicularis sit, quemadmodum
ipsa LR, necessariò cadet intra LNO circulum; quoniam per
quintam petitiō. primi lib. Element. Eucl. lineæ NR in partes R
occurrere debet, cum anguli RLN, & RNL duobus rectis mi-
nores sint. anguli. n. RLT, & RNT per Constr. & per tertiā defin.
1. lib. eorundē Elem. recti sunt. Cum igitur linea LR vtriq; plano
perpendicularis intra circulum cadat, manifestum est q̃ non contin-
git lineam AD. Similiter autem ostendi potest q̃ oēs aliæ lineæ,
quæ à linea FG inflexa plano Hyperbolico, & plano ADE trian-
gulari perpendiculares ductæ sunt, ipsam AD non tangent; quod
erat probandum. Cum itaq; verum sit q̃ rectæ lineæ vtriq; illorum
duorum planorum perpendiculares non possunt nisi alteram ipsa-
rum AD, FG linearū attingere, perspicuum est q̃ neq; etiā ipsarū
distantiæ esse possunt. Quare dictū Orontij falsum omnino relin-
quitur, q̃ nepe duæ illæ AD, & FG lineæ semp̃ tantū ad mi-
nūs inuicem distabunt, quanta est linea recta vtrique prædictorum
planorum perpendicularis. Quum. n. lineæ LR, & NT sint vtriq;
plano perpendiculares, nullæ aliæ ab eisdem L, N punctis duci pos-
sunt lineæ, quæ eisdem planis perpendiculares sint per 13 prop. vn-
decimi libri eorundem Elemen. at LR, & NT; omnesq; eiusino-
di lineæ vtrique plano perpendiculares, nullo modō linearū AD,
& FG. distantia esse possunt; non distant igitur semp̃ tantū ad
minūs inuicem, quanta est linea recta vtrique plano perpendicula-
ris: imo semp̃ maiori adinuicem interuallo distabunt, quā sit
linea recta vtriq; ipsorum planorū perpendicularis. Si. n. à puncto
L ad rectā AD lineā vna perpendicularis ducatur, erit per 19 prop.

Bb 2 positio-

197

DIGRESSIO CONTRA PELETARIUM.

PACOBVS verò Peletarius in Commentario suo de Contactu linearum rem hanc, de qua laboramus, tetigit. & primum quidem iuxta Priscorum viam re ipsam breuiter demonstrare tentauit, & vsus est modo demonstrandi Cardani; sed breuiter quidem, ac imperfectè. nam alterum Problematis membrum, nempe linearum continuam appropinquationem quodam apparèti signo, debiliq; potius coniectura, quàm Geometrica ratione ostendit. Cum enim (inquit ipse) latus Hyperbolis perpetuò, & gradatim ascendat versus Coni basin, propterea quòd Circuli, quibus Conus ipse cõstat, continuè maiores fiunt versus basim ipsam; recta autem linea, ad quam debet latus Hyperboles approximari, in suo plano immutabilis maneat: procul dubio (inquit) ipsa inflexa linea secundum augmentum Circulorum continuè etiam propior fiet ipsi rectæ lineæ. Hoc pacto membrum hoc demonstrat Peletarius. Quantum autè ratio hæc imbecilla sit, à Geometricisque rationibus aliena, nemo est, qui non videat. nullà enim rei causam dicit, sed quandà potius probabilem imaginationem. quòd nanque Circuli versus Coni basin maiores semper fiant, latusque Hyperbolis perpetuò, & gradatim versus basim ascendat; verum, & necessarium est, non ex hoc tamen linearum cõtina appropinquatio necessariò sequitur. Quid enim si quis rectam illam lineam, quæ à centro Hyperboles oritur, quamque in superioribus affectioni iam dictæ succumbere demonstrauimus; nõ debitis conditionibus protrahat? vtrum cõtinuè lateri Hyperbolis perpetuò, & gradatim versus Coni basim ascendenti appropinquet, & nunquam coincidat? nonne posset etiam ita protrahi vt quantum inflexa illa linea continnè ascendit, tantum hæc, scilicet recta illam effugiat, ab eaque recedat? non est igitur causa huiusce affectionis necessaria illa, quam dicit Peletarius; sed contingens quædam, ac probabilis coniectura. quàm alienæ verò huiusmodi rationes à Geometria sint, audiamus Aristotelem asserentem, simile esse à Rhetorico demonstrationes exigere, & Mathematico probabiliter disputanti assentiri: necnon in Platone Simmiam dicentem. *Quoniam ex apparentibus*

Primus Peletarij error.

Aristoteles
i. Ethic. c. 3.

Plato in
Phædonē.

Secūdus Pe-
letarij error.

rentibus demonstrantes vanos esse scio. Multū itaque deficit Pe-
letarius in iam dicti membri demonstratione. At in reliquo mem-
bro demonstrando maximum etiam passus est deliquium. pro-
bat enim illud eo modo, quo Cardanus. cū autem ostendere
velit planum, in quo est illa recta linea, quæ Hyperboli semper ma-
gis magisque annuere, & nunquam illi occurrere debet; non tan-
gere Coni superficiem, nisi in vna recta linea iam dictæ rectæ lineæ
parallela: tali vitur ratione. Intelligatur (inquit) plana superficies
super Cono iacens secundū longitudinem, quæ quidem superfi-
cies vnica sui linea Conum tanget. constat enim ipsa infinitis lineis
rectis, & Conus infinitis circulis: linea verò recta siue secet circūlū,
siue tangat; eum in vnico puncto secat, & tangit. Hæc est ratio Pe-
letarij, per quam demonstrare credit planū illud nullibi tangere
Coni superficiem, quā in illa recta linea. Quod autem ratio hæc
nil concludat, sic ostendemus. Primò quidem cū dicit, Linea ve-
rò recta siue secet circūlū, siue tangat; eum in vnico puncto secat,
& tangit. falsum dicit. Nam nulla recta linea circūlū secans in vno
tantū puncto eum secare potest. Si enim in circuli circumferentia
duo qualibet puncta suscepta fuerint, recta linea, quæ ipsa puncta
coniungit, tota intra circūlū cadit per secundam propositionem
tertij libri Elementorum Euclidis: talis quæ linea iuxta Euclidis do-
ctrinam dicitur secare circūlū; quæ si etiam in infinitum vel ex
altera, vel ex vtraque parte producat, semper secans circūlū, vo-
cabitur. passim enim Euclides cū de recta linea circūlū secante
facit mentionem, semper de illa recta linea intelligit, quæ intra cir-
cūlū ab vno circumferentiæ puncto ad aliud transit: exempli gra-
tia in tricesima secunda propositione tertij libri eorundem Elemē-
torum cū dicit *Si Circulū tetigerit aliqua recta linea, à contactu autē
ad Circulū perducatur quadā recta linea Circulū secans: anguli, quos ad
contingentem facit, æquales erunt ijs, qui in alternis Circuli sequentis exi-
stunt, angulis.* Similiter cū in tricesima sexta propositione eiusdē
dicit *Si extra Circulū sumatur punctum aliquod, ab eoq; in Circulū
cadant duæ rectæ lineæ, quarum altera quidem Circulū secet, altera ve-
rò tangat: quod à tota secante, & exterius inter punctum, & conuexam
circumferentiam assumpta comprehenditur rectangulū, æquale est ei,
quod à tangente describitur quadrato.* Ex his enim, multisque alijs lo-
cis manifestum est lineam Circulū secantem eam ab Euclide ac-
cipi, quæ circuli circumferentiam in duobus tantū punctis secat,
ipsum

ipsum verò Circulum in infinitis. recta nāque linea Circuli circumferentiā cūm bis secet, duobus in punctis secat (omnis enim linea lineam semel secans, in vnico duntaxat puncto secabit) recta verò lineā planā figurā vnde quaque clausā (qualis est Circulus) si secuerit, infinitis in punctis eam secabit, cūm infinita puncta in ipsa secante recta linea suscipi possint, per quā figurā ipsam secat. de huiusmodi igitur rectis lineis Circulū secantibus omnes boni loquuntur Geometræ, de hisque eorum propositiones veritatē dicunt. quæ tamen nullo pacto Circulum, vel eius circumferentiā in vnico puncto secare possunt; sed circumferentiā quidē in duobus, Circulum verò in infinitis, vt ostendimus. Falsum igitur dicit Peletarius, cūm asserat rectam lineam in vnico pūcto Circulum secare. si enim Circulū accipit pro figura planā (vt definitur ab Euclide, vtque ab omnibus optimis Geometris accipitur) quod dicit proculdubio falsum est: si verò Circulum pro Circuli circumferentiā intelligit (vt plerique Geometriæ ignari faciunt) rursus falsum dicit. Si autem fortē dicat Peletarius Circulum ego pro circumferentiā suscipio, & verum dico, quia rectam lineam secantem intelligo eam, quæ cūm secet circumferentiā in vnico puncto, adhuc non peruenit, vel peruenire non potest ad aliud eiusdem circumferentiæ punctum vt in duobus punctis eam secet, atque ideo in vnico tantū puncto eam secabit: huic obiectioni sic occurrēdū est. Linea recta secans Circuli circumferentiā dupliciter accipi potest, aut in eodem plano, in quo est ipsa circumferentiā, aut non in eodem. quòd si fuerit in eodem plano, atque (vt in obiectione dicitur) ad aliud circumferentiæ signum adhuc nō peruenit, hæc utique cūm per secundam petitionem primi libri Elementorum Euclidis in directum, & continuum produci possit; proculdubio in altero quoque puncto circumferentiā ipsam secabit. quare falsum erit dicere quòd linea recta circumferentiā secans, in vnico tantū eam puncto secat, cūm in alio quoque puncto eam secare possit. At si recta linea circumferentiā secans non in eodem cum ipsa plano fuerit, ideoque ad aliud circumferentiæ signum peruenire nō potuerit; quanuis talis linea (de qua reuera Peletarius improprie locutus intelligit) circumferentiā in vno tantum puncto secet: tamen improprie secans circumferentiā, vel secans Circulum dicitur, quoniam nulla alia recta linea secans Circulum, vel Circuli circumferentiā proprie à peritis in Geometria vocatur, præter illā, quam

Obiectio.

Responsio.

quam iam diximus. Quòd si etiam secans circumferentiam, vel Circulum improprie talis recta linea vocari admittatur, dico quòd ratio Peletarij nil concludit. Intelligatur enim (quemadmodum ait ipse) planum super Conicam superficiem iacens secundum longitudinem. si itaque planum hoc vnica sui linea tangere Conum ea ratione probetur, quia scilicet planum ipsum infinitas in se recipere possit rectas lineas, & Conica superficies infinitos parallelos Circulos, recta verò linea siue secet Circulum, siue tangat; eum in vnico puncto secat, & tangit: dico quòd nihil concluditur. nã omnes quidem rectæ lineæ, quæ Circulos illos tangunt; in vnico puncto tangent, atque extra Conum totæ cadent per sextadecimam propositionem tertij libri Elementorum Euclidis, & eius corollarium. non omnes autem rectæ lineæ, quæ Circulos illos secant, quanuis in vnico etiam puncto secant, totæ extra Conum cadent: sed possunt esse quædã rectæ lineæ, quæ in vnico puncto Circulos illos eo modo improprie secant, & tamẽ totæ intra Conum cadent; & planũ, in quibus illæ sunt, Conum secabit. non concludit igitur ratio hæc: rectæ lineæ Circulum in Coni superficie iacentem tangentes, vel secantes in vnico tangunt, vel secant puncto; ergo planum, in quo sunt illæ rectæ lineæ, vnica sui linea Conum tanget. potest enim etiã non tangere, sed secare, vt iam diximus. Aliter autem hoc probandum est, quemadmodum nos tum directe, tum indirecte in secunda nostra demonstratione id demonstrauius. Duos itaque iam dictos comisit errores Peletarius in demonstrando proposito Problemate breuiter, atque concisè iuxta Antiquorum demonstrationem. Cũ autem hoc modo rem ipsam demonstrasset; subiungit quòd ea inuentio Antiquorum est acuta quidem, & Geometrica prorsus: sed quæ non explicet ex quo genere linearum sit ea, quæ in eodem plano rectæ lineæ semper magis ac magis appropinquat, nunquã ipsi coincidens. non nullis enim (inquit ipse) videri possit recta, propterea quòd rectissime procedere videtur in superficie Coni, quod Cælius Calcagninus putauit. Quamobrem (inquit) locus postulat vt lineæ illius ortum, rationem, naturamque ob oculos ponam. subiunxitque demum duas illas imperfectas demonstrationes, quas nos superius perfectione donauimus; per easque cũ prepositum Problema duobus modis demonstrare, tum dictæ lineæ naturam manifestare voluit. In hac autem parte toto coelo errare mihi videtur. cũ enim dicit Antiquorum inuentionem non

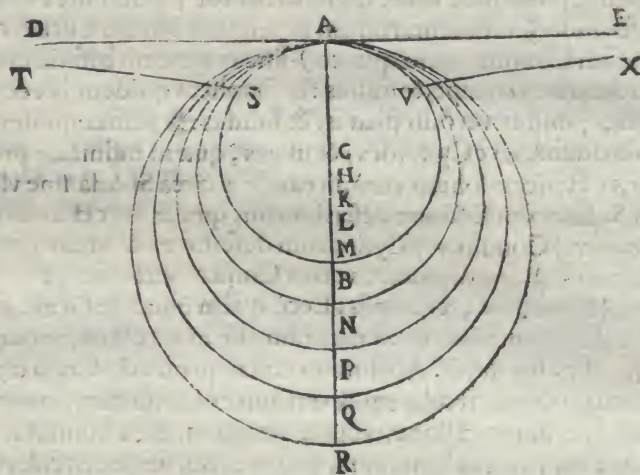
Tertius Pe-
letarij error.

expi-

eare ex quo genere linearum, sit illa iam dicta linea, magnoperè
 hallucinatur. Nam Apollonius quidem in duodecima propositio-
 ne primi libri Conicorū pulcherrimè ortū, & formam, & naturam, Apollonius.
 propriamq; eius affectionē explicat; quibus omnibus à circulari, &
 recta distinguitur; inter mistasq; lineas collocatur, & vocatur Hy-
 perbole: vt etiā ipse Peletarius sibi cōtradicens fatetur cū dicat.
Neque dubium est quin ipsa ex earum sit genere, quas ex Apollonio propo-
nunt, latus scilicet Hyperboles. Præterea Geminus antiquissimus in Geminus.
 Geometria, omniq; laudē dignus scriptor (referente Proclo in Proclus.
 libro secundo Commentariorum in primum librum Euclidis Ele-
 mentorum Commentario quarto) lineas quidem bifariā diuide-
 bat, in simplices nempe, & mistas: & simplices quidem, in rectas, &
 circulares; mistas verò, in planas, & solidas: & planas quidem, in
 sibi coincidentes, vt Cyssoides; & in eas, quæ in infinitum produ-
 cuntur, vt Helices: solidas verò, in eas, quæ circa Solida sine vlla ip-
 sorum Solidorum sectione describuntur, quales sunt Helices circa
 Sphæram, vel Conum, vel Cylindrum descriptæ; & in eas, quæ ex
 Solidorum sectione oriuntur, vt tres Conicæ Sectiones, Parabole
 scilicet, Hyperbole, & Ellipsis. Eccè quàm dilucidè Geminus, &
 Proclus declarant illius lineæ naturam esse non rectam, neque cir-
 cularē, sed ex his mistā. Aristoteles etiā in primo de Cœlo tres ait
 esse motus rectum, circularem, & tertium ex his mistum; quoniam
 (inquit) tres sunt etiā lineæ, recta, & circularis, & ex his mista. cū
 autē linea illa, de qua loquimur, neque recta, neque circularis sit,
 sed Hyperbole; necessariò ex genere mistarum erit. Ioannes etiam
 Vernerus Problema, de quo agimus, sic proposuit. *Duas producere*
lineas alteram rectam, alteram inflexam, quæ Hyperbole Coni Sectio est,
quæ quantò amplius producuntur, eò magis vicissim appropinquant, nun-
quàm coincidentes, etiam si in infinitum producantur. Similiter Hiero-
 nymus Cardanus sic Problema proponit. *Duas inuenire lineas in eo-*
dem plano, quarum altera erit recta, reliqua latus Hyperboles, quæ semper
sibi inuicem magis approximabuntur, & nunquàm se tangent. Omnes
 itaque tam Prisci, quàm Recentiores, Autores lineam hanc Hyper-
 bolem, ac propterea ex genere mistarū esse explicāt, præter Calca-
 gnum, qui reuera deceptus est: quoniam in Epistola, quam scri-
 psit ad Iacobū Zienglerum, ambas iam dictas lineas rectas esse ait.
 Malè igitur Peletarius Antiquorum inuentionem, mentemq; per-
 cepit, cū dicat eos genus illius lineæ non explicasse. Verū in

Cc duabus

duabus illis demonstrationibus, in quibus ipse ortum, rationem, & naturam illius lineæ ob oculos ponere inquit, in multos etiam insigniores errores ellapsus est. quos ut facile possimus ostendere, verba eius in medium adducemus, quæ sunt huiusmodi. *Sic itaque Circulus ABA, cuius centrum C, & diameter AB: sitq; linea recta DE circum tangens in A puncto. tum inter duo puncta C, & B diametri suscipiatur plura cætra (ac nunc quatuor suscepisse satis sit) H, K, L, M.*



super quibus describantur quatuor circuli. ANA, APA, AQA, & ARA, transcurrentes inter DE rectam, & ABA peripheriam, seque inter se tangentes interius in A puncto. Et manifestum est, horum quatuor Circulorum peripherias paulatim, & per momenta propiores fieri ipsi rectæ DE, prout maiores sunt. Iam sumatur punctum S in peripheria AN proximè A punctum: post in peripheria AP, aliud punctum, quod propius accedat ad rectam DE, quam punctum S. Quod quoniam sua nota commodè signari nequit, vocetur punctum secundum. Sit deinde in peripheria AQ aliud punctum, quod propius sit ipsi rectæ DE, quam punctum secundum, dicaturq; punctum tertium. Demum in peripheria AR, sit punctum propius accedens ad eandem DE, quam tertium: atque hoc nominetur punctum quartum. Sicq; continuè intelligentur

agantur circuli duci per contactum A , prioribus maiores, quorum centrum AB linea: atque in ys notentur ordinatim puncta propiora lineae DE . Tandem per hac puncta primum, secundum, tertium, quartum, & si quae essent plura, ducatur linea ST : quam manifestum est paulatim accedere ad DE , non secus quam circulorum puncta, per quae ipsa educitur: & tamen nunquam coniungi posse cum ipsa; etiam si ambe infinite protrahantur, scilicet si infinite ducantur circuli, per quos transeat ST . Quotquot enim ducuntur, & unico puncto A tangent lineam DE , ex 15 prop. tertij lib. Elem. Eucl. Costat igitur lineam ST vicinam accedere ad lineam DE , cum ea nunquam convenire posse. Et quidem hoc ipsum intelligi volo in alteram partem de linea VX . Hæc est prima Peletarij demonstratio, quæ maximam habet imperfectionem, & primum in hoc peccat, quod non docet Geometricam inuentionem puncto rû illorû, per quæ linea illa inflexa, & mista transire debet: sed absolute inquit accipi punctum secundum, quod propius accedat ad ipsam rectam DE lineam quam primum: & similiter tertium, quod propius sit ipsi, quam secundum: & quartum demum propius accedens ad eandem quam tertium, sicque continue. quasi per se manifesta essent talia punctorum illorum loca, vel quasi ubicunque ea quis accipiat intentum haberet. Quid autem si quis accipiat illa puncta continue propiora tangenti DE rectæ lineæ, sed non eo ordine, quo nos in nostra decima demonstr. docuimus; vtrum ei Quæsitum bene succedat? Nonne posset quis illa puncta sic suscipere, vt posteriora quidem prioribus magis ad rectam DE lineam accederent: Hyperbolicam autem lineam minimè crearent? Dubio procul hoc in figura superius à nobis allata inspicienti, considerantique conspicuum est. Necessarium igitur erat puncta illa determinatè ostendere, atque demonstrare; vt nos ibi fecimus. Cum enim Peletarius sic puncta illa indeterminatè accipi iubeat, idem est ac si duas illas lineas ita vt ab initio proponitur designare iuberet; quæ quidem est pura petitio principij. Præterea cum dicat punctum primum S accipi debere proximè A punctum, quandam determinationem imponere videtur, quæ vana est. nil refert enim si punctum primum accipiat vel proximè contactum A , vel etiam remotissimè ab eo, in extremitate scilicet distantis primi circuli contactui opposita: dummodo reliqua puncta omnia ad easdem partes, & rectæ DE tangenti lineæ semper propinquiora lumantur. Determinationem igitur posuit Peletarius,

Quartus error Peletarij.

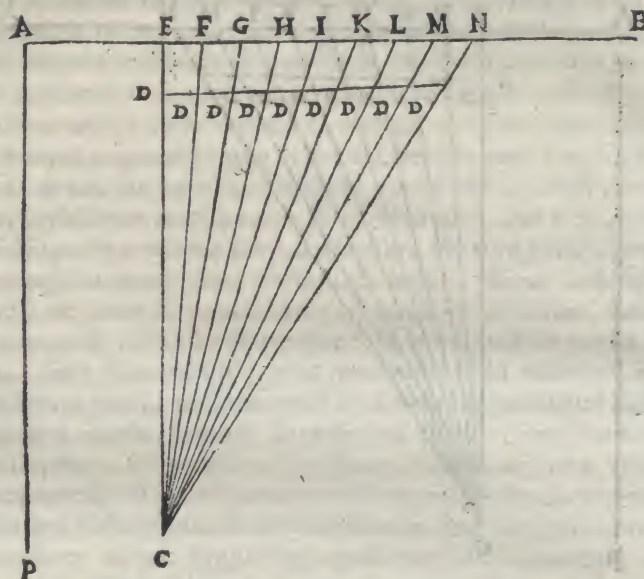
Quintus error Peletarij.

Cc 2 rius,

Sextus error
Peletarij.

rius, ubi necesse non est; illamque omisit, quæ summopore necessaria erat, & in qua demonstrationis tota vis consistit. At neque etiam ratione probavit lineam illam esse Hyperbolicam, sed potius quadam hoc friuola persuasione confirmavit, dicens, *Hæc igitur linea mistam habet naturam ex recto, & circulari: atque ob id inter utrumque perpetuo consistit: constatque infinitis lineis, in se quodam modo recurvis, seu refractis. Sed cum circuli per A ducti, contigui propter infinitatem intelligantur, sit ut linea ST, aut VX, vix aliter sensui quam pro unica linea obiciantur: ubi vero spatia interjiciuntur, manifesta evadit lineæ conformatio mista. Neque dubium est, quin ipsa ex earum sit genere, quas ex Apollonio proponunt, latus scilicet Hyperboles.* His verbis probat ipse cuiusmodi sit genus illius lineæ. Sed hæc debilis potius persuasio mihi videtur, quam Geometrica ratio. possunt enim ex multis, infinitisque lineis in se quodam modo recurvis, seu refractis aliæ quoque lineæ creati tum simplices, tum mixtæ: simplices quidem, ut lineæ refractæ, quas compositas Geminus vocat: mixtæ verò, ut Parabolæ, Ellipses, Cyssoides, Helix plana, & aliæ huiusmodi, quæ tamen Hyperbolicæ non sunt, neque Hyperboles passionem illam subeunt. Cum autem ait, *Neque dubium est, quin ea ex earum sit genere, &c.* sibi contradicit in ijs, quæ superius dixerat. quod scilicet antiqui ex quo linearum genere illa sit non explicent. In secunda verò duarum illarum demonstrationum adhuc quosdam commisit errores prioribus insigniores, qui etiam ut commodè agnoscantur, verba eius subscribam: *Atque adeo ut eius lineæ designationem rursus sensui evidentiorē exhibeam, aliud inuentum ascribam, mihi à Mathia Schenckio, ludi literarij apud Augustanos magistro, mechanice quidem monstratum: sed quod in demonstrationem redigere placuit. Est enim ob linearum rectarum, quæ sola hic requiruntur, constitutionem perspicua. Ea verò est huiusmodi. Sit recta linea AB, in qua incidat recta CDE: quæ ab ipso extremo E sic sensim moncatur versus terminum B, ut eadem ipsa extremitate E continuos faciat angulos cum linea AB: veluti apparet in punctis F, G, H, I, K, L, M, N: per quæ sic transit extremitas E, ut portio quidem CD semper longior fiat, prout inclinatur linea CDE in lineam AB. Sed portio DE semper una, eademque maneat: scilicet ut sint DE, DF, DG, & reliquæ deinceps inter se æquales: ipsa verò CDE sic ambulet, ut nunquam discedat à puncto C immobili: nimirum ut spatium CE perpetuo sit idem.*

Mathias
Schenckius.



Octavius error.

Nonus Peletarij error.

nem id redegisse dicat. perspicua verò eius demonstratio talis est, quòd nil concludat. Nam volens probare cōtinuam iam dictarum duarum linearum appropinquationem, tali ratione usus est. *Ac iam manifestum est punctum D continuè propius admoueri ipsi AB lineæ, prout anguli qui ad F, G, H, I, ceteriq; deinceps, acutiores paulatim fiunt.* Quæ quidem ratio mihi videtur esse maxima nugatio. Quomodo enim angulorum illorum diminutio, linearum ipsarum appropinquationis est causa. nam posita causa ponitur & effectus. at si ponatur ipsa angulorum diminutio, propinquitās linearum minuitur. ponitur. possumus enim creare quandam etiam inflexam lineam ab ipsa AB continuè magis atque magis recedentem, cum tamen illorum angulorum eadem continua diminutio maneat. Quoniam igitur nullam aliam huiusce rei causam præter hanc affert Peletarius, nugari potius quam demonstrare mihi videtur. Quomodo verò pars hæc Problematis iuxta hanc viam exquisitè demonstrari debeat, in vndecima demonstratione nostra docuimus. Rursus volens Peletarius reliquam Problematis partem demonstrare, dicebat. *Neg. tamen ad ipsam peruenire posse.* Sic enim oporteret ipsum C pun-

C punctum ad eandem *AB* peruenire: quod est præter hypothesin, quum ipsius distantia à linea *AB*, una esse ponatur. Quibus in verbis, primo mihi videtur mendosè legi ipsum *C* punctum. non video enim, quomodo sequi possit hæc consequentia; nempe si linea illa, quæ transit per puncta *D* perueniret ad ipsam *AB*, quod oporteret ipsum *C* punctum ad eandem *AB* peruenire, fieri enim, facile potest quod linea illa ad lineam *AB* perueniat puncto *C* in loco suo immobili manente, ut cuique manifestum est. Credo igitur literam esse corruptam, & quod loco *C* debeat legi *D*, sed si ita sit, nil in hac etiam parte concludit, imo petit principium, & quoddam maximè falsum dicit. idem enim est dicere lineam per puncta *D* transientem nunquam peruenire posse ad ipsam *AB*, quia punctum *D* perueniret ad eandem, quod est præter suppositionem; ac si dixisset lineam per puncta *D* transientem ad ipsam *AB* peruenire non posse, quia ipsamet per *D* puncta transiens linea, ad eandem *AB* perueniret, quod est præter suppositionem. Sicque supponeret quod à principio demonstrare suscepit. idem enim est supponere ipsum *D* punctum ambulans ad lineam *AB* peruenire non posse, perinde ac si lineam per omnia puncta *D* transientem ad eandem *AB* lineam nunquam peruenire posse supposuisset. Præterea quoddam maximè falsum subiunxit. Cum enim dixisset esse præter suppositionem quod punctum *D* ambulans possit unquam ad lineam *AB* peruenire, volens ostendere hoc esse contra suppositionem, subdidit, quum ipsius distantia à linea *AB* una esse ponatur. Quasi dicat vnā, eandemque puncti *D* ambulantis à linea *AB* distantiam suppositam fuisse, quoniā scilicet lineæ *DE*, *DF*, *DG*, *DH*, & reliquæ eiusmodi æquales adinuicem positæ fuerant. Verum quod quidem ipsæ *DE*, *DF*, *DG*, *DH*, & eiusmodi aliæ non sint veræ distantie puncti *D* à linea *AB*; hinc manifestum est, quia perpendiculares non sunt: quod autem veræ distantie puncti *D* ab ipsa *AB* linea eadem esse supponi nō debeant, hinc etiam patet, quod linea per puncta *D* transiens ad ipsam *AB* magis ac magis accedere demonstranda est. Quomodo igitur vnde quaque falsum non est quod dicit Peletarius, nempe ipsius *D* puncti ambulantis ab ipsa *AB* linea distantiam vnā supponi? Si nanque de veris distantijs hoc intelligatur, omnino à veritate alienum est: si autem de non veris distantijs, improprie quidem dictum, nilque concludens propter petitionem principij,

Decimus error.

ut

Vndecimus
error Peletarij .

vt iā ostensum est . Postremò denique volens Peletarius ostendere quòd in hac etiam secunda Constructione, & figurā possunt describi Circuli præcedentis Cōstructionis, atq; eodem modo hīc quodque propositum concludi: dixit quòd hoc fieri pōterit, si ducatur perpendicularis AP , in qua statuantur centra Circulorum inæqualium, quorum vnusquisque educatur per punctum A , ad contactum scilicet rectæ lineæ AB , & per singula puncta D : velut (inquit) in superiori demonstratione fecimus. Animaduertendū autem est quòd alio hīc artificio Circuli describendi sunt longè diuerso à superiori describendi modo. nam ibi quidem centra circulorum ad libitum in ipsa AB recta linea accipiebantur, quoniam circuli per nullum aliud punctum nisi per punctum A transire debebant. hīc verò cū circuli describendi non solum per signum A , verumetiam per omnia signa D iam data transitori sint: idcirco quodam alio indigemus artificio, per quod centra ipsorum circulorum describendorum in AP linea reperiantur. hoc autem artificio non docuit Peletarius, cū in hac parte multū deficiat: nos verò in calce ipsius vndecimæ nostræ demonstrationis ad hoc etiam suppleuimus. Hæc demum ad Peletarium quoque dicta in præsentia sufficiant. aliàs enim maximos huius viri defectus, erroresque tum in eius Commentarijs in Euclidem, tum in tribus suis Commentarijs de Dimensione circuli, de Contactu linearum, & de Constitutione

Horoscopi plenius
ostendemus.

LIBELLI

LIBELLI RABBI MOYSIS
NARBONENSIS
DILUCIDATIO.

Proœmium.

QUENTENSIS iam, atque declaratis Auto-
rum defectibus, reliquum est ut dilucidemus
Rabbi Moysis Narbonensis libellum in Ita-
lica lingua scriptum, Mantuaq; impressum
anno à Natalibus Christi M. D. L. cui titulus est. Opus
nouum Geometricum ad demonstrandum quomodo su-
per una plana superficie duæ lineæ possint exire, quæ proce-
dentes semper inuicem appropinquent, nunquam tamen
sibi occurrant. In eo itaque Libello ipse Rabbi Moyses
post quoddam breue proœmium, per quod intentionem
suam proponit; se nempe demonstraturum Problema il-
lud admirandum in Geometria, quippe quod nos iam un-
decim varijs modis demonstrauiimus: decem & octo pro-
positiones in medium affert, quibus totum propositum ab-
soluit, demonstratq; primum rem ipsam haud dissimili de-
monstratione à nostra prima superius allata; deinde quo-
dam etiam exemplo, quod magis sensu percipi potest rem
apertiùs declarat. Ex illis autem decem & octo proposi-
tionibus nouem quidem sunt Quæsito conferentes, reliquæ
verò Quæsito propriæ, ipsumq; demonstrantes. Talis qui-
dem est ipsius Rabbi Moysis in eo Libello intentio, libelliq;
D d diuisio.

s li.

Titulu
bri.

Propositum
Rabbi Moy-
sis.

Diuisio libri.


Obscuritatis *causae.* *divisio.* Qui porrò maximè obscurus est tum quoniam
ex Hebraico sermone in Italicum malè fuit tralatus: tum
quia multis in locis mendosè legitur: tum demùm quòd
Autor ipse propositiones suas non demonstrat rationibus
Geometricis, sed duntaxat proponit eas, exemplisq; nu-
merorum confirmat: adde etiam quia ipse quaedam omi-
sit, quæ necessariò declaranda, demonstrandaq; erant.

Propositū Di
lucidatoris. Quare Libellum hunc nobis dilucidare volentibus opus
est propositiones illas latinitate fideliter donare, &
mendis expurgare, Geometricisq; rationi-
bus demonstrare, ac demum ea adij-
cere, quæ ab Autore prater-
missa fuere. Sit igitur
prima Propo-
sitio
huiusmodi.




PRO-

RABBI MOYSIS NARBONENSIS. 211.
 PROPOSITIO PRIMA,
 THEOREMA I.

 I trianguli vni lateri quotlibet rectæ lineæ Propositio.
 parallelæ duo reliqua eius latera secantes
 ducantur: triangula partialia in eo facta
 sibiinuicem, & toti similia sunt.


Probatur hæc Propositio per secundam partem vicesimænonæ Demonstra-
 propositionis primi, & quartam propositionem, & primam defini- tio.
 tionem sexti libri Elementorum Euclidis.

PROPOSITIO SECUNDA,
 THEOREMA II.

 I aliquot rectæ lineæ proportionales fue- Propositio.
 rint, quadrata etiam earum proportiona-
 lia erunt. Et si quadrata aliquot propor-
 tionalia fuerint, latera quoque ipsorum
 proportionalia erunt.

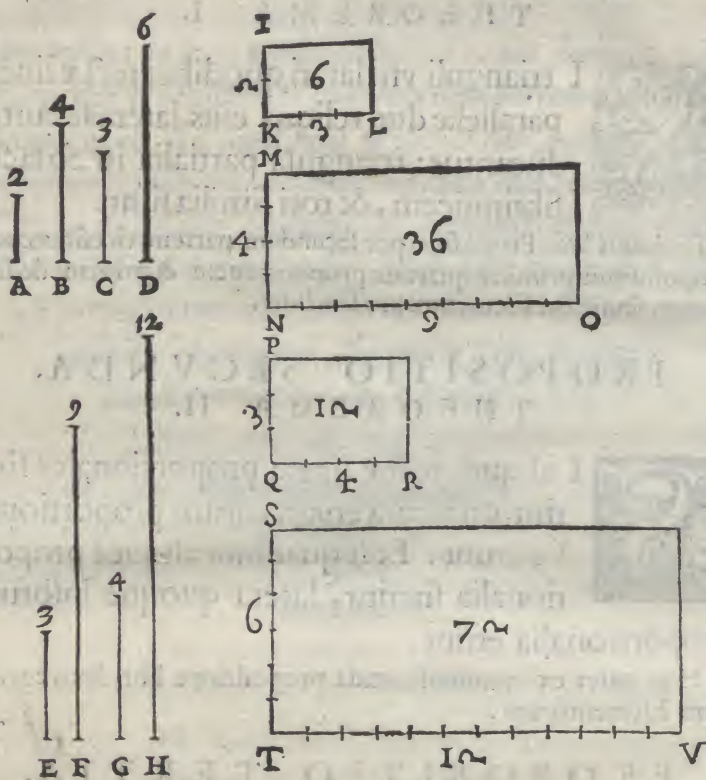
Hæc patet ex vicesimasecunda propositione libri sexti eorum- Demonstra-
 dem Elementorum. tio.

PROPOSITIO TERTIA,
 THEOREMA III.

 I aliquot rectæ lineæ proportionales ab Propositio.
 aliquot totidem numero rectis lineis pro-
 portionalibus multiplicentur: rectangu-
 la ab illis contenta proportionalia erunt.

Similiter si aliquot proportionales numeri alios toti-
 dem numeros proportionales multiplicent: qui pro-
 ducuntur, proportionales erunt.

Dd 2 Sint



Expositio.

Sint quatuor rectæ lineæ A, B, C, D proportionales, scilicet ut A ad B, sic C ad D; & quatuor aliæ E, F, G, H proportionales, nempe ut E ad F, sic G ad H; & multiplicetur A ab E, & fiat rectangulum IKL: & B ab F, & fiat MNO: & C à G, & fiat PQR: & D ab H, & fiat STV. Dico quòd sicut IKL re-
 ctangulū ad ipsum MNO, sic PQR ad STV. Cū.n.ratio qui-
 dem IK ad MN eadem est cum ratione PQ ad ST, ratio verò
 KL ad NO eadem cū ratione QR ad TV ex suppositione: erit
 ratio cōposita ex rōpibus PQ ad ST, & QR ad TV eadē rationi
 cōpositæ

Determina-
 tio.
 Demonstra-
 tio primæ
 partis.

compositæ ex rationibus IK ad MN, & KL ad NO per primam communem sententiam huius. At rectangulum etiam IKL ad MNO per vicesimam tertiam propositionem sexti libri Element. Euclidis eandem habet rationem compositam ex ratione ipsius IK ad MN, & ipsius KL ad NO: ergo IKL rectangulum ad MNO compositam habet rationem ex rationibus PQ ad ST, & QR ad TV per vndecimam propositionem quinti libri eorundem Elementorum. sed eandem habet etiam rationem per iam dictam vicesimam tertiam propositionem ipsum PQR ad STV. igitur per eandem vndecimam quinti ratio rectanguli IKL ad rectangulum MNO eadem est rationi ipsius PQR ad ipsum STV rectangulum. quæ est prima propositionis pars. Similiter autem si numeri tum lineis, tum superficiebus assignentur; secunda quoque pars demonstrabitur per primam communem sententiam huius semel sumptam, & quintam propositionem octavi, & vndecimam quinti libri Elementorum Euclidis bis sumptas. numeri nanque linearum A, B, C, D; & E, F, G, H, erunt latera numerorum planorum areas superficiales rectangulas denotantium. Vtraque igitur propositionis pars vera, & perspicua est. Si aliquot itaque rectæ lineæ proportionales fuerint, & reliqua ut supra. quod oportebat demonstrare.

Conclusio
primæ par-
tis.
Demonstra-
tio secundæ
partis.

Conclusio
vniuersalis.

PROPOSITIO QVARTA, THEOREMA IIIL.

IN præsentī propositione applicat Rabbi Moyſes affectionem præcedentis Theorematis quibusdam rectis lineis proportionalibus, quæ in duobus simul iunctis triangulis sunt. Nō indiget autem probatione, quia per præcedentem patet. Nos verò ne tot demonstrationibus, & figuris legentium mentem conturbemus: nullum huius propositionis exemplū subijcimus, idemque in prima, & secunda propositione fecimus, faciemusque in multis alijs sequentibus. Satis enim erit si percepta ex Elementis Euclidis earum veritate, ipsas demum præcipuo nostro proposito applicauerimus.

PROPO-

DILUCIDATIO LIBELLI
PROPOSITIO QUINTA.
THEOREMA V.

Propositio.



I ab aliquo puncto dimetientis Circuli ad circumferentiam recta linea ad angulos rectos ducatur: erit quod à dimetientis partibus ab illa perpendiculari abscissis continetur rectangulum æquale quadrato ipsius perpendicularis.

Demonstr.

Hæc probatur per tricesimam primam prop. tertij, & per corollarium octauæ propositionis sexti, & per primam partem decimæ septimæ propositionis eiusdem sexti libri Elementorum Euclidis.

PROPOSITIO SEXTA.
THEOREMA VI.

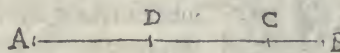
Propositio.



I recta linea secetur vtcunque, deinde alterum ex eius segmentis per medium secetur: rectangulū à tota, & in seculo priorum segmentorum contentum superatur à quadrato, quod fit ab eodem priori segmento, & ab altero posteriorum segmentorum tanquam ab vna linea, quadrato alterius posterioris segmenti.

Expositio.

Sit recta linea AB, quæ secetur primum vlibet in signo C, deinde alterum segmentorum ipsius vtpote AC



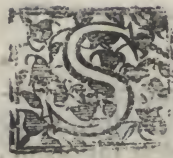
Determinatio.

secetur per mediū in signo D. Dico q̄ rectangulum ab AB, BC comprehensum superatur à quadrato ipsius DB, quadrato ipsius DC, vel ipsius DA. Hoc enim patet ex sexta propositione secundum libri Elementorum Euclidis, præsensque propositio parum ab illa differt.

Demonstratio.

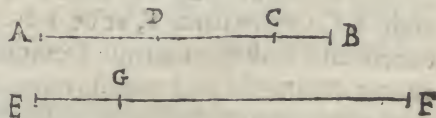
PRO-

RABBI MOYSIS NARBONENSIS. 215
 PROPOSITIO SEPTIMA.
 THEOREMA VII.



Si fuerint duæ rectæ lineæ, quarū altera Propositio.
 quidē secta sit vt in præcedenti propo-
 sitione proponitur, altera verò ita sece-
 tur vt totius ipsius secūdæ lineæ quadra-
 tū ad quadratum, quod fit ab insecto priorū primæ
 lineæ segmentorum, & ab altero secundorum tan-
 quam ab vna linea eam habeat rationem, quam ha-
 bet quadratum alterius segmētorum secundæ lineæ
 ad rectangulum contentum à tota prima linea, &
 iam dicto illius priori segmento: habebit etiam ean-
 dem rationem excessus quadrati totius secundæ lineæ
 supra iam dictū quadratū alterius suorum segmēto-
 rum ad excessum quadrati ab insecto priorum primæ
 lineæ segmentorum, & ab altero secundorum tan-
 quam ab vna recta linea facti supra rectangulum,
 quod à tota prima linea, & eodem eius priori seg-
 mento comprehenditur.

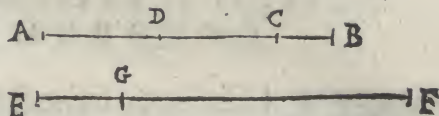
Sit AB quidem recta
 linea secta vt in præcedē-
 ti propositione proponi-
 tur insignis C, D; recta
 verò EF ita secetur in
 signo G, vt quadratum



Expositio.

totius EF ad quadratum ipsius DB eandem habeat rationem,
 quam habet quadratum alterius segmentorum lineæ EF, verbi
 gratia ipsius GF ad rectangulum contentum ab AB, BC: Di- Determina-
tio.
 co quòd eandem met quoque rationem habebit excessus quadra-
 ti lineæ EF supra quadratum ipsius GF ad excessum quadrati
 lineæ

lineæ DB supra rectan-
gulum ab AB, BC cō-
prehensum. Hæc etiā pa-
tet ex decimanona pro-
positione quinti lib. Ele-
mentorū Euclidis. Ve-



rūm quod in Constrūctione huius Theorematis præcipitur, scili-
cet, vt recta linea EF ita secetur in signo G, vt quadratum ip-
sius EF ad quadratum ipsius DB eandem habeat rationem,
quam habet quadratum ipsius GF segmenti ad rectangulum ab
AB, BC contentum: facile fieri potest per quoddam Problema
quasi simile primo nostro Problemati in principio huius operis
demonstrato, quod tale sit. Dato Parallelogrammo rectangulo,
& duobus quadratis: inuenire tertium quadratum, quod habeat
eandem rationem ad datum rectangulum, quam habet alterū da-
torum quadratorum ad reliquum. Quod quidem Problema eo-
dem modo, eisdemque Euclidis propositionibus construitur, ac
demonstratur quemadmodum illud iam dictum in principio de-
monstratū; vtendo insuper Corollario quartæ propositionis quin-
ti, & nona propositione sexti libri Elementorū Euclidis. Adno-
randum autem est, quod iam dicta huius Theorematis Constrūctio
tres Casus sortita est. Aut enim secunda EF recta linea maior est
quàm AB data recta linea iam secta, aut minor, aut ipsi æqualis.
& quilibet horum trium Casuum duo membra potest habere. Nā
alterum rectæ EF lineæ segmentum, cuius quadratum eandem
habere debet rationem ad rectangulum ab AB, BC contentum,
quam habet quadratum totius EF ad quadratum ipsius BD,
duobus modis ab ipsa EF linea abscindi potest; vel ex parte E,
vt sit EG; vel ex parte F, vt sit FG. in quibus omnibus Casibus
eadem est Constrūctio, atque Demonstratio. Hoc autē, quod præ-
cipitur commodè fieri potest, quoniam tertium ipsum inuenien-
dum quadratum est semper minus ipso quadrato dato, à cuius la-
tere secundo abscisso iam dicta facienda est; vt patet ex suppositio-
ne, & decimaquarta propositione quinti libri Elementorū Eu-
clidis, & prima communi sententia huius.

Casus Con-
strūctionis
Theorema-
tis huius.

Notandum.

PROPO.

PROPOSITIO OCTAVA,
THEOREMA VIII.

SI recta linea secetur utcumq; quadratum totius superat quadratum alterutrius segmentorum, rectangulo bis à segmentis comprehenso vna cum quadrato reliqui segmenti. Propositio.

Hæc ex quarta propositione secundi libri Elementorum Euclidis omnino manifesta est, ab illa que parum discrepat. Expositio.

PROPOSITIO NONA,
THEOREMA IX.

SI Conus à Vertice ad basim plano secetur: Propositio.
communes plani, & superficiei conicæ sectiones vna cum basis conicæ dimetiente triangulum rectilineum faciunt vocatum triangulum per axem. cuius duo latera supra Coni basim consistentia si rectæ lineæ basi trianguli parallelæ secuerint, omnes illæ rectæ lineæ erunt dimetientes circulorum in superficie conica circumferentias habentium. atque ex eis tum dimetientibus, tum circumculis basi propinquiores quidem maiores remotioribus sunt.

Tres hæc propositio partes habet. Prima, quod Coni sectio à vertice vsque ad basim, triangulum sit, quod triangulum per axem definiuimus. Secunda, quod rectæ lineæ basi trianguli parallelæ duo eius latera secantes, sint dimetientes circulorum in superficie conica circumferentias habentium. Tertia, quod dimetientes, & circumculi basi conicæ propinquiores, maiores remotioribus sint. Hæc igitur trium partium prima quidem sensui patet, & à plerisque, Expositio.

E c qui Demonstratio.

qui de Conicis scripsere tanquam Petitio ponitur: ab Apollonio autem in propositione tertia primi libri Conicorum, & à nonnullis alijs demonstratur. Secunda verò probatur ab eodem Apollonio in quarta propositione primi libri eorundem, & ab alijs: à nonnullis autem tanquam Petitio supponitur. Tertia autem pars facile probari potest. Quòd enim dimetientes basi propinquiores remotioribus maiores sint probatur per secundam partem vicesimæ nonæ propositionis primi, & quartam propositionem sexti, & nonam Com.Sent. eiusdem primi libri Element.Eucl. & nonam Com.Sent. huius: vel per easdem propositiones vicesimam nonam primi, & quartam sexti, & nonam Com.Sent. primi, & per quartamdecimam propositionem quinti libri eorundem. Hoc autem probato, patet etiam circulos basi propinquiores circulis à basi remotioribus esse maiores per tricesimam definitionem huius. Tota igitur hæc propositio perspicua est.

Conclusio.

Propositiones hucusque demonstrata Quæsito conferentes sunt: sequentes autem Quæsito propriæ erunt.

PROPOSITIO DECIMA,
THEOREMA X.

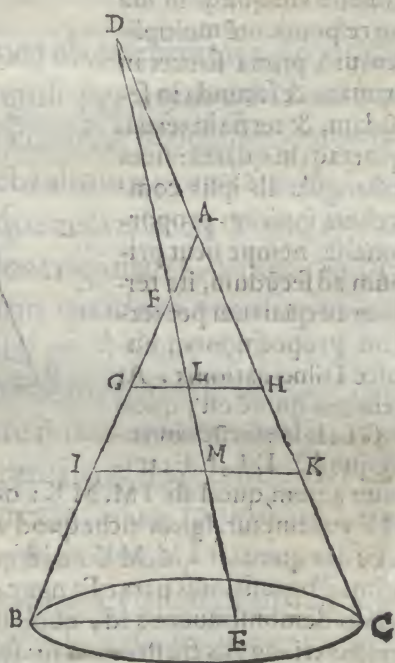
Propositio.



I iam dicti trianguli per axem in Cono facti latus alterum versus Coni verticem indirectum producat, & ab eius extremitate extra Conum existente ad conicæ basis dimetientem recta linea ducatur secans reliquum trianguli latus, & omnes rectas lineas basi parallelas: erit ratio rectanguli contenti à partibus cuiuscunque parallelæ ad rectangulum comprehensum à tota partibus ipsis conterminali versus Coni verticem extensa, & parte ipsius conterminalis intra Conum existente, sicut rectanguli comprehensi à partibus cuiuscunque alterius parallelæ ad rectangulum conten-

contentum à tota similiter ipsis conterminali, & eius parte intra Conum existente. Et rectangula, quæ continentur à partibus parallelarum basi propinquiorum, erunt semper maiora rectangulis, quæ à partibus parallelarum à basi remotiorum continentur.

Sit iam dictū triangulum per axem in Cono factum ABC, cuius latus AC versus Coni verticem in directū producatursque ad D, & à puncto D ducatur DE secans ipsam quidem BC basim trianguli, siue conicæ basis dimetientem in signo E: reliquum verò trianguli latus AB in signo F. sintq; ipsi BC basi parallelæ GH, & IK, quas secet ipsa DE in signis L, M. Dico itaque rectangulum à GL, LH contentum ad rectangulū, quod à DL, LF continetur eandem habere rationē, quā habet rectangulū ab IM, MK ad rectangulum à DM, MF comprehensum: Et quòd rectangulum ab IM, MK contentum maius est rectangulo à GL, LH comprehenso. Quum enim in triangulo quidem BEF ipsæ GL, IM basi BE parallelæ sint, in triangulo verò DEC ipsæ LH, MK basi EC similiter sint parallelæ: erit triangulum FGL simile triangulo FIM, & triangulum DLH triangulo DMK per primam propositionem huius Dilucidationis bis sumptam. Sicut igitur GL ad LF, sic IM ad MF, & quemadmodum HL ad LD, ita KM ad MD per primam de-



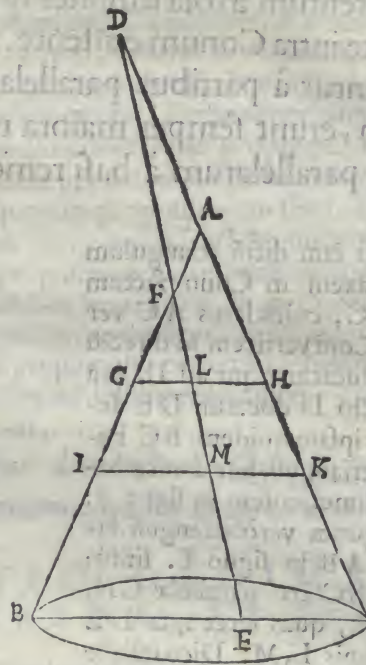
Expositio.

Determinatio.

Demonstratio prima partis.

E c 2 finitionem

finitionem sexti libri Elementorū Euclidis bis sūptam . Quare si quatuor, quæ in FIM triangulo proportionales ostēse sūt lineæ in quatuor, quæ in triangulo DMK similiter sunt ostēse proportionales vnaquæq; in suā correspondentē multiplicentur, prima scilicet in primam, & secunda in secundam, & tertia in tertiā, quartaq; in quartā: fient rectangula ab ipsis comprehēsa inuicem proportionalia; nempe sicut primum ad secundum, ita tertium ad quartum per tertiam propositionem huiusce Dilucidationis . At primum quidē est, quod à GL, LH : secundum verò, quod à DL, LF : tertium autem, quod ab IM, MK : quartum denique, quod à DM, MF continetur. Igitur sicut quod à GL, LH ad id, quod à DL, LF ; ita quod ab IM, MK ad id, quod à DM, MF . Patet itaque prima propositionis pars . Et nunc quidē in proposito nostro præcipuo demonstrauimus id, quod Rabbi Moyles in duobus simul iunctis triangulis frustratorie in quarta propositione declarauit . Vanum est enim in Geometria bis idem repetere . Secunda verò pars propositionis perspicua est ex tertia communi sententia huius . Partes nanque parallelarum basi propinquiorum partibus remotiorum maiores sunt vnaquæque sua correspondenti, ipsa scilicet IM maior quàm GL , & ipsa MK maior quàm LH . Quod autem hoc verum sit, duobus illis modis probari potest, quibus in præcedenti propositione dimetientes propinquiores basi, maiores esse remotioribus probatum fuit . Vtraque igitur propositionis pars



Conclusio
 primæ par-
 tis.

Secundæ par-
 tis demonstra-
 tio.

Conclusio se-
 cundæ partis.

pars clara iam est. Si ergo iam dicti trianguli per axem in Cono facti latus alterum versus Coni verticem in directum producat, & reliqua ut in propositione. Quod demonstrandum erat.

Cōclusio totius propositionis.

PROPOSITIO VNDECIMA.

THEOREMA XL



SI in recta linea ab extremitate producti lateris trianguli per axem ad Coni basin (ut præcedens propositio proposuit) deducta aliquot puncta intra Conum accipiantur, ab eisque rectæ lineæ plano ipsius trianguli ad rectos angulos erigantur Conicæ occurrentes superficiei: erit ratio quadrati vniuscuiusque ipsarum ad rectos angulos erectarum ad rectangulum contentum à tota sua conterminali versus Coni verticem extensa, & parte ipsius conterminalis intra Conum existente, sicut ratio quadrati cuiuslibet alterius ad angulos rectos erectæ ad rectangulum à tota similiter sua conterminali, & eius parte intra Conum existente comprehensum. Et quadratum ad angulos rectos erectæ propinquioris basi maius erit quadrato remotioris ad angulos rectos erectæ lineæ. Vnde ipsa etiam linea ad rectos angulos erecta basi propinquior remotiore maior erit.

Propositio.

Sit

Expositio.

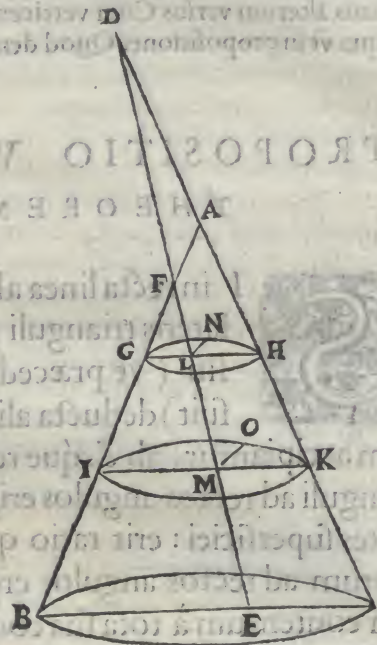
Sit eadem figura, quæ in præcedenti propositione, & à punctis L, & M, intelligatur duæ rectæ lineæ LN, MO ad rectos angulos erectæ plano trianguli ABC conicæ occurrentes superfici ei insignis N, O. Dico quod ratio quadrati lineæ LN ad rectangulum à DL, LF contentum, est sicut ratio quadrati ipsius MO ad rectangulum à DM, MF comprehensum. Intelligatur duo plana conicæ basi parallela

Determinatio.

Conum secantia, quorum communes sectiones cum plano trianguli ABC sint per tertiam propositionem undecimi libri Elementorum Euclidis rectæ lineæ GLH, & IMK. communes verò eorundem planorum, & conicæ

Demonstratio primæ partis.

superfici ei sectiones sint per quartam petitionem huius circularū circumferentiæ, quæ porro transibunt per signa N, O, quoniam ipsæ LN, MO in eodem sunt plano cum ipsis GH, IK per secundam propositionem eiusdem undecimi. ipsæ autem GLH, & IMK erunt per eandem quartam petitionem huius dimetientes eorum circularū: Quoniam itaque rectæ lineæ LN, & MO ex suppositione ad rectos sunt angulos plano trianguli ABC: ergo per tertiam definitionem eiusdem undecimi Elementorū ipsis etiā GLH, & IMK dimetientibus ad rectos sunt angulos. Quare per quintam propositionem præsentis Dilucidationis quadrata ipsarum LN, MO æqualia sunt rectangulis à GL, LH, & ab IM, MK contentis. igitur per primam partem septimæ propositionis quinti libri Elementorum Euclidis ratio quadrati lineæ MO ad rectangulum à DM, MF contentum, est sicut ratio rectanguli ab IM, MK contenti ad idem à DM, MF contentum rectangulū. similiter



similiter eadem erit ratio quadrati lineæ LN ad rectangulum à DL, LF comprehensum, quæ etiā est rectanguli à GL, LH comprehensi ad idem iam dictum rectangulum. est autem per præcedentem propositionem ratio eius, quod à GL, LH ad id, quod à DL, LF continetur, sicut eius, quod ab IM, MK ad id, quod à DM, MF comprehenditur. ergo per undecimam prop. quinti libri eorundem *Elemen.* bis sumptam eadem erit ratio quadrati lineæ LN ad id, quod à DL, LF, quæ est quadrati lineæ MO ad id, quod à DM, MF comprehenditur rectangulum. Quæ quidem est prima pars propositionis. Secunda verò pars patet ex quinta huius Dilucidationis, & ex secunda parte præcedentis prop. & ex prima, & secunda parte septimæ prop. eiusdem quinti *Elem.* & ex nona *Com. Sent.* huius: vel ex eadem quinta prop. & secunda parte præcedentis, & ex septima *Com. Sent.* huius: vel ex eadem quinta, & secunda parte præcedentis, & prima parte 14 prop. quinti lib. *Elemen. Eucl.* Cum enim rectangulum à GL, LH contentum æquale sit quadrato ipsius LN, & rectangulum ab IM, MK comprehensum, quadrato ipsius MO per iam dictam quintam prop. Dilucidationis; ipsum autem, quod ab IM, MK continetur maius sit contento à GL, LH per secundam partem præcedentis; necessariò quadratum etiam ipsius MO quadrato ipsius LN maius erit, propter iam dictas propositiones, & Communes Sententias. Quæ est secunda pars propositionis. Ex hac autem secunda parte, & ex secunda *Com. Sent.* huius patet etiam tertia propositionis pars. Tota igitur hæc propositio perspicua est. Si itaque in recta linea ab extremitate producti lateris trianguli, & reliqua, ut in *Theoremate*, Quod demonstrasse oportuit. Adnotandum autem est, quod tertiam huius propositionis partem tacuit Rabbi Moyses tanquam manifestam, quoniam autem absque ea propositum præcipuum concludi non potest (ut inferiùs constabit) idcirco eam nos adiunximus, ac demonstrauius. Quauis autem tota præsens propositio eadem sit cum propositione secunda trium in principio huius operis positarum, nihilominus placuit hic quoque eam ponere, atque demonstrare ne ordinem Elementarem huius Dilucidationis discerperem, & præsertim cum demonstratio hæc aliquantulum ab illa diuersa sit.

Conclusio
primæ par-
tis.

Demonstra-
tio secundæ
partis tri-
plex.

Conclusio se-
cundæ par-
tis.

Demonstra-
tio tertie
partis.

Conclusio
eiusdem.

Conclusio
vniuersalis.
Notandum.

PROPO.

PROPOSITIO DVODECIMA.

THEOREMA XII.

Propositio.

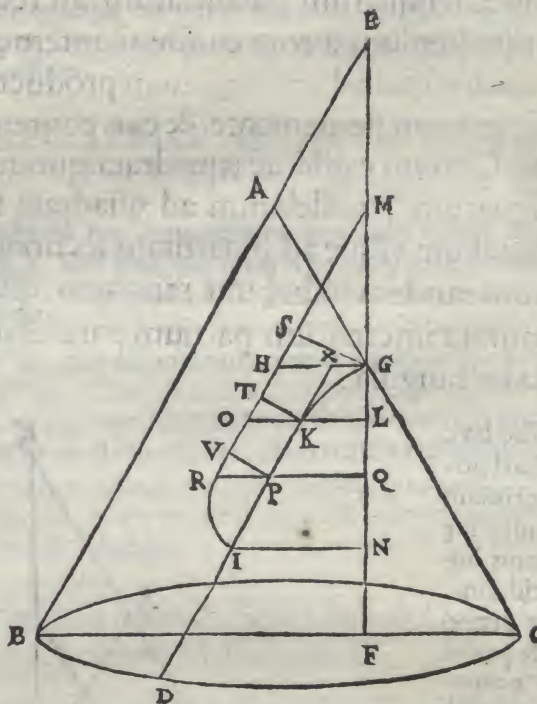


I à signo, in quo linea recta ab extremitate producti lateris triaguli per axem ad Coni basim deducta reliquum trianguli latus secat, quædam recta linea plano trianguli ad rectos angulos erigatur parallela illis, quæ intra Conum (vt proponit præcedens propositio) eidem plano ad rectos angulos erectæ sunt; atque pars ipsius lineæ ab extremitate deductæ extra Conum iacens per medium secetur, & à puncto huiusce sectionis ducatur recta linea secans extra Conum omnes iam dictas parallelas in directum productas: quadrata totarum earum parallelarum productarum ad quadrata suarum conterminalium ad bipertitam vsque sectionem se extendentium eandem rationem habebunt.

Demonstratio.

Præsens propositio nulla prorsus indiget declaratione; quoniã posita hîc primæ nostræ demonstrationis secunda figura, facile potest ex prima, & secunda huius Dilucidationis propositionibus demonstrari. Cum enim per iam dictâ primâ Dilucidationis propositionem sit vt GH ad GM , sic LO ad LM ; & QR ad QM , & si quæ essent aliæ parallelæ: manifestum est per secundam eiusdem Dilucidationis quod sicut etiam quadratum ipsius GH ad quadratum ipsius GM , ita quadratum ipsius LO ad quadratum ipsius LM , & quadratum ipsius QR ad ipsius QM quadratû. Reponatur igitur hîc figura illa, quæ etiam sequentibus propositionibus deseruiet, & omnia clara erunt.

PRO-



PROPOSITIO TERTIADECIMA.
THEOREMA XIII

CVNCTIS ita se habentibus vt in præce- Propositio.
denti propositione, si quadratum paral-
lelæ, quæ tota extra Conum est, ad suæ
conterminæ vsque ad bipartitam sectio-
nem peruenientis quadratum eandem habuerit ratio-
nem, quam habet quadratum factum ab interna par-

Ff te

tum, quod quidem fiet per primam huius operis propositionem
coadiuvante Corollario quartæ propositionis quinti libri Elemen-
torum Euclidis.

PROPOSITIO QUARTADECIMA,
THEOREMA XIII.

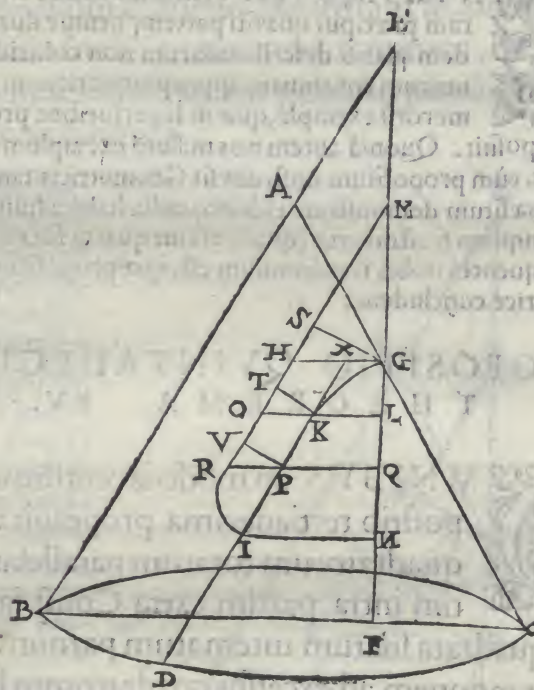
IN hac Propositione concludit Rabbi Moyses alte-
ram præcipui quæsti partem (nempe duarum in eo-
dem plano describendarum non coincidentium li-
nearum continuam appropinquationem) iuxta nu-
merorū exempla, quæ in superioribus propositioni-
bus ipse posuit. Quoniā autem nos nullum exemplum in numeris
dedimus, cum propositum nostrum sit Geometricis tantum ratio-
nibus Quæsitum demonstrare: idcirco nulla habita huius proposi-
tionis tanquam frustratorię (qualis etiam quarta fuerat) expositio
ne, ad sequentes nobis transeundum est, quæ propositum nostrum
Geometricè concludent.

PROPOSITIO QUINTADECIMA,
THEOREMA XV.

IN NIBVS eo modo iacentibus, quo pro Propositio.
positio tertiadecima proposuit: excessus
quadratorum totarum parallelarum par-
tim intra partim extra Conū iacentium
supra quadrata suarum internarum partium eam ha-
bebunt rationem ad excessus quadratorum linearum
ipsis parallelis conterminalium vsque ad bipartitam
illam sectionem supra rectangula contenta à totis
conterminalibus vsque ad extremitatem Producti
triangularis lateris peruenientibus, & partibus earun-
dem conterminalium internis, quam habent qua-

Ff 2 drata

drata totarum ipsarum parallelarum ad quadrata ipsarum conterminalium usque ad bipartitam sectionem se extendentium : nec non eam, quam habent quadrata internarum partium parallelarum ad iam saepe dicta rectangula.



Duas hæc etiam propositio partes habet, quarum prima quidē patet ex tertiadécima, & septima propositione huius Dilucidationis : secunda verò probatur per primam partem huius propositionis, & per tertiadécimam huius Dilucidationis, & per vndecimam propositionem quinti libri Elementorum Euclidis, ut in proxima figura declarari potest.

Demonstratio.

PROPO-

RABBI MOYSIS NARBONENSIS. 229
 PROPOSITIO SEXTADECIMA.
 THEOREMA XVI.

MANENTIBVS cunctis vt in præcedenti propositione: necessario excessus, quo iam dicta rectangula à conterminalium vsque ad bipartitam sectionem se extendentium quadratis superantur, nil aliud est nisi quadratum rectæ lineæ, quæ in ipsa cōterminali inter lateris triangularis sectionem, & bipartitam diuisionē recipitur. Vndè excessus, quo quadrata internarum partium parallelarum à totarum parallelarum quadratis exceduntur æqualis est quadrato primæ parallelæ, quæ tota extra Conum iacet. Necnon isti omnes excessus quadratorum totarum parallelarum supra quadrata suarum internarum partium inuicem æquales sunt.

Præsens propositio tres habet partes, quarum prima quidē patet ex sexta propositione huius Dilucidationis. Cum enim ipsa **EL** vtcunque in signo **G** secta sit, alterum autem ipsius segmentum, nempe **GE** per mediū in signo **M** sit diuisum, proculdubio per ipsam sextam propositionem rectangulum à tota **EL**, & infecto eius segmento **LG** contentum superatur à quadrato ipsius **ML** ex eodem priori **GL** segmento, & altero secundorum segmentorum nempe **GM** constantis, quadrato eiusdem **GM** lineæ. idemque in cæteris etiam ostendetur. Secunda autem probatur per primam partem præsentis, & præcedentis, & per duodecimam huius Dilucidationis, & per vndecimā propositionē quinti libri Elementorum Euclidis, & primam partem nonæ propositionis eiusdem quinti: Vel per secundam partem præcedentis, & suppositionem tertiædecimæ propositionis huius Dilucidationis, & eandem vndecimam quinti, & primam partem nonæ propositionis.

Demonstratio primæ partis.

Demonstratio secundæ partis duplex.

Prima Demonstratio
secundæ partis.

nis eiusdē.

Cum enim
excessus qua-

drati LO

supra qua-

dratū LK

ad excessū

quadrati L

M supra re-

ctangulum

contentum

ab EL, LG ,

idest p̄ pri-

mam partē

præsentis

propositio-

nis ad qua-

dratū GM

habeat ra-

tionē sicut

quadratum

LO ad qua-

dratū LM

per primā

partē præ-

cedentis :

quadratum autem LO ad quadratum LM eam habeat ratio-

nem, quam quadratum GH ad quadratum GM per duodecimā

propositionem huius Dilucidationis : ergo per undecimā pro-

positionem eiusdem quinti Elementorum excessus quadrati LO

supra quadratum LK eam habebit rationē ad excessum quadrati

LM supra rectangulum contentum ab EL, LG , idest ad qua-

dratum GM , quam habet etiam quadratum GH ad idem GM

quadratum. Igitur per primam partem nonæ propositionis eiusdē

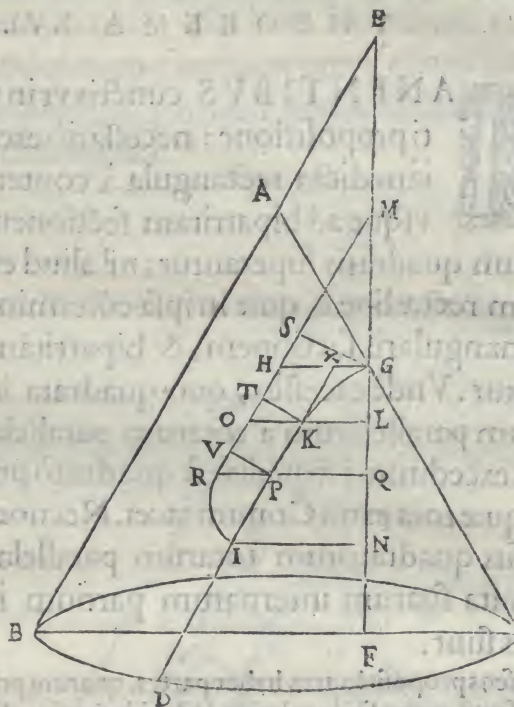
quinti Elementorum excessus quadrati LO supra quadratum LK

æqualis est quadrato lineæ GH . Idem quoque de excessibus qua-

dratorum cæterarum parallelarum totarum supra quadrata suarū

internarum partium ostēdetur. Præterea quoniam per secundam

partem



Secunda Demonstratio
secundæ partis.

partem præcedentis propositionis excessus quadrati LO supra quadratum KL ad excessum quadrati LM supra rectangulum comprehensum ab EL, LG , idest ad quadratum GM eandem habeat rationem, quam habet quadratum KL ad iam dictum rectangulum: quadratum autem LK ad iam dictum rectangulum eam habet rationem (per suppositionem tertie decime propositionis huiusce Dilucidationis) quam habet quadratum GH ad idem GM quadratū: erit per eandem vndecimā, & primā partem nonæ prop. quinti lib. Elem. Eucl. excessus quadrati LO , quo superat quadratum LK , æqualis quadrato GH . Idem autem hoc quoque secundo modo de cæteris etiam quadratorum parallelarum totarū supra quadrata suarum internarum partium excessibus demonstrabitur. Patet igitur utroque modo secunda propositionis pars. Tertia verò ex secunda iam demonstrata, & ex prima communi sententia primilibræ Elementorum Euclidis manifesta est. Tota igitur hæc propositio perspicua relinquitur. Manentibus igitur cunctis, & reliqua ut supra. Quod demonstrandum erat.

Tertie partis Demonstratio.

Conclusio vniuersalis.

PROPOSITIO DECIMASEPTIMA.

THEOREMA XVII.

Continens alteram partem demonstrationis duodecima.



VNCTIS similiter ut in præcedenti iacentibus, excessus quadratorum totarum parallelarum supra quadrata suarū internarum partium nil aliud est nisi duplum rectanguli ab interna, & externa parallelarum parte contenti, vnā cum quadrato externæ partis earundē. Vnde quadrata externarū partium basi Conicæ propinquiorum quadratis externarum partium à basi remotiorum minora sunt. Nec non ipsæ externæ parallelarū partes basi propinquiores externis partibus à basi remotioribus sunt minores.

Propositio.

Tres

Primæ par-
tis demon-
stratio.

Secundæ par-
tis Construc-
tio.

Demonstra-
tio secundæ
partis.

Cōclusio se-
cundæ partis.

Rabbi Moy-
fis defectus
primus.

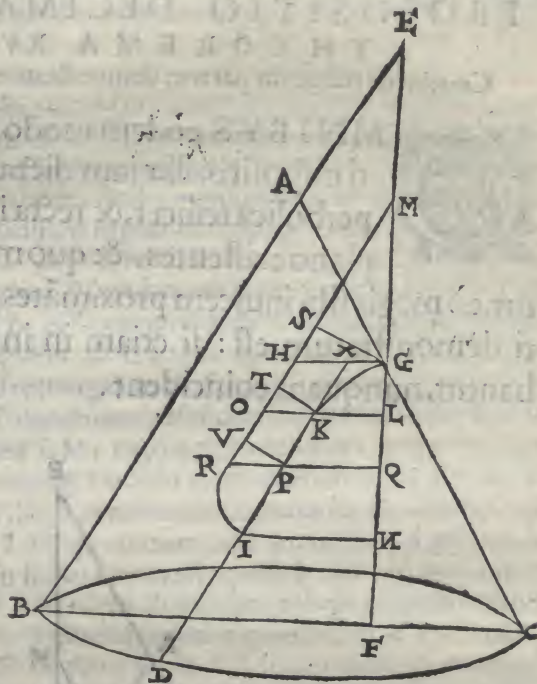
Tertiæ par-
tis demon-
stratio.

Conclusio
vniuersalis.

Demonstra-
tio alterius
partis Quæ-
siti principa-
lis.

Tres hæc quoque partes habet, quarum prima quidem ex octa-
ua huius Dilucidationis omnino clara est. Secunda verò facile de-
monstrari potest per secundam partem tertiæ propositionis illarum
trium, quas in operis initio demonstraui, peracta scilicet Con-
structione intelligatur enim duplum rectanguli ab $L K$, $K O$ Con-
tenti, quod est per primam propositionem secundæ libri Elemento-
rum Euclidis rectangulum à $K O$, & dupla ipsius $K L$ contentum,
quadrato ipsius $K O$ sic esse adiunctum ut proponit illa iam dicta
tertia propositio: necnon duplum rectanguli à $Q P$, $P R$ contenti,
idest rectangulum à $P R$, & dupla ipsius $P Q$ contentum, eodem
modo quadrato ipsius $P R$ adiectum esse. Cum itaque duo hæc
aggregata rectangula per primam partem huius propositionis sint
excessus quadratorum $L O$, & $Q R$ supra quadrata $K L$, & $P Q$,
quippe qui excessus per tertiam partem præcedentis propositionis
inuicem æquales esse demonstrati sunt: cumque linea $P Q$ maior
sit quam $K L$ per tertiā partem vndecimæ propositionis huius Di-
lucidationis, ideoque dupla etiam lineæ $P Q$ maior sit quam du-
pla lineæ $K L$ per quintamdecimam propositionem quinti libri Ele-
mentorum Euclidis: igitur per secundam partem, illius iam cōme-
moratæ tertiæ propositionis quadratum lineæ $K O$ maius est qua-
drato lineæ $P R$. idemque de cæteris etiam externarum partium
quadratis demonstrari potest. Patet itaque secunda etiam propo-
sitionis pars. cuius utique demonstrationem obscure admodum, &
caliginosè Rabbi Moyfes declarat, quoniam tertiam illam propo-
sitionē à nobis in superioribus demonstratā ipse sicco pede præterijt,
ex qua nimirum tota huius secundæ partis demonstratio dependet.
Ex hac autem secunda propositionis parte iam demonstrata, & ex
secunda communi sententiā huius tertiæ quoque propositionis pars
explorata relinquitur. Quare tota propositio candore luceat.
Cunctis igitur, &c. ut supra. Quod erat demonstrandum. Verum
enimvero cum ex tertia parte huius propositionis pateat externas
parallelarum partes conicæ basi propinquiores externis earundem
partibus à basi remotioribus esse minores, idemque de cunctis ex-
ternis eiusmodi partibus in infinitum ostendi possit: habemus iam
alterum præcipui nostri Quæsi membrum veluti demonstratum,
quod scilicet duæ lineæ in eodem plano iacentes quanto longius
producentur, eò magis sibi inuicem propiores fiant. Nā recta $M R$
linea, quæ à bipartita illa sectioe extra Coni superficiem protrahita
fuit

Cōclusio al-
terius partis
Quæſiti præ-
cipui.
Rabbi Moy-
ſis deſectus
ſecundus.



Gg PROPO-

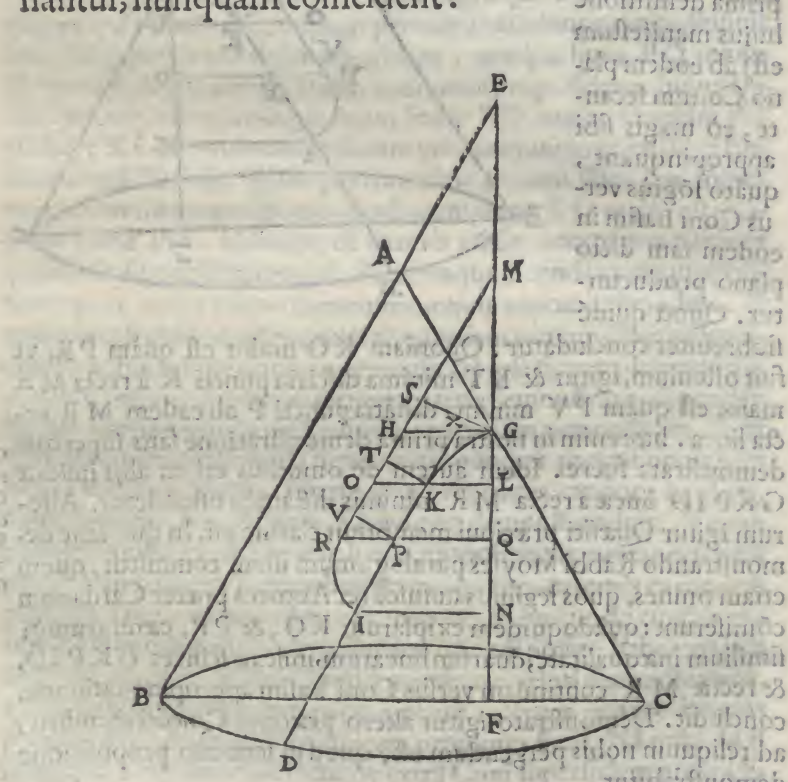
234 **2. DILUCIDATIO LIBELLARII**
PROPOSITIO DECIMOCTAVA.
THEOREMA XVIII.

Continens reliquam partem demonstrationis duodecimæ.

Propositio.



OMNIBVS eodem modo vt in præceden-
 ti dispositis, illæ iam dictæ duæ lineæ, Hy-
 perbolica scilicet, & recta in eodem ambæ
 plano existentes, & quò magis producun-
 tur, eò magis sibi inuicem proximâtes, vt in præceden-
 ti demonstratum est: si etiam in infinitum protra-
 hantur, nunquam coincident.



Sit

Sit hîc quoque figura superiorum propositionum posita. Dico itaque duas lineas inflexam scilicet $GKPID$, & rectam MR in eodem plano iacentes, & quantò magis versus Coni basin producuntur, eò magis sibi inuicem proximantes: si etiam in infinitum protrahantur, nunquam sese contingere. Nam si fieri potest tangant se in aliquo signo exempli gratia in signo I , à quo ad GF rectam lineam ducatur (vt in prima nostra demonstratione docuimus) IN recta linea perpendicularis in planum trianguli ABC , & parallela ipsis GH , & KL , & PQ rectis lineis. Erit igitur per primam partem vndecimę huius Dilucidationis ratio quadrati lineę IN ad rectangulum ab EN, NG comprehensum, sicut ratio quadrati lineę KL ad rectangulum ab EL, LG contentum. Sed ratio quadrati lineę KL ad rectangulum ab EL, LG contentum per tertiamdecimam huius Dilucidationis est sicut ratio quadrati lineę LO ad quadratum lineę LM , ergo per vndecimam propositionem quinti libri Elementorum Euclidis vt quadratum ipsius IN ad rectangulum ab EN, NG contentum, sic quadratum ipsius LO ad quadratum ipsius LM . quadratum autē ipsius LO ad ipsius LM quadratum eandem habet rationem, quam ipsius IN quadratum ad quadratum ipsius MN per duodecimam huius Dilucidationis: igitur per eandem vndecimam quinti vt quadratum IN ad rectangulum ab EN, NG , sic etiam idem IN quadratum ad quadratum ipsius MN . quare per secundam partem nonę propositionis eiusdem quinti Elementorum quadratum lineę MN æquale est rectangulo ab EN, NG contento, quod est absurdum: quoniam reuera quadratum ipsius MN superat rectangulum ab EN, NG contentum quadrato lineę GM , vt in sextadecima Dilucidationis huius demonstratum fuit. Non tangit igitur recta linea MR inflexam $GKPID$ in signo I . Similiter autem ostendetur quòd neque etiā in alio puncto dictę lineę sese tangere possunt. Nullibi ergo se contingunt si etiam in infinitum producantur. Omnibus itaque eodem modo, &c. vt in propositione. Quod demonstrasse oportuit. Verum hoc etiam demonstrato, vniuersum iam præcipuum nostrum Quæsitum luce clarius est. Hactenus igitur totam Rabbi Moyse demonstrationem iam dilucidauimus, ad perfectionemque Geometricam quoad fieri potuit redeimus, quę quidem erit duodecima præcipui nostri Problematis demonstratio.

Expositio.
Determinatio.

Constructio,
& Demonstratio reliquę
partis Quæ-
siti præcipui

Conclusio
eiusdem reli-
quę partis.
Conclusio
vniuersalis.

DILUCIDATIO VLTIMAE
PARTIS LIBELLI
RABBI MOYSIS,

Quæ continet aliam sensu magis perceptibilem præcipui Problematis Demonstrationem, quæ erit Propositi nostri xiiij. & vltima.

DOST ipsam autem iam dilucidatam demonstrationem volens ipse Rabbi Moses ostendere quodam etiam sensu magis perceptibili exemplo quòd causâ huiusce admirandi effectus in præfatis lineis supra Conum descriptis non aliunde prouenit nisi ab ipsa tumosa, montosâq; Coni rotunditate: reducit per imaginationem Conum in plano, in quo reperit quasdam à conica superficie distantias, quæ quantò magis Conus crescit basim versus, tantò minores sunt; & nunquam tamen adeo decrescunt, quòd nullæ prorsus euadant. quo quidem in plana superficie ostenso, reducit iterum per excogitationem Conum ipsum cum omnibus designatis lineis, ut iacebat in plano, ad corpus conicum, in cuius conica superficie ostendit easdem iam dictas permanere distantias continuè versus Coni basim decrescentes, & nunquam euanescentes. Postea docet per extremitates dictarum distantiarum Cono infixas curuam, seu Hyperbolicam lineam in quodam plano designare, & per alteras earundem distantiarum extremitates extra Conum iacentes rectam ducere lineam in eodem plano cum ipsa Hyperbolica iacentem, quippe qua tantò eidem
Hyper-

Hyperbolica propior fiet, quantò longius amba eodem in plano versus Coni basim unà cum toto ipso Cono producuntur: nunquam tamen ipsam tanget, etiam si in infinitum protrahantur. Verumtamen quoniam exemplum hoc ipsius Rabbi admodum obscurè perplexè, concisèq; ab ipso declaratur; & præsertim quia Lemma quoddam Geometrica nimirum demonstratione indigens sicco pede præterire videtur, in quo tota huius exempli vis consistit: idcirco hæc ultima pars à nobis leuiter prætereunda non est, sed maxime illustranda, atque dilucidanda. Pulcrum siquidem exemplum hoc est, & sensu perceptibilem rei veritatem Geometricis rationibus confirmatam ob oculos per quandam imaginationem expeditissimè ponit. Agè igitur illud Lemma prius demonstremus, quod ipse Rabbi indemonstratum reliquit. Sit autem Theorema huiusmodi.

Lemma sequentis Demonstrationis.

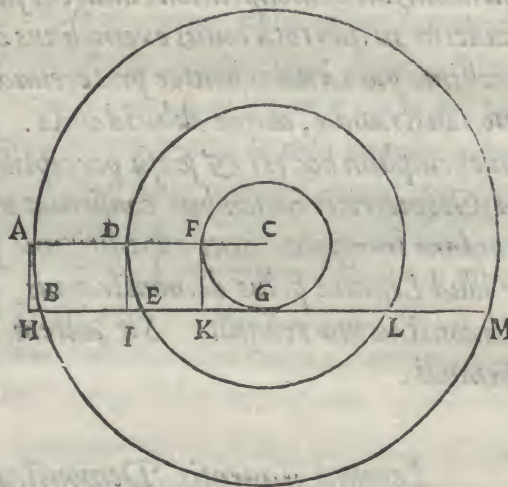
Theorema.

In quolibet circuli concentrici in eodem Proposito. plano designati fuerint, in eisq; duæ rectæ lineæ parallellæ ducantur altera quidem tangens vltimum interiorem circumulum, & secans reliquorum circulorum circumferentias, altera verò à communi centro exiens, secansq; omnes circulorum circumferentias; & à punctis, ubi linea
à cen-

à centro exiens circumferentias fecat, ad reliquam parallelam perpendiculares recte ducantur lineæ: erunt ipsius rectæ lineæ interiorem vltimum circulum tangentis partes inter ipsas perpendiculares, & circulorum circumferentias receptæ, quò magis à iam dicto contactu remotæ, eò quidem minores.

Expositio.

Sit circulus AB, cuius centrum C, & intra ipsū alius DE circulus habens idem centrū, & intra hunc tertius circulus FG prioribus concentricus, & à dato pūcto G (quodcunque sit) ducatur per decimanseptimam propositionē tertij libri Elementorum Euclidis recta linea tangens datum circulum FG in ipso signo G, & secans circumferentiam quidem DE



in signo E, circumferentiam verò AB in signo B, quæ per secundam petitionem primi libri eorundem producatulr ultra signum B interminatè. & per punctum C ducatur per tricesimamprimam propositionem eiusdem primi libri Elementorum parallela ipsi BG, quæ sit CFDA. & à signis ADF erigantur per vndecimam propositionem eiusdem primi ad rectos angulos ipsi AC ipsæ AH, DI, FK rectæ lineæ, quæ productæ secant ipsam GB ex parte B interminatam in signis HIK: Secabunt enim eam necessariò cum secant ipsi parallelam AC ratione sæpè superiùs dicta: erunt itaq; ipsæ AH, DI, FK perpendiculares super ipsam GH per tertiam partem vicesimænonæ propositionis, & decimam definitionem primi libri Elementorum Euclidis, cadentq; per sextamdecimam proposi-

propositionem tertij lib. eorundē extra circulorū circumferentias, quas tangunt per Corollarium eiusdem sextadecimæ. His ita expositis dico lineam EI minorem esse ipsa GK , & ipsam BH ipsa EI . Si enim ita non fuerit, sit si fieri potest EI æqualis ipsi GK , vel maior quàm ipsa; & producat per secundam petitionem primi libri eorundem ipsa HG in partem G quousque secet ex altera parte circumferentias circulorum ipsius quidem DE in signo L , ipsius verò AB in signo M . Quoniam igitur FK , & GK tangunt circulum FG , æquales sunt per tricesimam sextam propositionem tertij, & primam Communem Sent. primi libri Elementorum Euclidis, & per secundam Com. Sent. huius. est autem FK æqualis ipsi DI , necnon ipsi AH per tricesimam quartam propositionem eiusdem primi Elementorum. ipsę enim FK , DI , AH invicem parallelę sunt per secundam partem vicesimæ octavę propositionis primi libri eorundem. & ipsa igitur GK ipsi DI , & AH æqualis est per primam Comm. Sent. eiusdem primi bis sumptam. si ergo EI sit æqualis ipsi GK , erit etiam æqualis ipsi DI per eandem primam Com. Sent. est autem rectangulum ab LI , IE contentum æquale quadrato ipsius DI per iam dictam tricesimam sextam tertij. igitur per eandem secundam Com. Sent. huius, & per primam Com. Sent. eiusdem primi Element. quod ab LI , IE continetur æquale est quadrato ipsius EI , totum scilicet suę parti per tertiam propositionem secundi libri Elementorum Euclidis, quod fieri non potest per nonam Com. Sent. primi libri eorundem. Non est igitur EI æqualis ipsi GK . Sit modò maior quàm ipsa; erit etiam maior quàm DI per secundam partem septimę propositionis quinti libri Elementorum Euclidis, & nonam Com. Sent. huius. quare per secundam Comm. Sent. huius quadratum lineę EI maius erit quadrato lineę DI . Cùm autem rectangulum ab LI , IE contentum æquale sit quadrato ipsius DI , erit per primam partem eiusdem septimę quinti, & nonam Com. Sent. huius dictum rectangulum minus quadrato ipsius EI , totum videlicet sua parte per eandem tertiam secundi, quod utique absurdum priorē peius est. Non est ergo EI maior quàm ipsa GK ; ostensum autem fuit quòd neque etiam ipsi æqualis: necessariò igitur minor quàm ipsa est. Præterea si BH minor non est quàm EI , sit primò ipsi æqualis. Quoniam itaque rectangulum quidem, quod ab LI , IE æquale est quadrato ipsius DI per tricesimam sextam propo-

Determinatio.

Constructio.

Demonstratio indirecta.

propositionem li-
bri tertij Elemen.

Euclidis, quod ve-
rò ab MH , HB si

militer quadrato

AH per eandem,

quadratum autē

AH quadrato DI

per tricesimā quar-
tam propositionē

primi libri Elemē.
Eucl. & secundam

Comm. Sent. hu-
ius est æquale: igitur per primam

Com. Sent. eiusdē
primi Elemento-

rum bis sumptam rectangulum ab LI , IE contentum æquale erit

contento ab MH , HB rectangulo. sed contentum ab LI , IE cō-

tento ab LI , BH est æquale per suppositionem, & tertiam Com.

Sent. huius: ergo & contentum ab MH , HB æquale erit contē-

to ab LI , BH per primam Communem Sent. eiusdem primi Ele-

mentorum, quod utique est maximum inconueniens, quoniam re-

uera contentum ab LI , BH minus est contento ab MH , HB per

primam propositionem sexti libri eorundem Elem. accepta enim

BH pro communi altitudine, quemadmodum basis MH basi LI

per nonam Comm. Sent. primi eorundem maior est, ita etiam con-

tentum ab MH , HB contento ab LI , BH maius erit per nonam

Com. Sent. huius. Non est igitur BH ipsi EI æqualis. Sit modò

maior quàm ipsa. erit itaque rectangulum ab MH , HB compre-

hensum maius rectangulo ab LI , IE comprehenso per tertiam

Comm. Sent. huius. hoc autem fieri non potest, quoniam paulò

antè duo iam dicta rectangula æqualia inuicem esse ostensa sunt.

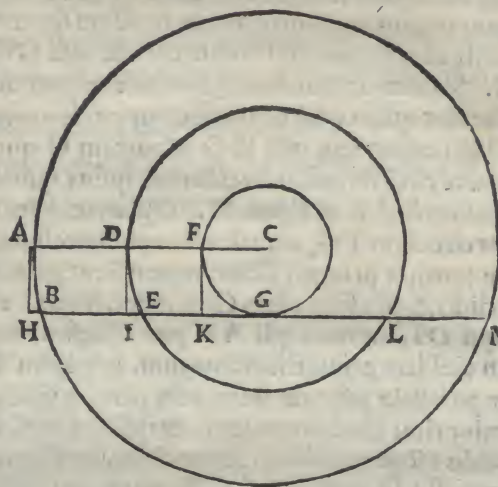
Non est ergo BH maior quàm EI : at ostensum est quòd neque

etiam æqualis ipsi esse potest: de necessitate igitur minor quàm ip-

sa erit. Quare demonstratum est ipsam BH ipsa EI , ipsamque

EI ipsa GK minorem esse. Idem autem eodem modo de cæte-

ris quòque huiusmodi rectis lineis, si etiam infiniti essent con-



centrici

centrici descripti circuli, ostendi potest. Patet ergo propositum indirectè. Possumus autem & directè breuiter idem sic demonstrare. Quoniam quadratū ipsius GK quadrato ipsius FK per tricesimam sextam prop. tertij, & primam Com. Sent. primi libri Elementorum Euclidis æquale est; atque idcirco quadrato etiam ipsius DI per secundam Comm. Sent. huius, & eandem primam Com. Sent. primi. Est autem quod etiam ab LI , IE continetur rectangulum per eandem tricesimam sextam tertij æquale eidem ipsius DI quadrato: igitur per eandem primam Comm. Sent. rectangulum ab LI , IE contentum quadrato ipsius GK crit æquale. Sed quadratum ipsius EI minus est per tertiam propositionem secundi libri Elementorū Euclidis rectangulo ab LI , IE contento: ergo per secundam partem septimæ propositionis quinti libri eorundem, & nonam Communem Sententiam huius quadratum ipsius EI minus est quadrato ipsius GK . quare per secundam Communem Sententiam huius linea EI quàm linea GK minor erit. Rursus contentum ab LI , IE rectangulum æquale est ei, quod ab MH , HB continetur rectangulo (vt superius ostensum est) & per tertiam propositionem secundi libri Elementorum Euclidis, quod quidem ab LI , IE continetur æquale est contento ab LE , EI , simulque ipsius EI quadrato: quod verò ab MH , HB ei, quod ab MB , BH , vnà cum quadrato ipsius BH . habemus ergo duo rectangula alterum ab LE , EI , & alterum ab MB , BH contenta, quæ duobus quadratis, linearum scilicet EI , & BH ita adiungi possunt, vt vnum quidem cum ipsis commune latus habeant; duo verò duobus indirectum iacentia: atque duo hæc aggregata inuicem æqualia sunt, vnum autem vnius rectanguli latus ex indirectum iacentibus, ipsum nempe EL minus est per nonam Communem Sententiam primi libri Elementorum Euclidis vno ex eisdem alterius rectanguli lateribus, vtpotè ipso BM : igitur per secundam partem tertie propositionis in principio huius libri demonstratæ quadratum lineæ BH quadrato ipsius EI minus est. vnde per secundam Communem Sententiam huius linea quoque BH quàm ipsa EI minor erit. Similiter autem de quibuscunque etiam alijs huiusmodi lineis idem ostendetur. Perspicuum igitur est propositum etiam directè. Si itaque quolibet circuli concentrici in eodem plano designati fuerint, & reliqua vt superius. Quod demonstrandum erat.

H h Hoc

Conclusio in
directæ de-
monstratio-
nis.
Demonstra-
tio directæ.

Conclusio di-
rectæ demon-
strationis.
Conclusio
torius.

Rabbi Moy-
fis defectus
tertius.

Hoc itaque Theorema proposito nostro maximè necessarium ipse Rabbi prætermisit. Cum enim dixisset distantiam EI minorem esse distantia GK , similiterque ipsam BH ipsa EL , & sic de cæteris eiusmodi: hoc porro nulla alia ratione probauit, nisi quia (inquit ipse) maiores circuli minorem habent incuruationem. quæ quidem ratio prius concludit quàm illa Orontij ratio ab incuruatione circulorum ipsa quoque suscepta, quam in superioribus tanquam nil concludentem redarguimus.

DECIMATERTIA, ET VLTIMA PRAECIPVI PROBLEMATIS

DEMONSTRATIO.

Expositio.



VM à nobis proximum Lemma Geometricè iam demonstratum sit, proposito nostro nunc illud applicantes dicimus. Quod si Conum aliquem imagine mur esse supra basim suam compressum, totumque in plano iacentem: tunc quidem omnes circuli, qui in eius conica superficie basi paralleli erant, in vno, eodemque plano iacebunt idem commune centrum circumstantes, quod utique prius Coni fastigium erat: latus verò Coni erit recta linea à centro communi concentricorum circulorum exiens, omnesque circulorum ipsorum circumferentias ex altera parte secans, quemadmodum linea CA in superiori figura, quæ etiam hîc tota repetenda est præter lineam GLM , ut cuius hoc loco nullus sit usus futurus.

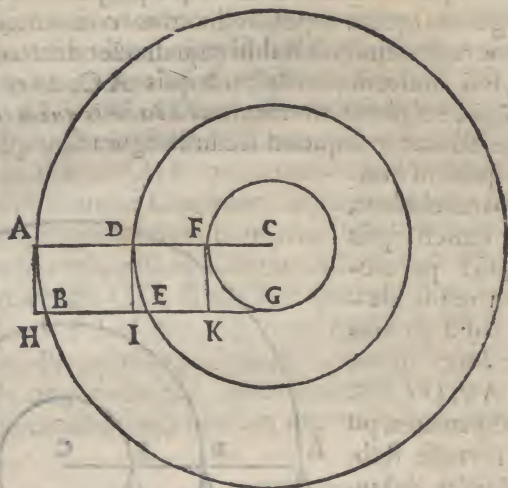
Constructio.

Si igitur Conum hunc ita compressum, totumque in vno plano prostratum, ad suam pristinam montosam, tumosamque rotunditatem restitutum esse intellexerimus; & eius latus, nempe ipsam AC à basi usque ad verticem iam ascendisse: proculdubio statim inueniemus etiam rectæ quidem AC parallelam, ipsam scilicet GH simul cum perpendicularibus AH , DI , FK circulos tangentibus eleuatam in aërem extra Conum, & remotam à punctis B, E, G conicæ superficiei iuxta distantias BH , EI , GK quantis non minimas. Quæ profectò distantia quemadmodum prius in Cono supra basim suam toto compresso continuè versus ipsam basim, scilicet vltimum exteriorem AB circulum imminuebantur (ut demonstratū fuit in proximo Lemmate) nec tamē vnquam puncta H, I, K ,

Demonstratio.

vel

vel alia eis similia
circulorū circun-
ferentias tangere
poterāt, quoniam
lineæ AH , DI ,
 FK , & omnes eis
similes semper ex-
tra circulos cade-
bant per sextam-
decimam propo-
sitionem tertij li-
bri Elemen. Eu-
clidis: ita nunc e-
tiam iam dictæ di-
stantiæ eademmet
quæ in plano erāt
permanentes con-

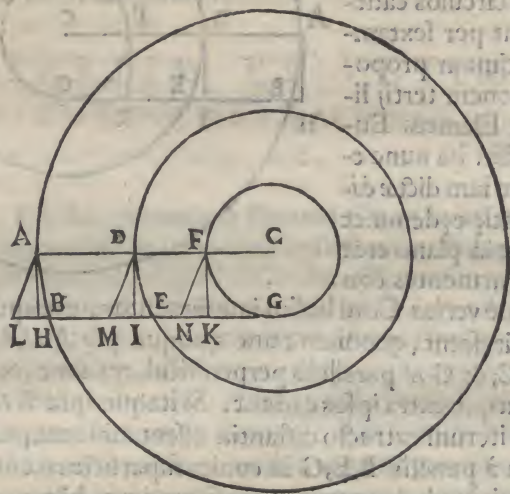


tinuè versus Coni basim imminuentur, nunquam tamen prorsus
deliteſcent, quoniam nunc quoque ipſæ AH , DI , FK lineæ ipſis
 AC ; & GH parallelis perpendicularares ſunt, & circulos tangunt,
totæque extra ipſos cadunt. Si itaque ipſæ BH , EI , GK in Co-
no iterum extructo diſtantiæ eſſent minimæ, per quas recta GH li-
nea à punctis B, E, G in conica ſuperficie iacentibus diſtare poſſit:
nimirum haberemus propositum iuxta hanc quoque imaginariam,
ſenſu perceptibilem, exemplaremq; demonstrationem. nam ima-
ginaremur planū quoddam ab ipſa GH linea Conum verſus exur-
gere, ipſamque ſuperficiem conicam penetrare, quod utique pla-
num cum per Coni verticem non tranſeat, neque baſi conicæ pa-
rallelum ſit; deſignaret nimirum per quintam petitionem huius in
conica ſuperficie ſub recta GH lineam quandam inflexam lineam,
ſcilicet communem dicti ſecantis plani, & conicæ ſuperficie ſectio-
nem per ſigna B, E, G tranſientem, quæ in eodem eſſet plano cum
ipſa GH , propiorque ei fieret in ſigno E quàm in ſigno G , & in
ſigno B quàm in E ſigno, & ſic in cæteris uſque in infinitum, ſi
vnà cum toto Cono produci intelligantur. At quoniam ipſæ por-
rò diſtantiæ BH , EI , GK non ſunt minimæ, quibus GH recta li-
nea ab ipſis B, E, G ſignis diſtare poſſit, ut in ſuperioribus à nobis
ſatis ſuperque demonſtratum fuit; idcirco hinc quoq; opus eſt mi-

H h 2 nimas

nimas reperire distantias, in eisque propositum concludere ne parallogismus (quem superius diximus) committatur. fortasse enim ad hoc respiciens ipse Rabbi cum dixisset duci tres illas lineas AH , DI , FK inuicem parallelas, & ipsis AC , GH perpendiculares: subiūxit, *vel sint etiam remotiores à circulis quàm ipse perpendiculares.* quales scilicet in sequenti secunda figura sunt ipsæ AL , DM , FN .

quæ quidem inuicem parallelæ sunt, non tamen ipsis AC , GL parallelis perpendiculares: sed à circulis remotiores quàm ipsæ AH , DI , FK perpendiculares. putans fortasse Rabbi Moyses distantias BL , EM , GN esse in Cono rotundo minimas illas distantias, quas querimus: vel has quidem esse maiores (vt etiam in plano sunt) ipsis

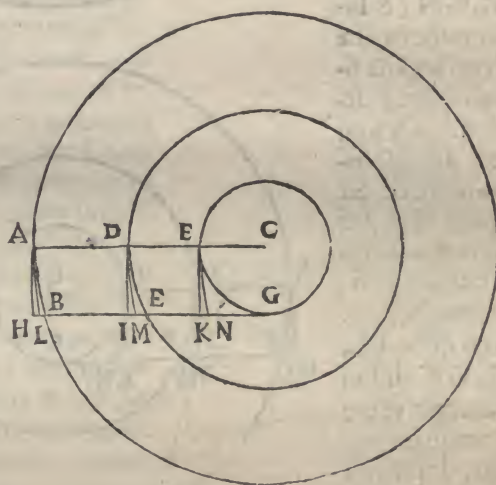


BH , EI , GK distantijs; ipsas verò BH , EI , GK esse dictas minimas. nam in ipsis etiam BL , EM , GN verum est dicere quòd distantia EM minor est quàm GN , & BL quàm EM . cum enim ipsæ AL , DM , FN inuicem parallelæ sint; sunt autem ipse etiam AC , GL : igitur per tricesimam quartam propositionē, & primam Communem Sententiam primi libri Elementorum Euclidis bis sumptas LM æqualis est ipsi HI , & MN ipsi IK . quare ablati communi HM , & communi IN : erit per tertiam Communem Sententiam eiusdem bis sumptam HL æqualis ipsi IM , & IM æqualis ipsi KN . Si ergo ipsis BH , EI , GK iam demonstratis inæqualibus distantijs ipsæ HL , IM , KN æquales adiungantur distantia: erit per quartam Communem Sententiam eiusdem tota distantia BL minor quàm tota EM ; & similiter tota EM minor

minor quàm tota GN . Quod erat demonstrandum. Hoc modo igitur ipsæ Rabbi ostendit, concluditque propositum. Verùm hîc magnopere animaduertendum est, quòd ipsæ, quæ à nobis quærun- tur minimæ distantia, non sunt neque ipsæ BH, EI, GK , vti dixi- mus: neque ipsæ BL, EM, GN , vt fortè Rabbi putauit. hæ namque nec in plano, nec in rotundo Cono minimæ possunt esse distantia, cùm ipsis BH, EI, GK non minimis in vtroque Cono distantijs maiores in vtroque Cono sint: in plano quidem, vt pa- tet per nonam Communem Sententiam primi libri Elementorum Euclidis: in rotundo verò, quia obtusorem subtendunt angulum, contentum scilicet à recta GL , & qualibet ipsarum BH, EI, GK distantiarum, vt in rotundo Cono inspicienti manifestum est. Non sunt itaque minime distantia neque ipsæ BH, EI, GK , neque ip- sæ BL, EM, GN : neque vllæ aliæ, quæ commodè in plano pos- sint ostendi. quum etenim reuera earum extremitates inter signa

Côclusio ip-
sius Rabbi
imperfecta
in non mini-
mis distantijs.
Notandum.

B, H ; & E, I ; &
 G, K caderent,
quales sunt in se-
quenti tertia fi-
gura ipsæ BL, EM, GN ; fieri
verò nequaquam
potest per sextâ-
decimam propo-
sitione tertij libri
Elem. Eucl. vt in-
ter ipsas AH, DI, FK perpen-
diculares, & cir-
culorum circunfe-
rentias vllæ rectæ
lineæ cadant, quæ
ipsas minimas di-



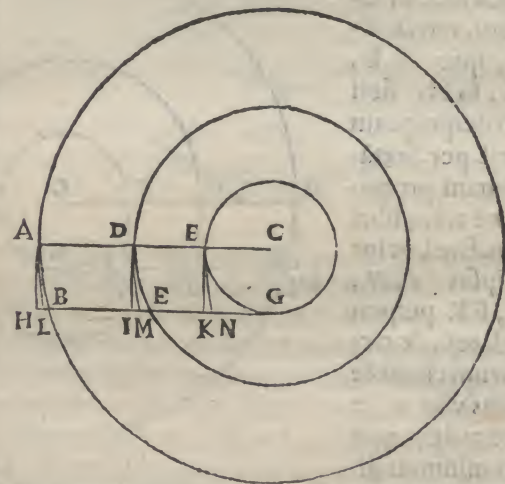
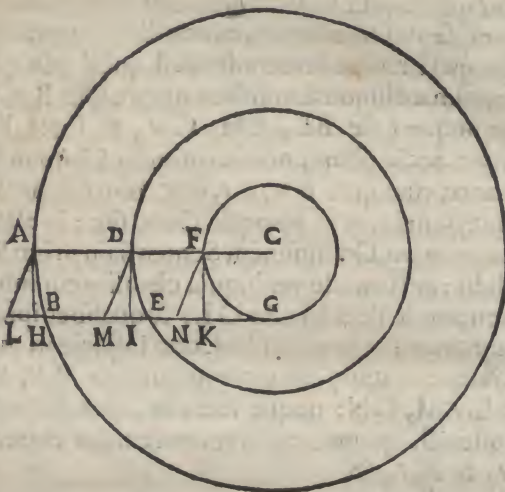
stantias in recta GH linea distinguant: idcirco malè in pla-
no ipsæ veræ minimæ distantia ostendi possunt. ni fortè quis
exempli causâ inter ipsas AH, DI, FK perpendiculares, &
circulorum circunferentias quasdam rectas lineas falsò designa-
tas supponat, vt nos in præsentî figura fecimus, vt verum
minimarum

Error ipsius
Rabbi.

minimarū distan-
ntiarum locum,
quem in rotundo
Cono sortitē sūt,
in plano etiā ostē-
deremus. hæc au-
tem fuit causa q̄
ipse Moyses malē
minimas, ipsas o-
stenderit distan-
tias. nam si ipsas

quidem BH , EI ,
 LH MI NK
 GK pro minimis
accepit distantijs;
superuacaneū e-
rat ipsas etiā BL ,
 EM , GN (& lo-
quor nunc in præ-
cedenti secūda fi-
gura) cōtinuē de-
crescentes, & nun-
quam delitescen-
tes ostendere. Sa-
tis enim esset per
ipsas minimas di-
stantias propofi-
tum concludere.
si verò ipsas BL ,
 EM , GN distan-
tias accepit (vt cre-
do) tanquam mi-
nimas, dupliciter
deceptus est: pri-
mò quoniam ipse

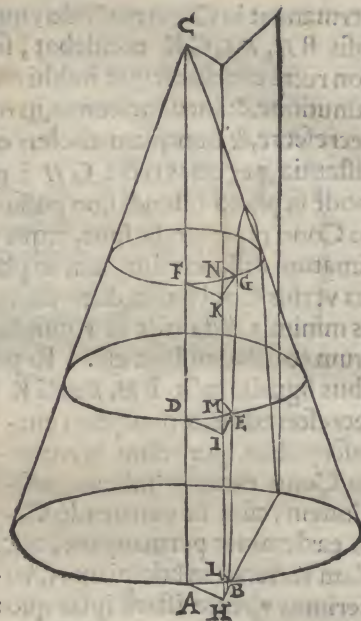
tum in plano tum in rotundo Cono nequaquam minimæ sunt, vt
iam ostendimus: secundò quia si etiam essent minimæ, paralogis-
mum maximum ipse cōmittit dum per hæc, scilicet BL , EM , GN
distantias concludit intentum; quandoquidem nō eademmet ipse
permanent



viceſimæ octauæ propoſitionis
eiufdem primi inuicem paralle-
læ ſunt, & vnà cum parallelis BH ,
 EI , GK non minimis diſtantijs,
& cum recta linea KH triangu-
la claudunt ſimilia per ſecundam
partem viceſimæ nonæ, & triceſi-
mæ ſecundæ propoſitionis, & ter-
tiam Communem Sententiam
primi, & quartam propoſitionē,
& primam definitionem ſexti li-
bri Elementorum Euclidis: igitur
quemadmodum EI minor
eſt quàm GK , & BH minor
quàm EI ; ſic etiam EM minor
erit quàm GN , & LB quàm EM .
per nonam Communem Senten-
tiam huius. ac demum hæc conti-
nua decretio ſimiliter de omni-
bus alijs huiusmodi minimis
diſtantijs demõſtrari poterit, nec

Cõcluſio per
ſecta in mini-
mis diſtantijs.

vnquam tales diſtantiæ minimæ ita imminui poſſunt vt recta KH
linea ipſam inflexam in Coni ſuperficie iacentem tangat. Si enim
inter dictas duas lineas rectam ſcilicet, & inflexam maiores illæ di-
ſtantiæ BH , EI , GK ſemper ſunt, vt ſuperius oſtendimus; tantò
magis illæ minores diſtantiæ erunt, atque idcirco nunquam illæ duę
lineæ propiùs ſemper ſibi in eodem plano accedentes ſeſe contingere
poterunt, etiam ſi in infinitum verſus Coni baſim vnà cum toto
Cono protractæ fuerint. Quoniam autem hæc, quę diximus agrè
in plano conſpici poſſunt, extruatur Conus ille, quem ſuperiores fi-
guræ in plano compreſſum eſſe oſtendunt, & fiant omnia ſicut dixi-
mus, propoſitum quę liquebit haud diſſimiliter quàm in noſtra ſe-
cunda demonſtratione. Poſtremò verò docet Rabbi Moyſes duas
iam dictas lineas expeditiſſima quandam via in eodem plano deſi-
gnare, quæ talis eſt. Fiat Conus ex Rapa, vel quadam alia tracta-
bili, facile quę ſectili materia, in quo ducatur primùm à vertice uſq;
ad baſim recta linea, qualis eſt ipſa $ADEC$: deinde ſecetur Co-
nus plano quopiam parallelo ſuperficie planæ trianguli per axem,
cuius



[Expeditiſſi-
ma via in Co-
no rotundo
deſcribendi
duas lineas
in eodẽ pla-
no, quæ
coinciden-
tes, & ſem-
per ſibi ma-
gis appropin-
quantes.

cuius trianguli latus est ipsa AC recta linea; planumque illud secans Conum sit verbi gratia Papyrus: post modum designetur in ipso Papyro linea BEG iuxta communem ipsius plani, & conicæ superficiei sectionem, quæ nimirum erit inflexa, Hyperbolicaue linea rationibus superius dictis: postea ducantur à punctis A, D, F rectæ lineæ AH, DI, FK ad angulos rectos ipsi AC, quæ tangent circulos in signis ADF; & producantur quousque occurrant in H, I, K punctis plano secanti Conum extra conicam superficiem productis; & ducatur recta linea transiens per H, I, K puncta, ac demum inueniantur (vt docuimus) minimæ distantia GN, EM, BL, quæ situmque factum erit. Recta. n. HK, & inflexa GEB semper propiores fieri, & sibi nunquam occurrere superioribus rationibus demonstrabuntur, eruntque ambæ in eodem Papyro plano designatæ. Hoc modo ipse Rabbi cõsultat expedite propositum assequi posse. Veruntamen (vt mihi videtur) neque Rapa ipsa, neque lignum, neque aliud corpus opacum satis commodum esset ad extruendos Conos ipsos, & faciendas in eis debitas sectiones, & protrahendas lineas tum rectas, tum circulares, tum etiam mistas, punctaq; omnia sectionum literis alphabeticis obsignanda, propositi demonstrandi gratia. nam ipsorum corporum opacitas esset nobis impedimento, vt non oēs, quas libuerit lineas protraheremus, vel protrahat vno oculorum intuitu simul cõspiceremus. ni forte fortuna corpora illa conica diaphana, atque omni ex parte conspicua essent; vtpotè Vitrea, vel Crystallina, vel cuiusdã alius eiusmodi materiæ transparentis. quod tamen esset factu admodum difficile propter earum materialium fragilitatem. Melius igitur erit Conos ipsos construere lineis æneis, vel ferreis, vel etiã (si quis vellet) argenteis, & aureis: doctrina siquidem hæc adeo digna, & nobilis est, vt argento, atq; auro, & alia (si qua esset) præciosiori materia Coni ipsi confici mereantur. nam si talibus materijs Coni extruantur, dubio procul puris materialibus lineis oēs in eis debita sectiones: necnon lineæ rectæ, circulares, & mistæ oculis vno intuitu repræsentari: punctaq; omnia sectionum, & linearum extrema literis alphabeticis super paruissima facta ex Papyro quadrata describi, ac demum in Cono tenaci quadam materia debitis locis applicari, vel etiam (quod melius est) in ipsa eadem metalli materia exculpi poterunt. Tot autem pro Dilucidatione quoq; libelli Rabbi Moylis Narbonensis à nobis dicta sufficiant.

De materijs
Conorū ex-
truendorū.

Materiæ cõ-
modæ ad ex-
truendos Co-
nos.

P E R O R A T I O .

HAE C igitur Camille vir clarissime circa ipsum
 admirandum Geometricum Problema iam à te
 mihi propositum erant dicenda. Quoniam au-
 tem ad finem suscepti negotij Dei Opt. Max. auxilio
 peruenimus, modo reliquum est, ut eum Rabbi Moysis
 Aegyptij locum excerptum ex primi libri capite se-
 ptuagesimo tertio sui operis inscripti Director
 dubitantium, quippe quem in huius
 operis Praefatione tetigimus, di-
 ligenter exponamus, si-
 cut ibi promi-
 simus.

F I N I S .

P A R S Q V A E D A M
E X C E R P T A E X
CAPITE LXXIII

Primi Libri Operis Rabbi Moyſis Aegyptij, quod
vocatur Director dubitantium.

SCIENTIA S igitur lector huius capitis quod
cum cognoueris animam cum suis virtu-
tibus, fueritque tibi certa quaelibet pars
earum iuxta veritatem suae essentiae: scies
quod virtus imaginatrix inuenitur in quamplurimis
animalibus, nempe in omnibus animalibus perfectis,
quae habent cor. quod enim imaginatio in his existat,
notum est. & homo non discrepat ab eis imagina-
tione. & operatio imaginationis non est operatio
mentis, sed ipsi opposita. quoniam mens dissoluit
composita, & separat eorum partes, & facit ea sim-
plicia, & incompressa in essentia, & causa eorum: &
considerat ex vna re multas, inter quas est differentia
apud mentem, quemadmodum est differentia inter
duo indiuidua speciei humanae apud imaginationem.
Praeterea in mente separatur res vniuersalis ab indiui-
dua, & non verificatur aliqua demonstratio nisi in
vniuersali. & in mente dignoscitur praedicatum sub-
stantiale ab accidentali. Verum imaginatio nullam
harum operationum habet. quoniam ipsa non con-

Quo diffe-
rat mens ab
imaginatio-
ne.
Mentis ope-
rationes.

Imaginatio-
nis operatio-
nes.

Ii 2 fiderat

fiderat nisi indiuiduum compositum eo modo, quo à sensibus apprehenditur: vel coniungit res in essentia diuersas, easque componit vnā partem cum alia, & ex omnibus vnum conficit corpus, aut vnā virtutem ex virtutibus corporalibus, quemadmodum potest imaginari Phantasia hominem cum capite equi, habentem alas, & id genus alia. quod quidem vocatur falsitas, & mendacium. cum nulla res existens in rerum natura ei correspondeat. Nec vllō pacto poterit imaginatio rem vniuersalem considerare; seque abstrahere à materia dum considerat; quanuis etiam ipsa forma esset penitus in infinito gradu separata. Quare non est in Imaginatione certa cognitio. Amplius audi, quantum nos iuuarunt scientiæ Mathematicæ, & quā magnum bonum est, quod ab ipsis per suas præmissas didicimus. Scias quod quædam sunt, quæ cum in Imaginatione considerantur, non apprehenduntur: sed inuenitur impossibilitas impressionis eorum, sicut impossibilitas coniunctionis duorum contrariorum. Postea verò demonstratione verificabitur existentia illius rei, quæ videbatur impossibilis Imaginationi: existentiaque ipsam reperiet. Exempli gratia si excogitaueris Sphæram rotundam magnā cuiusuis quantitatis, licet etiam eam imaginatus fueris magnā secundum amplitudinem Sphæræ Vniuersi: post hoc excogitaueris dimetientem transeuntem per eius Sphæræ centrum: deinde imaginatus

Cōfirmat exē
plis duobus
Mathemati-
cis Mentis ab
Imaginatio-
ne discrepan-
tiam.

Exemplū pri-
mū Astrolo-
gicum.

natus fueris duos homines stantes super duabus extremitatibus ipsius dimetientis, ita ut pedes eorum sint oppositi secundum dimetientis rectitudinem, sintque dimetiens, & pedes in vna recta linea: Necessesse est quod dimetiens sit aut è regione Opaci, aut non è regione; si fuerit è regione, cadent ambo; si verò non fuerit è regione, cadet alter eorum, qui est in inferiori parte, alter autem stabit. Hoc modo consideratur hoc ab Imaginatione. Nihilominus demonstratione notum est quod terra rotunda sit, nec non posita super duabus dimetientis extremitatibus: & vtriusque habitantium in duabus extremitatibus caput est versus coelos, & pedes ipsius sunt oppositi versus pedes alterius existentis in extremitate dimetientis: nec fieri potest ut alter eorum cadat. quoniam non est verum quod alter eorum supra, & alter infra sit: sed vterque eorum est tum supra tum infra, cum fuerint relati adinuicem. Similiter demonstratum est in libro secundo de Conicis, quod possunt in eodem plano exire duæ lineæ, quæ in principio sunt aliquantulum distantes ab inuicem, & quantò magis protrahuntur, diminuitur distantia, & appropinquant sibi: nec tamen inuicem coniunguntur, licet in infinitum producantur, alteraque alteri appropinquet. Istud autem non potest excogitari, neque in Imaginationem cadit. Earum duarum linearum altera est recta, & altera curua, sicut ibi declaratum est.

Exemplum
secundū Geo-
metricum.

Ecce

Exemplum
tertium Me-
taphysicum.

Ecce igitur quòd nota est existentia eius, quod excogitari non potest, nec ab imaginatione comprehendi; imò est impossibile apud ipsam. Similiter autem demonstrata est impossibilitas eius, quod imaginatio affirmat. verbi causa quòd Deus sit corpus, aut virtus in corpore. quoniam apud imaginationem non reperiuntur nisi res corporeæ, &c.

FRANCISCI BAROCII
COMMENTARIUS.

QVANDOQVIDEM in Præfatione nostri Operis, in quo admirandum illud Geometricum Problema tredecim modis demonstrauius; verba Rabbi Moyſis Aegyptij, quibus iam dicti Problematis mentionem fecit, exponere promisiſimus: in præſentia tempus, & locus expoſtulat, vt promiſſionem noſtram adimpleamus. Quoniam autem in principio iam dicti Operis noſtri inter Autores, qui Problema illud imperfectè demonſtrarunt, ipſum quoque Rabbi Samtoui poſuimus, de cuius imperfecta Demonſtratione nullum verbum in Opere noſtro fecimus (omnium ſiquidem imperfectas Demonſtrationes ventilauimus præter Demonſtrationem innominati Autoris, cum eadem cum Orontij Demonſtratione ſit; & ipſius Rabbi Samtoui, quam tanquam omnium imperfectiſſimam Opere noſtro indignam iudicauimus) non ab re factū iri exiſtimo, vt ipſius etiā nondū (q̃ ego ſciā) ex Hebraico in Latinū ſermonē cōuerſæ Demōſtrationis maxima imperfectio cognoscatur, ſi eam in fine huiusce noſtri Cōmentarij ſubſcriperimus, de eaque breuiter ſententiā noſtrā in mediū attulerimus. Primum igitur ad expoſitionem verborum Rabbi Moyſis Aegyptij accedentes dicimus, quòd volens ipſe Moyſes in capite ſeptuageſimotertio primi libri ſui Operis inſcripti Director dubitantium docere quo differat Mens ab Imaginatione, inquit quòd quilibet Philoſophiæ ſtudioſus cum cognouerit Animam cum ſuis virtutibus, id eſt potentijs, earumq; partibus iuxta veritatem ſuæ eſſentiæ: ſciat q̃ virtus
Imagi-

Imaginatrix multum à Mète differt. Et primum quidē ostēdit ipse Rabbi differentiā Mentis ab Imaginatione ex hoc, q̄ Mens quidē in nullo alio animali reperitur, nisi in homine, qui rationis est particeps; Imago verò inuenitur non solum in homine, verum etiam in quamplurimis animalibus irrationalibus, nempe in omnibus animalibus perfectis, quæ habent cor. Philosophi enim, qui de animalibus scripsere, animalia perfecta ab imperfectis hoc distinxerunt; quod perfecta quidem habent cor, imperfecta verò cor de carent. & perfecta quidem animalia ponunt omnes Imaginatio nem habere, & quo ad Imaginationem ab homine minimè discrepare. quam quidem Mentis ab Imaginatione differentiā à subiecto desumptam cum ita Rabbi Moyses explicuerit, volens adhuc melius Mentem ab Imaginatione iuxta quoque earum operationes distinguere, ait quod operatio Imaginationis non est operatio Mentis, sed ipsi opposita; ut ex ipsa operationum varietate duarum etiam harum Animæ potentiæ ostendat discrepantiam. Quod autem Imaginationis operatio Mentis operationi opposita sit, probat primum rationibus Naturalibus comparando Mentis operationes operationibus Imaginationis: deinde quadam alia ratione idem probat, quam duobus Mathematicis exemplis confirmat: ac demum alio quodam Metaphysico exemplo earundem operationum discrepantiam comprobat. Ait igitur quod Mens quidem dissoluit composita, & separat eorum partes, & facit ea simplicia, & in composita in essentia, & causa eorum: & considerat ex vna re multas, inter quas est differentia apud Mètem, quemadmodum est differentia inter duo indiuidua speciei humanæ apud Imaginationem. quoniam (inquit) ipsa Imaginatio non considerat nisi indiuiduum compositum eo modo, quo à sensibus apprehenditur: vel coniungit res in essentia diuersas, easque componit vnā partem cum alia, & ex omnibus vnum conficit corpus, aut vnā virtutem ex virtutibus corporalibus. quemadmodum potest imaginari Phantasia hominem cum capite Equi, habentem alas, & id genus alia. quod quidem vocatur falsitas, & mendacium; cum nulla res existens in rerum natura ei correspondeat. Ecce pulcherrima comparatio operationis Mentis operationi Imaginationis, per quam sibi inuicem oppositæ ostenduntur. Nam imaginatio quidem considerat indiuiduum compositum eo modo, quo à sensibus apprehenditur: verbi gratia hominem hunc, vel illum quatenus magnus est, vel parvus;

Comparatio
prima operationis
Mentis operationi
Imaginationis.

& al-

& albus, vel niger, & doctus, vel ignarus, & calidus, vel frigidus; alijsque similibus accidentibus præditus: vel etiam coniungit res in essentia diuerfas, easque componit, & ex omnibus vnum conficit corpus, aut vnā virtutem ex multis virtutibus corporalibus, aut quamlibet sibi placuerit Chimeram conformat. Mens verò è contrario ipsū hominis indiuiduum varijs accidentibus præditum, ex diuersis partibus, & Elementis compositum dissoluit in partes, & simplicia tum elementa, tum accidentia; & considerat ex vna re multas quoad vniuscuiusque seorsum essentiam, & causam, dignoscens, atque distinguens prædicatum substantiale ab accidentali. inter quas partes simplices ea est apud Mentem differentia, qualis est inter duo composita speciei humanę indiuidua apud Imaginationem. Quare manifestum est quòd Mentis operatio prorsus Imaginationis operationi opposita sit. Præterea (inquit) in Mente separatur res vniuersalis ab indiuidua, & non verificatur aliqua demonstratio, nisi in vniuersali. At Imaginatio (inquit) nullo pacto poterit rem vniuersalem considerare, seque abstrahere à materia dum considerat, quamuis etiam ipsa forma esset penitus in infinito gradu separata. Hæc est alia pulcherrima comparatio operationis Mentis ad operationem Imaginationis, ex qua etiam euidenter apparet hæc duas operationes esse sibi oppositas. Mens enim vniuersalia considerat separans ea à particularibus, & indiuiduis, & abstrahens à quacunque materia; in ipsisque vniuersalibus tantum demonstrationes suas facit. Imaginatio verò res particulares, & indiuiduas, atque in aliqua materia immerfas considerat, quamuis etiam ipsæ formæ, quæ ab Imaginatione apprehenduntur essent penitus in infinito gradu separatæ. hoc est quòd tales essent, vt ab omni materia separatæ prorsus existerent. cuiusmodi sunt, quæ à Philosophis substantiæ separatæ vocantur. vt Deus, Angeli, Dæmones, & ipsa hominis Mens. quæ profecto separatæ substantiæ nullo pacto ab Imaginatione apprehendi, cognosci que possunt, nisi falso modo corporeæ, materialesque à sensu sibi offerantur. Vnde cum Imaginatio neque in vniuersalibus demonstret, neque abstrahat à materia, non immerito inquit ipse Rabbi Moyse [Quare non est in Imaginatione certa cognitio.] Hactenus Rabbi Moyse iam dictis naturalibus rationibus probauit operationem Mentis esse oppositam operationi Imaginationis. Nunc autem idem quadam alia ratione probat, quam duobus

Secūda cōparatio operationis Mētis ad operationē Imaginationis.

duobus Mathematicis exemplis confirmat dicens [Amplius audi quantum nos iuuarunt scientiæ Mathematicæ, &c.] Quædam (inquit Rabbi Moyses) sunt, quæ cum Imaginatione considerantur, non apprehenduntur statim ab ipsa Imaginatione : imo videntur ei esse ex numero eorum, quæ fieri non possunt ; quemadmodum fieri non potest ut duo contraria simul in eodem subiecto, eodemmet tempore coniungantur : postea verò (inquit Rabbi) Demonstratione verificabitur existentia illius rei, quæ videbatur Imaginationi fieri minimè posse ; veraque ipsius rei existentia rem ipsam ita se habere reperiet. Hoc est quibusdam rebus Imaginatio non assentit, donec discurrens cogitatio causas earum inueniat, ex quibus earum affectiones ita se habere demonstret, Mensque demum eas tanquam evidentes percipiat, tuncque Imaginatio Menti consentiens conquiescat. Hac itaque ratione ipse Rabbi probat Mentis operationem ab operatione Imaginationis multum differre, imo inter se oppositas esse. quam equidem rationem duobus Mathematicis exemplis confirmat his verbis [Exempli gratia si excogitaueris Sphæram, &c.] Primum Mathematicum, nempe Astrologicum exemplum est huiusmodi. Si quis excogitauerit Sphæram quandam magnam cuiuslibet quantitatis, licet etiam eam imaginatus fuerit eius amplitudinis, cuius est Sphæra Mundi : post hoc excogitauerit duos homines stantes super extremitatibus dimetientis iam dictæ Sphære, ita ut pedes eorum sint indirectum oppositi secundum dimetientis ipsius rectitudinem, ut scilicet Antipodes sint. necesse est ipsam dimetientem esse sitam respectu excogitantis aut à parte dextra ad sinistram ipsius Sphære, aut à parte Ante ad partem Retro, aut à parte Superiori ad Inferiorem. id enim significant illa ipsius Rabbi verba [aut è regione Opaci, aut non è regione] nam illa quidem particula [è regione Opaci] significat situm dimetientis, vel à parte dextra Sphære excogitata ad sinistram, vel à parte Ante ad Retro respectu excogitantis : illa verò [non è regione] denotat situm ipsius dimetientis à parte superna Sphære excogitata ad infernam respectu eiusdem excogitantis. Si igitur dimetiens ipsa (ut ipsius Rabbi verbis utar) fuerit è regione Opaci, videbitur excogitanti quod cadent ambo illi Antipodes, quoniam neuter eorum habet caput sursum, & pedes deorsum, sed è regione Opaci ; & ideo pedibus in Opaco, idest in Sphæra ipsa

Primum Mathematicum Exemplum.

K k

Opaca

Opaca excogitata insistere minimè possunt: Si verò non fuerit è regione, videbitur excogitanti q̄ cadet alter eorum, qui est in inferiori Sphæræ parte; alter autem stabit, cum in superiori Sphæræ parte sit. Hoc itaque pacto hæc ab Imaginatione considerantur. nihilominus Astrologis demonstratione notum est quòd globus Terræ, & Aquæ rotundus sit, & super duabus suæ dimetientis extremitatibus habitent Antipodes, & vtriusq; eorum caput sit versus Cœlos, & pedes versus centrum Vniuersi: nec fieri potest vt alter eorum cadat. quoniam non est verum (vt Imaginatio falsò imaginabatur) quòd alter eorum supra, & alter infra sit: sed vterque eorum est tum supra, tum infra cum relati fuerint adinuicem. reuera autem vterque habet caput quidem sursum, pedes verò deorsum. quippe quum Sursum quidem secundum Philosophos, & Cosmographos versus Cœlum, Deorsum verò versus centrum Vniuersi semper sit: & omne graue sui natura deorsum, quemadmodum omne leue sursum tendat. quam profecto rem Lactantius Firmianus, nonnullique alij Philosophi cum iuxta Mentis veram perceptionem non intellexissent, sed iuxta falsam Imaginationis apprehensionem excogitassent, negarunt Antipodes dari, quia (inquiunt ipsi) si darentur, caderent. Sequitur autem ipse Rabbi, comprobans eandem rationem secundo Mathematico, scilicet Geometrico exemplo his verbis [Similiter demonstratum est in libro secundo de Conicis, &c.] Ait igitur quòd demonstratum est in libro secundo Conicorum Elementorum Apollonij Pergæi (vt in superiori nostro Opere in quarta Demonstratione declarauimus) quòd possunt in eodem plano designari duæ lineæ, altera recta, & altera curua, quæ in principio sunt aliquantulum ab inuicem distantes, & quanto magis protrahuntur, diminuitur inter eas distantia, & appropinquant sibi: nec tamen inuicem vnquam coniunguntur, licet in infinitum producantur. Istud autem (inquit ipse Rabbi) non potest excogitari, neque in Imaginationem cadit, nec ab ea comprehendi potest; imo apud ipsam Imaginationem ex eorum est numero, quæ nequaquam fieri possunt: cuius tamen rei existentiam esse veram euidenter Mens ipsa percipit, cum à cogitatrice discurrenti Animæ virtute, seu potentia, quæ à Græcis *διάνοια* dicitur, ita se habere Geometricis rationibus demonstratum fuerit. Quæ quidem Rabbi Moyses verba sic exponenda, intelligendaq; sunt (quemadmodum etiam in Prefatione superioris Operis nostri duximus) alioquin falsum diceret.

Lactantij Firmiani, & aliorum error.

Secundū Mathematicum exemplum.

Vide quæ in Prefatione dicta sunt.

erret. falsum enim est quòd prorsus rebus iam dictis Imaginatione non assentiat, ac conquiescat postquam demonstrata, & ut veræ à Mente perceptæ fuerint. Postremò verò sequitur Rabbi confirmans operationem Imaginationis esse oppositam operationi Mentis tertio quodam Metaphysico exemplo sic dicens [Similiter autem demonstrata est impossibilitas eius, quod Imaginatione affirmat: verbi causa quòd Deus sit corpus, aut virtus in corpore. quoniam apud Imaginationem non reperiuntur nisi res corporeæ.] Hoc tertium exemplum Metaphysicum, quo etiam probat idem quod ab initio proposuerat, videlicet Imaginationis operationem non esse eandem cum Mentis operatione, imò ipsi oppositam, tale est. Quoniam à Metaphysicis quidem demonstratum est quòd Deus sit incorporeus, & virtus sine corpore, & immaterialis, & eo modo à Mente percipitur; Imaginatione verò, cum non apprehendat nisi res corporeas, & materiales, idcirco affirmat Deum esse corporeum, aut virtutem in corpore: hinc quoque perspicuum est operationem Imaginationis, operationi Mentis oppositam esse. Hæc autem pro declaratione, dilucidationeque verborum, & mentis Rabbi Moylis Aegyptij in septuagesimotertio capite primi libri sui Operis vocati Director dubitantium breuiter à nobis quoque dicta sint.

Modò reliquum est ut demonstrationem superius dictam ipsius Rabbi Samtou expositoris iam dicti operis appositam in commentario eiusdem septuagesimi tertij capitis dicti Operis, qualiscunque sit ex Hebraico in Latinum sermonem fideliter conuerfam hic subiungamus, nostrumque de ipsa iudicium afferamus.

Tertium Ex-
plum Meta-
physicum.

Rabbi Samtou Demonstratio.

D Ari duas lineas, inter quas à principio sui ortus sit distantia determinata, & quò magis procedant, sibi inuicem proximiores fieri: & fieri non posse ut coincident, licet in infinitum producantur; & unam istarum linearum esse rectam, alteram verò curuam.

Propositio.

Supponamus hoc unum suppositum dicentes demonstrationem huius Theorematis explicari corpore solido in figura conica formato, cuius de-

Expositio.

K k 2 scriptio

Conus quid
sit.
Basis, & sumi-
tas Coni q̄
sint.

Axis Coni
qui sit.

Lateris Co-
ni, & Trian-
guli per Axē
Coni descri-
ptio.

Hyperboles
descriptio.

Constructio,
Determina-
tio, & Demō-
stratio primę
partis.

scriptio sit huiusmodi. Vt sit latius ab inferiori sui parte circulari, & in angustum paulatim tendat, quousque terminetur in punctum. & pars lata istius Coni, vocatur Basis; & pars altera angusta, siue acuta, dicitur Caput. Animaduerte centrum circuli Basis esse ē directo Capitis, seu Verticis Coni per lineam rectam, ut si produxeris lineam à centro circuli basis ad verticem, siue caput Coni, ad Apicem ipsius terminabitur. & hæc linea protensa à centro Basis ad apicem Coni, vocatur Columna, idest Axis, siue recta linea perpendicularis; quia veluti columna astat super centro Basis. & idcirco linea recta illa, quæ nobis apparet in hoc solido corpore Cono vocato, illa sanè est linea, quæ diuidit ipsum Conum in duas partes æquales. cuius diuisio à puncto capitis ipsius Coni incipit, & in punctum circumferentia circuli ipsius basis terminatur. Quapropter hoc conicum corpus in duas æquales partes diuiditur describendo hanc lineam predicto modo. Verum linea curua erit quocunque linea describetur prope rectam lineam dictam vel ad sinistras, vel ad dexteram; quæ diuidet Conum in partem dimidio minorem, & necessario erit curua, cum non transeat per punctum Apicis ipsius Coni. quia cum apponitur super figuram Hyperbolicam, necessario magis distat à linea recta in principio ipsius Coni, quàm pars illius altera, quæ est ad basim. veluti infra demonstrabimus. Sequitur ergo hanc lineam diuidentem Conum in partem dimidio minorem, esse curuam. quia ducitur, siue accommodatur super figuram Hyperbolicam. & hoc sensui palam est. Probemus ergo sic dicentes: Supponamus inter hæc duas lineas, rectam scilicet, & curuam intercedere superficiem vnius palmi, & hæc superficies sit æqualis quantitate palmi in omnibus Coni lateribus ad faciem Coni. hoc est ut semper superficies inter hæc duas lineas predictas per distantiam vnius palmi tum ad caput ipsius Coni, tum ad basim intercedat. Et dicamus manifestum esse distantiam maiorem inter hæc duas lineas intercedentem esse versus caput Coni. nam quò magis accedit linea illa curua versus caput, eò magis augebit flexum in arcus formam; & quò magis flectetur in formam arcus, augebitur quæ inter ipsas intercedit distantia. & erit chorda istius arcus maior quàm partes chordarum cæterarum, quæ sient ad basim. & probatio ipsius hæc erit. Quòd si fingamus produci perpendicularem à dicta recta linea versus lineam curuam, & applicemus super dictam lineam curuam perpendicularem paruam, quæ attingat uno sui extremo lineam perpendicularem à dicta linea recta protensam, & altero sui extremo attingat lineam curuam: & fingamus extendi chordam à principio illius lineæ perpendiculis super lineam rectam appositam; à capite ipsius, quo coniungi-

tur

tur cum linea recta; & hæc extendatur versus caput perpendicularis parua linea super lineam curuam constituta, qua parte curua coniungitur. Sequetur ergo absque dubio chordam maiorem esse in hac parte prope Coni sumitatem, quam in cæteris Coni partibus ad basim. eo quod diameter, siue subtendens angulum laterum, quæ sunt linea descriptæ super lineis dictis, est maior quàm in cæteris partibus inferioribus. quia est diameter, siue subtendens angulum duorum maiorum laterum. & manifestum est diametrum, siue subtendentem maiorum laterum maiorem esse quàm diametrum laterum minorum. Quod si produxerimus dictis lineis similes lineas versus basim ipsius Coni, tunc erit chorda illa minor; quia linea perpendicularis parua, qua ducitur, minor quàm illa recta linea existit, & magis propinqua linea illi curua; quia quo magis tendit versus basim, eò magis minuit curuitatem. Quod si apponamus chordam super dictas perpendiculares paruas versus basim positas super dictam lineam rectam, & curuam; quæ chordæ ducantur à principio vnius perpendicularis in alterum; tunc chorda hæc erit minor quàm chorda illa, quæ facta fuit versus Coni sumitatem; quia latera harum linearum sunt parua, & hac de causa necesse erit ut sit diameter, siue subtendens minor. & idcirco erit chorda minor quàm chorda versus caput Coni producta. Quapropter ex hoc patet omne magis curuum maiorem habere chordam: & quò minus fuerit curuum, minorem. Idcirco quò magis fuerit distantia inter duas illas lineas, eò maior in illa linea curua erit curuitas. & quò magis illa linea curua versus basim ibit, rectitudinem aliquantum emulabitur. & huic argumentum erit, quòd linea illa curua versus Coni caput magis distat à linea recta quàm cæteræ partes illius lineæ curuæ versus basim. Si supposueris enim produci lineas perpendiculares à linea illa recta in curuam illam lineam, videbimus sensu ipso, & ratione quoque lineam curuam magis distare à recta prope Coni sumitatem, quàm prope basim. Quare quò magis procedant iam dictæ lineæ per Conum versus basim, eò propiores inter se fient, quia curuitas inter ipsas intercedens minuetur: & nunquam coincident, quoniam inter ipsas superficies permanens palmi distantia è regione intercedit, sicuti supposuimus.

quòd si coincident, falsum sequetur, esse superficiem illius lineæ paruæ curuæ æqualem superficiem lineæ maioris rectæ.

Et Deus nos ab erratis vindicet.

Demonstratio secundæ partis.

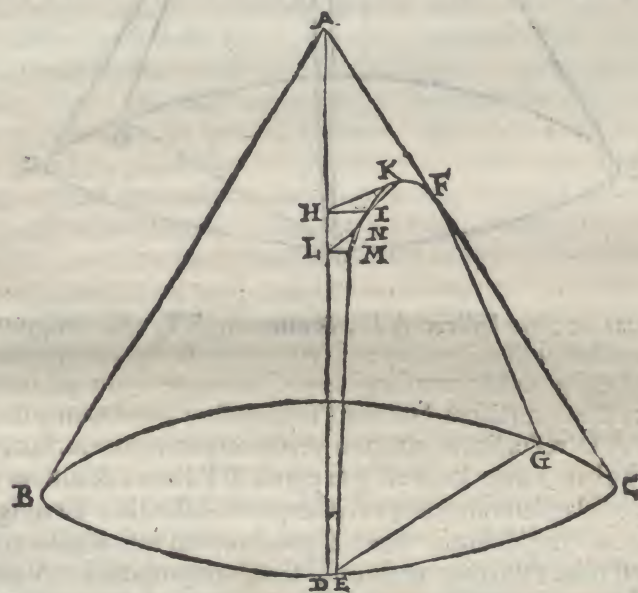
Conclusio.

Sequitur

Sequitur Commentarius Francisci Barocij.

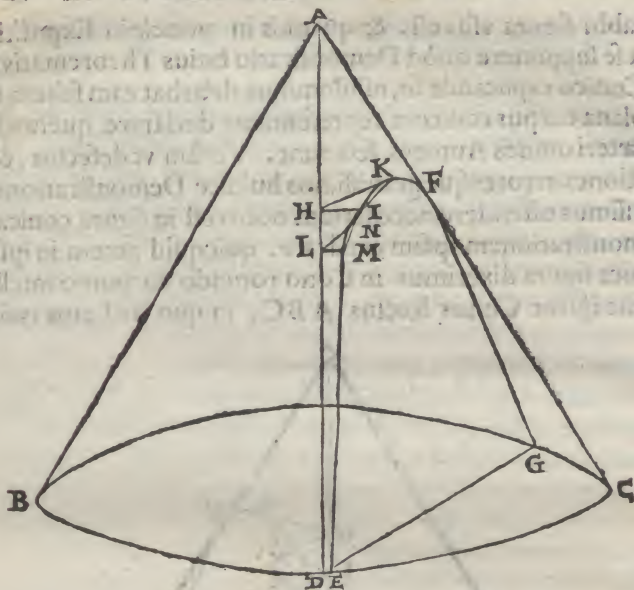
Hæc est itaque Rabbi Santou Demonstratio, qua conatur ipse quoque demonstrare dari duas lineas alteram rectam, & alteram curvam, quæ quò magis producuntur, eò proximiores sibi invicem fiant: & nunquam coincident, etiam si in infinitum protrahantur. Quam porrò affectionem de duabus illis lineis demonstrat, de quibus etiam Orontius, & Innominatus Autor eam obscure, imperfecteque demonstrarunt. quorum Demonstrationem nos in superiori nostro Opere in fine tertiæ nostræ præcipui Problematis Demonstrationis instauravimus, atque dilucidavimus. Sunt autem duæ illæ lineæ latus Hyperboles, & latus Trianguli per Axem Coni, ambæ in eadem conica superficie, sed non in eodem plano iacentes. Demonstratio verò ipsius Rabbi Santou non est eadem cum iam dicta Orontij, & Innominati Autoris Demonstratione, sed ab eis omnino diversa. Quam eo quidem in loco nostri Operis posuissimus, si instauratione digna nobis visa fuisset. quoniam autem omnium de hac re demonstrationum imperfectissima est, & multis obscuritatibus, defectibus, superfluitatibus, gravissimisque erroribus vndeque referta, idcirco nolimus eam inter nostras Demonstrationes interferere; sed hoc in loco potius eam transferre volumus cuiusmodi in Hebraico sermone legitur, ac imperfectiones eius breviter ostendere. Primum itaque cum iam dictam admirandam propositionem in modum Theorematis ipse Rabbi proposuerit, eius expositionem aggrediens declarat breviter, & satis obscure, & improprijs Geometriæ terminis, ac phrasibus (ut legenti Geometriæ non ignaro perspicuum erit) quasdam definitiones, videlicet Coni; & Basis, & Summitatis, & Axis eius; necnon Lateris Coni, & Trianguli per Axem; ac demum Hyperboles. quas nos in principijs superioris Operis nostri dilucidè tradidimus, ac declaravimus. Postquam autem iam dictas definitiones tradidit, mox demonstrationem suam aggreditur, ibi [Probemus ergo sic dicentes, &c.] Quæ quidem quàm obscura, confusa, atque imperfecta sit, licet cuilibet in Geometria versato Lectori perspicuum esse facile poterit: nihilominus quasdam eius obscuritates, confusiones, imperfectiones, falsitatesque adnotabo. Primum itaque Demonstratio ipsa obscurissima est, quoniam nulla ipse

ipse Rabbi figura vsus est. & quanuis in principio Expositionis dixerit se supponere quòd Demonstratio huius Theorematis corpore Conico explicanda sit, nihilominus debebat eam saltem in figura plana corpus conicum representante declarare, quemadmodum cæteri omnes Autores fecerunt. Verùm vt defectus, & imperfectiones, erroresque grauissimos huiusce Demonstrationis facile possimus ostendere, necessarium nobis est in figura conica plana demonstrationem ipsam explicare. quicquid autem in ipsa plana conica figura dixerimus, in Cono rotundo corporeo intelligantur. Sit igitur Conus Rectus ABC, in quo sit Latus quidem



Trianguli per Axim recta AD linea; Latus verò Hyperboles EFG, sit curua linea EF. Ait ergo Rabbi [Supponamus inter hæc duas lineas, rectam scilicet, & curuam intercedere superficiem vnus palmi, & hæc superficies sit æqualis quantitate palmi in omnibus Coni lateribus ad faciem Coni. hoc est vt semper superficies inter hæc duas lineas prædictas per distantiam vnus palmi tum ad Caput ipsius Coni, tum ad Basim intercedat.] Quod autem his verbis dicere vult, tale est. Supponamus hæc duas propo-

tas



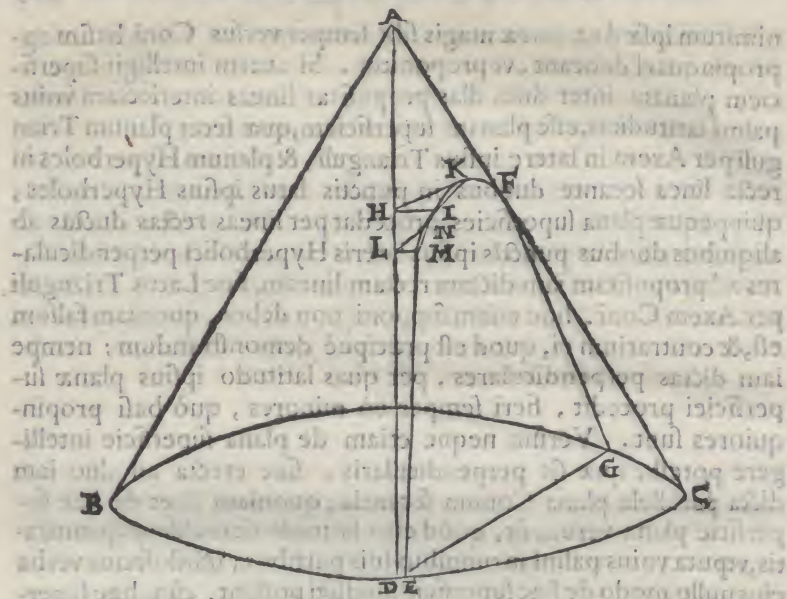
tas lineas, rectam scilicet AD , & curuam EF , esse designatas à communibus sectionibus superficiæ conicæ, & duorum planorum sibi inuicem parallelorum secantium Conum, alterum quidem eorum per Coni verticem, faciendo Triangulum per Axem, cuius latus est AD recta linea; alterum verò non per verticem, faciendo Hyperbolæ, cuius latus est ipsa curua EF linea. & distent hæc duo parallela plana ab inuicem vnus palmi distantia. Ecce igitur quomodo candidissimam hanc suppositionem ipse Rabbi verbis obscurissimis, falsisque verborum sensibus proposuit. Videtur enim dicere, quòd supponatur inter illas duas, rectam scilicet, & curuam lineas interiectam esse superficiem vnus palmi ad faciem Coni, nempe in ipsa externa conica superficie. quod porro falsum est. quoniam latitudo superficiæ conicæ interiectæ inter iam dictas duas lineas, non debet esse, neque supponi eiusdem semper quantitatis in omnibus Coni partibus (vel, vt ipse improprie ait, lateribus) tam versus summatē, quàm versus basim ipsius: cum reuera superficies ipsa conica inter illas duas lineas interiecta, latior versus Coni summitatem, quàm versus basim ostendenda sit; si nimirum

¶ Primus error
ipsum
Rabbi Sam-
son.

nimirum ipsæ duæ lineæ magis sibi semper versus Coni basim appropinquari debeant, ut proponitur. Si autem intelligit superficiem planam inter duas illas propositas lineas interiectam unius palmi latitudinis, esse planam superficiem, quæ secet planum Trianguli per Axem in latere ipsius Trianguli, & planum Hyperboles in recta linea secante duobus in punctis latus ipsius Hyperboles; quippe quæ plana superficies procedat per lineas rectas ductas ab aliquibus duobus punctis ipsius lateris Hyperbolici perpendiculares ad propositam iam dictam rectam lineam, siue Latus Trianguli per Axem Coni. hoc etiam supponi non debet, quoniam falsum est, & contrarium ei, quod est præcipue demonstrandum; nempe iam dictas perpendiculares, per quas latitudo ipsius planæ superficiei procedit, fieri semper eò minores, quò basi propinquiores sunt. Verùm neque etiam de plana superficie intelligere potest, quæ sit perpendicularis, siue erecta ad duo iam dicta parallela plana Cohum secantia; quoniam licet de hac superficie plana verum sit, quòd eius latitudo sit eiusdem quantitat, ut puta unius palmi in omnibus suis partibus; nihilosecius verba eius nullo modo de hac superficie intelligi possunt. cum hæc superficies non intercedat inter iam dictas duas propositas lineas, quoniam ipsas ambas attingere minimè potest, sed inter iam dicta duo parallela plana intercedit, quæ ipsas duas propositas lineas efficiunt. Quare nullo pacto illa verba accommodari possunt, ut veritatem exprimaunt; licet ipse seipsum exponens eandem falsitatem repetat, cum dicat ipsam unius palmi suppositam superficiem inter illas duas lineas prædictas intercedere. Quum autem hoc modo suppositionem hanc proposuisset, sequitur determinans primam Theorematis sui partem, inquiens [Et dicamus manifestum esse distantiam maiorem inter hæc duas lineas intercedentem, esse versus caput Coni. nam quò magis accedit linea illa curua versus caput, eò magis augebitur flexum in arcus formam; & quo magis flectetur in formam arcus, augebitur quæ inter ipsas intercedit distantia. & erit chorda istius arcus maior quàm partes chordarum cæterarum, quæ fient ad basim.] Hæc est eius Determinatio, cuius sensus (quamvis ex eius verbis agrè eliciatur) talis est. Dicimus distantiam maiorem esse inter hæc duas lineas, scilicet AD, & EF interiectam versus caput, siue summitatem Coni, quàm

L I versus

Determinatio primæ partis Theorematis.



versus basim ipsius; ut proposuit prima pars Theorematis; quam videtur confirmare prius quadam probabili non Geometrica ratione desumpta à maiori ipsius curvæ lineæ incuruatione, deinde vult probare idem alia ratione Geometrica desumpta ab inæqualitate quarundam chordarum subtendentium quosdam arcus ipsius inflexæ Hyperbolicæ lineæ. Quam inæqualitatem determinans proposuit illis verbis [& erit chorda istius arcus maior quàm partes chordarum cæterarum, quæ fient ad basim.] hoc est chorda arcus Hyperbolicæ lineæ versus summitatem Coni existens, erit maior quàm cæteræ chordæ arcuum Hyperbolicæ lineæ versus Coni basim existentes. quamvis ipse malè, & confusè loquutus chordas ipsas inferiores, vocaverit partes cæterarum chordarum. Hoc autem perperam, & obscurè, atque confusè proposuit; quoniam adhuc non declaravit quænam istæ arcuum inæquales chordæ sint, & quomodo reperiantur; ex quarum inæqualitate propositum demonstraturus est. Inæqualitatem autem harum chordarum demonstrat construens, atque arguens hoc modo, hisce quæ verbis [Et probatio ipsius hæc erit. Quod fingamus produci perpen-

Determina-
tio.

Constructio.

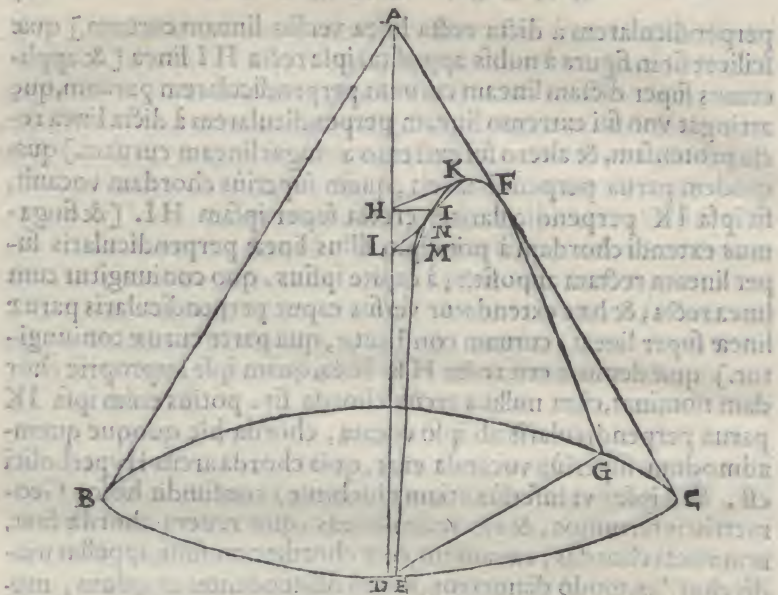
perpendicularem à dicta recta linea versus lineam curuam] quæ scilicet sit in figura à nobis apposita, ipsa recta HI linea [& applicemus super dictam lineam curuam, perpendicularem parvam, quæ attingat vno sui extremo lineam perpendicularem à dicta linea recta protensam, & altero sui extremo attingat lineam curuam.] quæ quidem parua perpendicularis, quam superius chordam vocauit, sit ipsa IK perpendiculariter erecta super ipsam HI . [& fingamus extendi chordam à principio illius lineæ perpendicularis super lineam rectam appositæ; à capite ipsius, quo coniungitur cum linea recta, & hæc extendatur versus caput perpendicularis parvæ lineæ super lineam curuam constitutæ, qua parte curuæ coniungitur.] quæ demum erit recta HK linea, quam ipse improprie chordam nominat, cum nullius arcus chorda sit. potius enim ipsa IK parua perpendicularis ab ipso vocata, chorda hinc quoque quemadmodum superius vocanda erat, quia chorda arcus Hyperbolici est. Sed ipse (vt inferius etiam videbitur) confundit hosce Geometricos terminos, & eas rectas lineas, quæ reuera chordæ sunt, non vocat chordas; eas autem, quæ chordæ non sunt, appellat modò chordas, modò diametros, modò subtendentes angulum, modò subtendentes latera, vellaterum. Hisce ita constructis, probat propositum hoc modo. videlicet q̃ si fecerimus aliud triagulum inferius simile ipsi HIK triangulo iam facto, quale est ipsum LMN ; sequetur ipsam HK esse maiorem ipsa LN . quia subtendit angulum rectum contentum à duobus HI , IK lateribus maioribus quàm duo latera LM , MN continentia angulum rectum subtensum à linea LN . Quòd autem latera HI , IK lateribus LM , MN maiora sint, ex hoc confirmat. quia cum iam probasset illa probabili, friuolaq; maioris incuruationis ratione rectam HI maiorem esse recta LM ; probat similiter eademmet maioris flexus ratione rectam quoque IK maiorem esse recta MN . ex quo probat etiam rectam HK esse maiorem recta LN : ex quarum inæqualitate demum concludit duarum propositarum linearum maiorem appropinquationem versus basim Coni, quàm versus Apicem. Hæc est tota Demonstratio primæ partis Theorematis ipsius Rabbi Samton, explicata ab ipso multis obscuris, improprijs, confusis, perplexisque verbis, ac superuacaneis repetitionibus (vt quilibet lector in ipsa eius littera cognoscere poterit) ab illis verbis [Sequitur ergo absque dubio chordam, &c.] usque ad illa verba [quia cur-

Demonstratio
primæ par-
tis. 1. 101
- 102. 103. 104.

1. 105. 106.
107. 108. 109.

1. 110. 111.
112. 113. 114.

1. 115. 116.
117. 118. 119.



Secundus Er-
ror ipsius
Rabbi Sam-
ton.

uitas inter ipsas intercedens minuetur:] Quæ quidem Demon-
stratio grauissimè peccat primùm in hoc, quòd cum probasset iam
illa sua probabili ratione perpendiculares rectas lineas HI, LM,
quæ sunt minimæ duarum propositarum linearum distantie, esse in-
æquales; non concludit ex earum inæqualitate propositum; sed fru-
stra probat etiam linearum HK, LN non minimarum distantia-
rum inæqualitatem, ex qua malè concludit propositū, sicut etiam

Tertius Er-
ror eiusdem.

omnes Autores fecerunt præter Cardanum. Secundò peccat hæc
Demonstratio, quia non demonstrat nisi illa friuola, & probabili ra-
tione incuruationis maioris inæqualitatem linearum IK, MN, ex
qua concludit inæqualitatem ipsarum HK, LN: ita vt tota hæc

Quartus Er-
ror eiusdem.

Demonstratio in ipsa nullius momenti ratione consistat. & quod
peius est peccat etiam magnoperè in hoc, quòd non docet quo arti-
ficio ipse duæ IK, MN chordæ paruæ inæquales in ipsa Hyper-
bolis curua linea reperiendæ sint, vt Geometricè, & non probabili-

Demonstra-
tio secundæ
partis.

ter earum inæqualitas demonstrari possit. Verùm cum ita primam
sui Theorematis partem ipse Rabbi demonstrasset, concludit etiam
secundam ex suppositione, quòd scilicet non coincident sibi inui-

cem

cem ipsæ duæ propositæ lineæ. quoniam (inquit) inter ipsas permanens superficies palmi distantia è regione (hoc est æquidistanter) intercedit, sicuti supposuimus. quod ita intelligendum est uti superius diximus, perinde ac si dixisset. quoniã inter ipsa parallela Hyperbolis, & Trianguli per Axem plana permanet semper eadem palmi distantia, sicuti supposuimus. alioquin falsum hîc quoque quemadmodum superius diceret. Postea volens ex hoc inferre absurdum, siue inconueniens, quod sequeretur si coinciderent; q̃ scilicet duo iam supposita parallela plana Hyperbolis, & Trianguli per Axem inuicem coinciderent, quòd suppositioni oppugnat: infert ipse quoddam aliud absurdum à iam dicto diuersum, his verbis [Quòd si coincident, falsum sequetur, esse superficiem illius lineæ parue curuæ æqualem superfici ei lineæ maioris rectæ.] quorum sanè verborum (meo quidem iudicio) nullus est sensus, qui proposito applicari possit. & ego ingenuè fateor me nequaquam intelligere quænam sit superficies illius lineæ parue curuæ, neque illa superficies lineæ rectæ maioris, cui æqualis concludatur illa minoris lineæ parue curuæ superficies. prorsusq̃; demum (ut hoc imperfectionum huiusce Demonstrationis sigillum sit) nescio quid sibi vir iste iam dictis verbis voluerit. ipse viderit an Deus eum ab erroribus vendicarit, quemadmodum in fine huiusce suæ Demonstrationis illum deprecatus est. Hęc autem de hac etiam Demonstratione, eiusq̃; imperfectionibus à nobis satis superq̃ue dicta sint.

Quintus Error
ipſius
Rabbi Sam-
tou.

Commentarij Francisci Barocij Finis.

INDEX LOCUPLETISSIMVS EORVM, QVAE TOTO OPERE CONTINENTVR.

A

| | |
|--|------------|
| A DMIRANDA in Geometria Problemata, & Theoremata qua sint, & cur admiranda vocentur. | pag. 5 |
| Admirandum Problema. | ibidem |
| Admirandum aliud Problema. | ibid. |
| Admirabile Pythagoricum Theorema. | ibid. |
| Admirabile aliud Theorema. | ibid. |
| Admirabilissima omnium Geometricarum Propositionum. | ibid. |
| Antiqui quomodo tres conicas sectiones in tribus conis Recti formis inuenerint. | 20 |
| Apollonius quomodo in vno quouis Cono Recto tres conicas Sectiones reperit. | 23 |
| Apollonij Pergæi Mendum primum. | 131 |
| Apollonij mendum secundum, & tertium. | 132 |
| Apollonij mendum quartum. | 133 |
| Apollonij Defectus. | ibid. |
| Apollonij falsitates duæ. | 134, & 136 |
| Applicatio in Geometria quid sit. | 28 |
| Autorum de præcipuo Problemate tractantium errores. | 174 |
| Axis, & summitas conicæ superficiei à summitate, & Axi conis quo differat. | 14 |
| Axiæ, & Dimetiæntium diuersa genera apud Apollonium. | 33 |
| Axis à Dimetiænte quo differat. | ibid. |
| Axis vnde dicatur. | ibid. |
| Axis, & Dimetiens quo differant secundum Apollonium. | 34 |
| Axis, & Dimetiens in hac Tractatione cur non distinguantur. | ibid. |

B

| | |
|--|-----|
| B asis trianguli duplex consideratio. | 19 |
| Basis Recta apud Mathematicos quid sit. | 100 |

C

| | |
|---|----------|
| C ampani reprehensio. | 45 |
| Campani limitatio cuiusdam communis sententiæ quomodo intelligenda sit. | 46 |
| Cardani, & aliorum error de basi conis scaleni. | 15 |
| Cardani duo errores de triangulis per Axem Coni. | 18, & 19 |
| Cardani | |

I N D E X.

| | |
|---|----------|
| <i>Cardani falsa opinio de Etymologia trium conicarum Sectionum.</i> | 25 |
| <i>Cardani defectus primus.</i> | 180 |
| <i>Cardani logica nondum impressa.</i> | 182 |
| <i>Cardani defectus secundus.</i> | 184 |
| <i>Cardani defectus tertius.</i> | 187 |
| <i>Celij Calcagnini error.</i> | 201 |
| <i>Celebres tres in Geometria operationes.</i> | 28 |
| <i>Centri proprietas.</i> | 37 |
| <i>Centri Paraboles considerationes.</i> | ibid. |
| <i>Circinus à Tulio Tiene repertus ad describendas in plano tres conicas Sectiones.</i> | 29 |
| <i>Circulum secare quot modis recta linea possit.</i> | 186 |
| <i>Confutatio falsarum opinionum de Etymologia trium Conicarum Sectionum.</i> | 26 |
| <i>Commandini falsa opinio de Etymologia trium conicarum Sectionum.</i> | 25 |
| <i>Commentarius Francisci Barocij in textum Rabbi Moysis Aegyptij excerptum ex capite 73 primi libri operis vocati Director dubitantium.</i> | 234 |
| <i>Communes sententiae.</i> | 40 |
| <i>Conica superficiei summitas, & Axis, à conisummitate, & Axis quo differat.</i> | 14 |
| <i>Conicarum trium Sectionum Etymologia.</i> | 25 |
| <i>Conicarum trium Sectionum nominum verae causae.</i> | 27 |
| <i>Conica Sectio duplex.</i> | 19, & 96 |
| <i>Conorum tres species secundum Euclidem.</i> | 15 |
| <i>Conorum duae species secundum Apollonium.</i> | ibid. |
| <i>Consideratio duplex basis trianguli.</i> | 19 |
| <i>Correctio propositionis quinquagesimae tertiae primi libri conicorum Apollonii.</i> | 131 |
| <i>Corollarium Elementi secundi positi in principio operis.</i> | 53 |
| <i>Corollarium primae Demonstrationis praecipui Problematis.</i> | 65 |
| <i>Corollarium secundae Demonstrationis Problematis praecipui.</i> | 75 |
| <i>Corollarium Lemmatis tertiae Demonstrationis praecipui Problematis.</i> | 82 |
| <i>Corollarium primum quartae Demonstrationis praecipui problematis.</i> | 145 |
| <i>Corollarium secundum eiusdem.</i> | 146 |
| <i>Corollarium tertium eiusdem.</i> | 148 |
| <i>Cur Axis, & Dimetiens in hac Tractatione non distinguantur.</i> | 34 |
| <i>Cur Euclides tres, Apollonius autem duas Conorum species tradant.</i> | 15 |
| <i>Cur Euclides rectam lineam circum secantem non definiarit.</i> | 38 |
| <i>Cur in conicis Sectionibus aliae Dimetientes, alij Axes vocentur: & corpora quatuor solida, quae à conicis Sectionibus generantur.</i> | 33 |
| <i>Cur quadrata potentiae suorum laterum dicantur.</i> | 40 |

D.

| | |
|--|------------|
| <i>DE defectibus Apollonii.</i> | 133 |
| <i>De falsitatibus Apollonii.</i> | 134 |
| <i>Defectus in Geometria quid sit.</i> | 28 |
| <i>Definitiones Primae.</i> | 12 |
| | Definitio- |

I N D E X.

| | |
|---|------------|
| Definitiones secundæ. | 18 |
| Definitiones ex primo Elemento conico quartæ præcipui Problematis Demonstrationi deferuiente emergentes. | 99 |
| De mendis Apollonij. | 131 |
| Demonstratio prima Problematis præcipui. | 57 |
| Demonstratio secunda eiusdem. | 66 |
| Demonstratio tertia eiusdem. | 82 |
| Demonstratio quarta eiusdem. | 137 |
| Demonstratio quinta eiusdem. | 148 |
| Demonstratio sexta eiusdem. | 151 |
| Demonstratio septima eiusdem. | 156 |
| Demonstratio octaua eiusdem. | 160 |
| Demonstratio nona eiusdem. | 161 |
| Demonstratio decima eiusdem. | 164 |
| Demonstratio undecima eiusdem. | 168 |
| Demonstratio duodecima eiusdem. | 231 |
| Demonstratio teritiadecima, & vltima eiusdem præcipui Problematis. | 242 |
| Demonstratio de duabus lineis recta, & curua non coincidentibus, & magis semper inuicem appropinquantibus in diuersis planis, sed in eadem superficie conica. | 88 |
| Demonstratio de duabus lineis curuis non coincidentibus, & magis semper sibi inuicem proximantibus tum in eodem, tum in diuersis planis. | 90 |
| Demonstratio diminuta, & obscura Eutocij Ascalonitæ, de eiusque defectibus. | 107 |
| Demonstratio alia Eutocij diminuta, & imperfecta, de eiusque defectibus, ac imperfectionibus. | 118 |
| Demonstratio de duabus lineis curuis in eodem plano descriptis nunquam coincidentibus, & semper sibi magis appropinquantibus, etiam si in infinitum producantur, diuersa ab alia superius posita. | 152 |
| Demonstratio præcipui Problematis à Rabbi Samton imperfectæ, obscureque tradita, & à Francisco Barocio declarata, atque confutata. | 259 |
| Dicatio Operis. | 11 |
| Dictum Rabbi Moysis Aegyptij. | 6 |
| Digressio circa Euclidis, & Apollonij definitiones Conorum, & eorum partium. | 14 |
| pag. | 25 |
| Digressio circa Etymologiam trium conicarum Sectionum. | 131 |
| Digressio contra Apollonium Pergæum. | 175 |
| Digressio contra Vernerum. | 180 |
| Digressio contra Cardanum. | 192 |
| Digressio contra Orontium. | 197 |
| Digressio contra Peletarium. | 209 |
| Dilucidatio Libelli Rabbi Moysis Narbonensis. | 33 |
| Dimetiens ab Axi quo differat. | ibid. |
| Dimetiens vnde dicatur. | 34 |
| Dimetiens, & Axis quo differant secundum Apollonium. | |
| M m | Dimetiens, |

INDEX.

| | |
|--|----------|
| <i>Dimetiens, & Axis cur in hac Tractatione non distinguantur.</i> | 34 |
| <i>Diuersa genera Dimetiendum, & Axiuum apud Apollonium.</i> | 33 |
| <i>Due Conorum species secundum Apollonium.</i> | 15 |
| <i>Duo Cardani Errores de triangulis per Axem Coni.</i> | 18, & 19 |
| <i>Duplex consideratio basis trianguli.</i> | 19 |

E

| | |
|--|----------|
| E lementum primum ex tribus in principio operis demonstratis. | 49 |
| Elementum secundum eorundem. | 51 |
| Elementum tertium eorundem. | 54 |
| Elementa quadam conica quartæ præcipui Problematis Demonstrationi deseruiens. | 91 |
| Elementum conicum primum quartæ præcipui Problematis Demonstrationi deseruiens. | 94 |
| Elementum conicum secundum quartæ præcipui Problematis Demonstrationi deseruiens. | 101 |
| Elementum conicum tertium quartæ præcipui Problematis Demonstrationi deseruiens. | 113 |
| Ellipsis quid sit. | 20 |
| Error Cardani, & Aliorum de basi conii Scaleni. | 15 |
| Error grauissimus Lætantij Firmiani, & aliorum. | 258 |
| Errores duo Cardani de triangulis per Axem Coni. | 18, & 19 |
| Error Pappi grauissimus. | 155 |
| Errores Autorum de præcipuo Problemate tractantium. | 174 |
| Etymologia trium conicarum Sectionum. | 25 |
| Euclides cur rectam lineam circulum secantem non definierit. | 38 |
| Eutocij Ascalonitæ diminuta, obscuraq; Demonstratio, de eiusque defectibus. | 107 |
| Eutocij alia diminuta imperfectaque Demonstratio, de eiusque defectibus, ac imperfectionibus. | 111 |
| Eutocij Ascalonitæ falsa opinio de Etymologia trium conicarum Sectionum. | 25 |
| Excessus in Geometria quid sit. | 28 |
| Exempla duo Mathematica, quibus confirmatur Mentis ab Imaginatione discrepantia. | 252 |
| Expeditissima via describendi duas lineas in eodem plano nunquam coincidentes, ac semper sibi magis appropinquantes. | 248 |

F

| | |
|---|-----|
| F alsitas prima Apollonij. | 134 |
| Falsitas secunda Apollonij. | 136 |
| Federici Commandini falsa opinio de Etymologia trium conicarum Sectionum. | 25 |
| Figura ostendens instrumentum à Francisco Barocio inuentum ad generandos quoscunque conos, describendasque in plano tres conicas Sectiones. | 30 |
| Figura | |

INDEX.

| | |
|---|-----|
| Figura ostendens Circinum à Julio Tienne repertum ad describendas in plano tres conicas Sectiones. | 31 |
| Finis operis qui sit. | 9 |
| Francisci Barocij commentarius in textum Rabbi Moysis Aegyptij excerptum ex capite 73 libri primi operis vocati Director Dubitantium. | 254 |

G

| | |
|---|-----|
| G Encra diuersa Dimetientium, & Axiom apud Apollonium. | 35 |
| Geometricarum omnium propositionum admirabilissima. | 6 |
| Georgij Valle falsa opinio de Etymologia trium conicarum Sectionum. | 25 |
| Grauiissimus error Pappi. | 155 |

H

| | |
|---|----------|
| H Hieronymi Cardani, & aliorum error de Basi Coni Scaleni. | 15 |
| Hieronymi Cardani duo errores de triangulis per Axem Coni. | 18, & 19 |
| Hieronymi Cardani falsa opinio de Etymologia trium conicarum Sectionum. | 25 |
| Hieronymi Cardani defectus primus. | 180 |
| Hieronymi Cardani Logica nondum impressa. | 182 |
| Hieronymi Cardani defectus secundus. | 184 |
| Hieronymi Cardani defectus tertius. | 187 |
| Hyperbole quid sit. | 20, & 59 |

I

| | |
|--|-------|
| I Iacobi Peletarij primus error. | 197 |
| Iacobi Peletarij secundus error. | 198 |
| Iacobi Peletarij tertius error. | 200 |
| Iacobi Peletarij quartus, & quintus error. | 203 |
| Iacobi Peletarij sextus, & septimus error. | 204 |
| Iacobi Peletarij octauus, & nonus error. | 206 |
| Iacobi Peletarij decimus error. | 207 |
| Iacobi Peletarij undecimus, & vltimus error. | 208 |
| Imaginatio à Mente quo differat. | 251 |
| Imaginationis operationes. | ibid. |
| Instrumentum à Francisco Barocio inuentum ad generandos quoscunque Conos, describendasque in plano tres conicas Sectiones. | 29 |
| Ioannis Vernerii prauus ordo. | 175 |
| Ioannis Vernerii defectus primus. | ibid. |
| Ioannis Vernerii defectus secundus. | 178 |

L

| | |
|--|-----|
| L Aclantij Firmiani, & aliorum error grauiissimus. | 258 |
| Latus Transuersum formae, vel Transuersa linea quid sit. | 99 |
| Lemma tertiae Demonstrationis praecipui Problematis. | 76 |

M m 2 Lemma

I N D E X.

| | |
|--|-----|
| <i>Lemma primi Elementi conici quartæ præcipui Problematis Demonstrationi defer-</i> | 93 |
| <i>uientis.</i> | |
| <i>Lemma primum tertij Elementi conici quartæ præcipui Problematis demon-</i> | 103 |
| <i>strationi deferuientis.</i> | |
| <i>Lemma secundum tertij Elementi Conici quartæ præcipui Problematis Demon-</i> | 107 |
| <i>strationi deferuientis.</i> | |
| <i>Lemma tertium Elementi Conici tertij quartæ præcipui Problematis Demon-</i> | 112 |
| <i>strationi deferuientis.</i> | |
| <i>Lemma undecimæ Demonstrationis præcipui Problematis.</i> | 166 |
| <i>Lemma Demonstrationis tertiedecimæ præcipui Problematis.</i> | 237 |
| <i>Libelli Rabbi Moysis Narbonensis Dilucidatio.</i> | 209 |
| <i>Limitatio cuiusdam communis sententiæ à Campano tradita quomodo intelligen-</i> | 46 |
| <i>da sit.</i> | |
| <i>Linea ex centro Hyperboles quæ sit.</i> | 36 |
| <i>Lineæ rectæ potentia quæ sit.</i> | 40 |
| <i>Linea, ad quam possunt ordinatim ductæ; siue Recta, vel Latus Rectum formæ quid</i> | 99 |
| <i>sit.</i> | |
| <i>Linea recta quot modis circulum secare possit.</i> | 186 |
| <i>Linearum species tres sunt, Recta, Circularis, & Mixta.</i> | 201 |
| <i>Logica Cardani nondum impressa.</i> | 182 |

M

| | |
|---|-------|
| <i>Materiae commodæ ad extruendos Conos.</i> | 249 |
| <i>Mathematica Exempla duo, quibus confirmatur Mentis ab Imaginatione</i> | |
| <i>discrepantia.</i> | 252 |
| <i>Mendum primum Apollonij.</i> | 131 |
| <i>Mendum secundum Apollonij.</i> | 132 |
| <i>Mendum tertium Apollonij.</i> | ibid. |
| <i>Mendum quartum Apollonij.</i> | 133 |
| <i>Mens ab Imaginatione quo differat.</i> | 251 |
| <i>Mentis operationes.</i> | 251 |
| <i>Modus reperiendi in Cono minimas distantias linearum non coincidentium, &</i> | |
| <i>semper sibi magis appropinquantium.</i> | 247 |
| <i>Motus tres sunt species, Rectus, Circularis, & Mixtus.</i> | 201 |
| <i>Moysis Rabbi Aegyptij dictum.</i> | 6 |
| <i>Moysis Rabbi Narbonensis Libelli Dilucidatio.</i> | 209 |
| <i>Moysis Rabbi Narbonensis defectus primus.</i> | 232 |
| <i>Moysis Rabbi Narbonensis defectus secundus.</i> | 233 |
| <i>Moysis Rabbi Narbonensis defectus tertius.</i> | 242 |
| <i>Moysis Rabbi Narbonensis Error, siue defectus quartus.</i> | 246 |
| <i>Moysis Rabbi Aegyptij textus ex capite 73 libri primi Operis vocati Director du-</i> | |
| <i>bitantium à Francisco Barocio expositus.</i> | 251 |
| <i>Operationes</i> | |

I N D E X.

O

| | |
|---|-----|
| Operationes tres celebres in Geometria. | 28 |
| Operationes Mentis. | 251 |
| Operationes Imaginationis. | 251 |
| Operis Subiectum, & Propositum. | 8 |
| Operis Ordo. | 9 |
| Operis Utilitas. | 10 |
| Operis Dicitio. | 11 |
| Orontij primus error. | 192 |
| Orontij secundus, ac tertius error. | 193 |

P

| | |
|---|-----|
| Pappi Alexandrini grauiſſimus error. | 155 |
| Parabole quid ſit. | 19 |
| Paraboles centri conſiderationes. | 37 |
| Peletarij primus error. | 197 |
| Peletarij ſecundus error. | 198 |
| Peletarij tertius error. | 200 |
| Peletarij quartus, & quintus error. | 203 |
| Peletarij ſextus, & ſeptimus error. | 204 |
| Peletarij octauus, & nonus error. | 206 |
| Peletarij decimus error. | 207 |
| Peletarij vndecimus, & vltimus error. | 208 |
| Petitiones. | 17 |
| Potentia rectæ lineæ quæ ſit. | 40 |
| Problemata, & Theoremata Admiranda in Geometria quæ ſint, & cur ita dicantur. | 5 |
| Problemata duo admiranda. | 5 |
| Problematis præcipui Demonſtratio Prima. | 57 |
| Problematis præcipui Demonſtratio Secunda. | 66 |
| Problematis præcipui Demonſtratio Tertia. | 82 |
| Problematis præcipui Demonſtratio Quarta. | 137 |
| Problematis præcipui Demonſtratio Quinta. | 148 |
| Problematis præcipui Demonſtratio Sexta. | 151 |
| Problematis præcipui Demonſtratio Septima. | 156 |
| Problematis præcipui Demonſtratio Octaua. | 160 |
| Problematis præcipui Demonſtratio Nona. | 161 |
| Problematis præcipui Demonſtratio Decima. | 164 |
| Problematis præcipui Demonſtratio Vndecima. | 168 |
| Problematis præcipui Demonſtratio Duodecima. | 231 |
| Problematis præcipui Demonſtratio Tertiadecima, & vltima. | 242 |
| Propoſitionum omnium Geometricarum admirabiliſſima. | 6 |

Propoſitum,

I N D E X.

| | |
|---|-----|
| Propositum, & subiectum operis. | 8 |
| Proprietates centri. | 37 |
| Pythagoricum admirabile Theorema. | 6 |
| Q uadrata cur potentie suorum laterum dicantur. | 40 |
| Quomodo dictum Rabbi Moysis Aegyptij intelligendum sit. | 7 |
| Quo differant definitiones Apollonii ab Euclidis definitionibus Coni, & partium eius. | 13 |
| Quo differat summitas, & Axis conicae superficiei à summitate, & Axe Coni. | 14 |
| Quo differat Dimetiens ab Axis. | 33 |
| Quo differant Dimetiens, & Axis secundum Apollonium. | 34 |
| Quo differat Mens ab Imaginatione. | 251 |
| Quomodo Antiqui tres conicas Sectiones in tribus Coni Recti formis inuenierint. | 20 |
| Quomodo Apollonius in uno quouis Cono Recto tres conicas Sectiones reperit. | 23 |
| Quomodo Campani limitatio cuiusdam communis sententiae intelligenda sit. | 46 |
| Quot modis recta linea circulum secare possit. | 186 |
| Quur in conicis Sectionibus aliae Dimetientes, alij Axes vocentur, & quatuor Solida, quae à conicis Sectionibus generantur. | 33 |
| Quur Axis, & Dimetiens in hac Tractatione non distinguantur. | 34 |
| Quur Euclides rectam lineam circulum secantem non desinere. | 38 |

R

| | |
|---|-----|
| Rabbi Moysis Aegyptij dictum. | 6 |
| Rabbi Moysis Narbonensis libelli dilucidatio. | 209 |
| Rabbi Moysis Narbonensis defectus primus. | 233 |
| Rabbi Moysis Narbonensis defectus secundus. | 233 |
| Rabbi Moysis Narbonensis defectus tertius. | 242 |
| Rabbi Moysis Narbonensis error, siue defectus quartus. | 246 |
| Rabbi Moysis Aegyptij textus ex capite 73 primi libri operis vocati Director dubitantium à Francisco Barocio expositus. | 251 |
| Rabbi Samton Demonstratio praecipui Problematis à Francisco Barocio declarata, atque confutata. | 259 |
| Recta linea potentia quae sit. | 40 |
| Recta, vel Rectum formae Latus, siue Linea, ad quam possunt ordinati ductae quid sit. | 99 |
| Recta Basis apud Mathematicos quid sit. | 100 |
| Recta linea circulum quot modis secare possit. | 186 |
| Reprehensio Campani. | 45 |

Samton

INDEX.

S

| | |
|--|----------|
| S anton Rabbi Demonstratio præcipui Problematis à Francisco Barocio declarata, & confutata. | 259 |
| Sectionum trium conicarum Etymologia. | 25 |
| Sectionum trium conicarum nominum vera cause. | 27 |
| Sectionis conicæ duplex. | 19, & 96 |
| Species conorum tres secundum Euclidem. | 15 |
| Species conorum duæ secundum Apollonium. | 15 |
| Subiectum, & Propositum operis. | 8 |
| Summitas, & Axis conicæ superficiei, à summitate, & Axe Coni quo differat. | 14 |

T

| | |
|---|-------|
| T heoremata, & Problemata Admiranda in Geometria quæ sint, & cur ita dicantur. | 5 |
| Theorema Pythagoricum admirabile. | ibid. |
| Theorema aliud admirabile. | ibid. |
| Transuersa linea, vel Transuersum formæ latus quid sit. | 99 |
| Tres Conorum species secundum Euclidem. | 15 |
| Tres celebres in Geometria operationes. | 28 |
| Tres sunt species linearum recta, circularis, & mista. | 201 |
| Tres sunt species motus rectus, circularis, & mistus. | ibid. |
| Triangulum per Axem Coni, vel ab Axe Coni quod sit, & cur ita vocetur. | 18 |
| Trianguli basis consideratio duplex. | 19 |
| Trium conicarum Sectionum Etymologia. | 25 |
| Trium conicarum Sectionum nominum vera cause. | 27 |

V

| | |
|--|-----|
| V era causa nominum conicarum trium Sectionum. | 27 |
| Veneri prauus ordo. | 175 |
| Veneri defectus primus. | 175 |
| Veneri defectus secundus. | 178 |
| Via expeditissima describendi duas lineas in eodem plano nunquam coincidentes, ac semper sibi magis appropinquantes. | 248 |
| Utilitas Operis. | 10 |

FINIS.

2. *Deinde hanc sententiam in eo loco ubi dicitur*
etiam si non sit in eo, sed in eo quod est in eo
etiam si non sit in eo, sed in eo quod est in eo
etiam si non sit in eo, sed in eo quod est in eo
etiam si non sit in eo, sed in eo quod est in eo
etiam si non sit in eo, sed in eo quod est in eo
etiam si non sit in eo, sed in eo quod est in eo
etiam si non sit in eo, sed in eo quod est in eo
etiam si non sit in eo, sed in eo quod est in eo
etiam si non sit in eo, sed in eo quod est in eo

T

Deinde hanc sententiam in eo loco ubi dicitur
etiam si non sit in eo, sed in eo quod est in eo
etiam si non sit in eo, sed in eo quod est in eo
etiam si non sit in eo, sed in eo quod est in eo
etiam si non sit in eo, sed in eo quod est in eo
etiam si non sit in eo, sed in eo quod est in eo
etiam si non sit in eo, sed in eo quod est in eo
etiam si non sit in eo, sed in eo quod est in eo
etiam si non sit in eo, sed in eo quod est in eo
etiam si non sit in eo, sed in eo quod est in eo

V

Deinde hanc sententiam in eo loco ubi dicitur
etiam si non sit in eo, sed in eo quod est in eo
etiam si non sit in eo, sed in eo quod est in eo
etiam si non sit in eo, sed in eo quod est in eo
etiam si non sit in eo, sed in eo quod est in eo
etiam si non sit in eo, sed in eo quod est in eo
etiam si non sit in eo, sed in eo quod est in eo
etiam si non sit in eo, sed in eo quod est in eo
etiam si non sit in eo, sed in eo quod est in eo
etiam si non sit in eo, sed in eo quod est in eo

00564640